Fluid Mechanics

ميكانيك الموائع

كتاب ثنائي اللغة - Arabic–English Bilingual Text

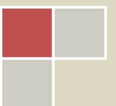
Third Edition **الطبعة الثالثة**

2021



M. Taki Al-Kamil

محمد تقي الكامل



Third Edition الطبعة الثالثة

FLUID MECHANICHS ميكانيك الموائع

Bilingual textbook كتاب منهجي ثنائي اللغة

M.Taki Al Kamil محمد تقي الكامل

PhD, BSc hrs. - Chemical Engineering

FLUID MECHANICS ميكانيك الموائع

M. Taki Al Kamil محمد تقي الكامل

Third edition 2021 الطبعة الثالثة

في هذه الطبعة, تمت مراجعة النص وتصحيح الأخطاء وتحسين بعض الرسومات.لا يوجد تغير في نص فصول الكتاب.

In this edition, the text has been revised, errors corrected, and some graphics improved.
There is no change in the text of the chapters.

اقدم هذا الكتاب الى طلاب الهندسة في العالم العربي (تحميل مجاني)

This book is offered as free download to engineering students in the Arab world

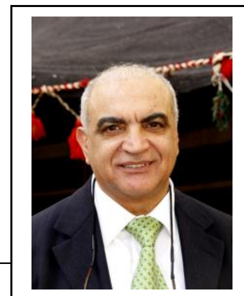
Acknowledgments

I would like to express my thanks and appreciation to:
Dr Noor M.Taki Al Kamil, for typing the original Arabic text
Maria Piotrowska and Grainne Middleton, for taking care of the proof writing of the English text

الدكتور محمد تقي داود الكامل

حصل على شهادة البكالوريوس - شرف في الهندسة الكيميائية من جامعة ليدز/ المملكة المتحدة عام 1973 وحصل على شهادة الدكتوراه في موضوع الاشعاع الحراري من نفس الجامعة عام 1976. عمل في مؤسسات النفط والغاز لغاية عام 1981 ثم انتقل الى كلية الهندسة في جامعة البصرة بدرجة مدرس, وبعد ترقيته الى استاذ مساعد (استاذ مشارك) شغل منصب رئيس قسم الهندسة الكيميائية في الفترة 1991-1997. التحق بجامعة الامارات العربية المتحدة كاستاذ زائر لمدة ستة شهور ثم انضم الى كليات التقنية العليا في ابو ظبي عام 1998, وفي عام 2003 اصبح رئيساً لقسمي الهندسة الكيميائية والميكانيكية. انتقل الى معهد ابو ظبي للتعليم والتدريب المهني عام 2008, وبعد مضي ثلاث سنوات في العمل الاكاديمي اصبح مديراً (عميداً) لمعهد الريف للامداد والتكنولوجيا التطبيقية.

About the Author



Full Name: Mohamed Taki Dawood Salman Al-Kamil

Name to be used for communication: Dr Taki

1973	BSc (hrs) in Chemical Engineering - Leeds University- England
1976	PhD in radiative heat transfer - Leeds University- England
1976	Engineer in Basrah Refinery
1977	Construction engineer & Acting Resident Engineer in South LPG project – Basrah
1981	Lecturer in chemical engineering - Basrah University.
1988	Associate Professor in chemical engineering – Basrah University.
1991	Head of the chemical engineering dept- Basrah University.
1997	Visiting Professor – UAE University
1998	Faculty in chemical engineering – Abu Dhabi Men's College-HCT, UAE
2003 - Dec. 2008	Chair of Chemical Eng, Mechanical Eng and Engineering Management Depts.- Abu Dhabi Men's College, HCT, UAE
Dec 2008 - Feb. 2011	Head, Academic Services– Vocational Education and Training Institutes in Abu Dhabi (ADVETI-Abu Dhabi recently changed to Al Jazirah), UAE
Feb 2011- June 2011	Acting Director of Al Jazirah Institute of Science and Technology – ADVETI
June 2011- Nov.2016	Director of Al Reef Institute of Logistics and Applied Technology- ADVETI
Nov. 2016- Aug. 2017	Director of Academic services-ADVETI

بسم الله الرحمن الرحيم

Preface

This book is intended for undergraduate engineering students in Universities, Technical Colleges and Institutes. It has been written using a new format and is based on the previous book Fluid and Particle Mechanics, which was written in Arabic and is now out of print. The original textbook, which was aimed at chemical engineering undergraduate students studying fluid mechanics, was developed in 1986. However it was poorly printed with many errors and so needed to be revised and updated.

This revised edition is written in both Arabic and English as a bilingual text. This innovative format should help students to understand the engineering principles of fluid mechanics, particularly those with weak English language skills. This format is based on explaining the concepts of fluid mechanics in both languages on the same page, avoiding literal translation so as not to mislead the reader. This book was designed and typed by the author himself.

In this book you will find:

- A new bilingual format with Arabic and English languages displayed on the same page
- An innovative learning method avoiding literal translation
- A suitable language level for students across the Middle East
- Exercises added to the examples which will engage the students in an interactive learning environment
- The use of technology being encouraged as students asked to use Excel to solve some of the problems
- An introduction to short research projects to help the learners with their independent studies
- Updated drawings and illustrations
- A detailed index to guide the reader to the required page

تقديم

وضع هذا الكتاب تلبية لمتطلبات مناهج الدراسات الاولية في الجامعات والكليات التقنية والمعاهد الفنية. وقد اعتمد المؤلف كتابه الاول "ميكانيك الموائع والدقائق" لاعداد النص باسلوب جديد. طبع الكتاب الاول في عام 1986 لتغطية مفردات منهج الهندسة الكيميائية لمادة ميكانيك الموائع, ونظرا لكثرة الاخطاء المطبعية فيه ونفاذ طبعه اقتضى الامر مراجعة نصوصه وتحديثها.

كتب النص في هذه الطبعة المنقحة باللغة العربية والانكليزية في آن معاً, وبهذا الاسلوب المبتكر يستطيع القارىء فهم وترسيخ المبادىء الهندسية لعلم ميكانك الموائع وخاصة اولائك الطلبة الضعيفين باللغة الانكليزية. وتعتمد الطريقة الجديدة على مبدأ شرح المفاهيم العلمية باللغتين في ذات الصفحة, وقد تجنب المؤلف الترجمة الحرفية التي تؤدي احياناً الى تضليل القارىء. وتجدر الاشارة الى ان المؤلف صمم هذا الكتاب وانجز طبعه دون اللجوء الى المطابع.

في هذا الكتاب:

- نص مكتوب باللغتين العربية والانكليزية في نفس الصفحة
- طريقة جديدة للتعلم دون اللجوء الى الترجمة الحرفية
- اسلوب لغوي مركز ومبسط يلائم طلبة العالم العربي
- تمارين مضافة الى الامثلة لتشجيع الطلبة على التعلم في بيئة تفاعلية
- استخدام برنامج الاكسل لحل بعض المسائل لتشجيع الطلبة على استخدام تكنولوجيا المعلومات
- مشاريع بحثية لمساعدة الطلبة على انجاز دراسات مستقلة دون اللجوء الى الاخرين
- رسومات وتوضيحات حديثة
- فهرست لتوجيه القارىء الى الصفحة المطلوبة

There are 11 chapters including flow through packed beds and particle mechanics. The text is written in SI units; it is suitable for chemical, mechanical and civil engineering students. Whilst most of the chapters focus on explaining the basic concepts and practical aspects of fluid mechanics, chapter 11 is intended for a slightly higher level, as it covers boundary layer and turbulence analysis.

The text was a written in this format by the author and there may well be some irregularities and inconsistencies. It is not possible to add or remove some parts of the text because this will upset the text set up; however, any typing errors in the text or equations can easily be rectified.

يضم الكتاب احدى عشر فصلا, بما فيها الجريان خلال الاوساط المسامية وميكانيك الدقائق. وقد اعتمد نظام الوحدات العالمي في الفصول كافة والتي تلائم المستوى العلمي لدارسي الهندسة الكيميائية والهندسة الميكانيكية والهندسة المدنية. تركزفصول الكتاب على شرح المبادىء الاساسية وعلى الناحية التطبيقية لعلم ميكانيك الموائع, بينما يتناول الفصل الاخير مواضيع تشكل مدخلا للمفاهيم المتقدمة مثل تحليلات الطبقة المتاخمة وظاهرة اضطراب الموائع.

انجز هذا الكتاب بلغتين بجهد فردي لذا قد يجد القارىء بعض التباين في الطبع والرسم, ويصعب حذف او شمول اضافات الى النص, الا انه يمكن تصحيح الاخطاء المطبعية في النص او المعادلات بسهولة.

CONTENTS	PAGE الصفحة	المحتويات
1. UNITS & DIMENSIONS		**1. الوحدات و الابعاد**

2. PHYSICAL PROPERTIES OF FLUIDS		**2. الخواص الفيزيائية للموائع**

CONTENTS | **PAGE الصفحة** | **المحتويات**

3. FLUID STATICS — 3. الموائع في حالة السكون

CONTENTS	PAGE الصفحة	المحتويات
4. FLOW OF FLUIDS		**4. الموائع في حالة الجريان**

CONTENTS | PAGE الصفحة | المحتويات

5. FLOW IN PIPES | 5. الجريان في الانابيب

CONTENTS	PAGE الصفحة	المحتويات

CONTENTS	PAGE الصفحة	المحتويات
8. PUMPING EQUIPMENT		**8. أجهزة ضخ الموائع**
8.1 Introduction	405	8.1 المقدمة
8.2 Power and Efficiency	405	8.2 القدرة و الكفاءة
8.3 Power for Pumping a Liquid	406	8.3 القدرة اللازمة لضخ المائع
8.4 Net Positive Suction Head (NPSH)	414	8.4 صافي عمود السحب الموجب
8.5 Centrifugal Pumps	415	8.5 مضخات الطرد المركزي
8.5.1 Performance and Characteristic	417	8.5.1 اداء المضخة والمنحنيات المميزة
Curves	422	8.5.2 بعض العلاقات لمضاخات الطرد المركزي
8.5.2 Relationships for Centrifugal Pumps	427	8.5.3 استخدام مضختين أو أكثر في منظومة
8.5.3 Two or More Pumps in Flow System		الجريان
		8.5.4 ميزات و مساوئ مضخات الطرد
8.5.4 Advantages and Disadvantages of	430	المركزي
Centrifugal Pumps	431	8.5.5 نصب و تشغيل المضخات
8.5.5 Installation and Operation	433	8.6 مصخات الازاحة الموجبة
8.6 Positive Displacement Pumps	434	8.6.1 المضخة ذات المكبس – مضخات المعايرة
8.6.1 Piston Pumps-Dosing Pumps	435	8.6.2 المضخة ذات الرق
8.6.2 Diaphragm Pumps	436	8.6.3 المضخة ذات المسننات
8.6.3 Gear Pumps	436	8.6.4 مضخة مونو
8.6.4 Mono Pumps	437	8.7 استخدام الهواء المضغوط لضخ السائل
8.7 Pumping by Compressed Air	438	8.8 وسائل ضخ الغازات
8.8 Gas Moving Equipment	438	8.8.1 المراوح
8.8.1 Fans	439	8.8.2 النافخات
8.8.2 Blowers	441	8.8.3 الضاغطات
8.8.3 Compressors	447	8.9 مضخات التفريغ
8.9 Vacuum Pumps	450	8.10 الرموز
8.10 Symbols	451	8.11 المسائل
8.11 Problems		
9. FLOW THROUGH POROUS MEDIA		**9. الجريات خلال الاوساط المسامية**
9.1 Introduction	457	9.1 المقدمة
9.2 Darcy's law	457	9.2 قانون دارسي
9.3 Porosity and Specific Surface	459	9.3 المسامية و المساحة النوعية
9.4 Kozeny equation	461	9.4 معادة كوزني
9.5 Relationships for streamline and		9.5علاقات تخص الجريان الانسيابي و
turbulent flow	463	الاضطرابي
9.6 Structure of the packed bed and the		9.6 العلاقة بين ثابت كوزني و بنية الطبقة
Kozeny constant	469	المسامية
9.7 Wall effect in a porous layer	469	9.7 تأثير الجدران المحيطة بالطبقة المسامية
9.8 Symbols	471	9.8 الرموز
9.9 Problems	472	9.9 المسائل

CONTENTS	PAGE الصفحة	المحتويات
10. PARTICLE MECHANICS		**10. ميكانك الدقائق**

CONTENTS | PAGE الصفحة | المحتويات

11. DIFFERENTIAL EQUATIONS & THE BOUNDARY LAYER — 11. المعادلات التفاضلية و الطبقة المتاخمة

Fluid Mechanics **2021** **ميكانيك الموائع**

M.Taki Al-Kamil *محمد تقي الكامل*

Chapter 1 الفصل الاول

Learning objectives of chapter 1

After completing this chapter you should be able to:

1. Determine the units and dimensions of derived physical quantities
2. Convert units from one system to another
3. Derive a relationship using dimensional analysis

اهداف دراسة الفصل الاول

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

1. تحديد الوحدات والابعاد للكميات الفيزيائية المشتقة
2. تحويل الوحدات من نظام الى اخر
3. اشتقاق معادلة تربط المتغيرات الناتجة عن التجارب المختبرية باستخدام التحليل البعدي

1.1 Introduction

It is common that quantities and physical properties are measured by some ***units***, for example the kilogram and pound are used to estimate weight. Distance is measured by kilometer or mile and sometimes by meter or yard and so on. Why do we use the kilogram in some locations and the pound in another? What is the difference between the meter and the yard? How many miles equal 10 kilometers?

The above questions indicate the existence of different systems for units. Each system will include the units, of quantities and physical properties, and specify how the units are related. For example, the kilometer and the meter are classified as SI units and 1 kilometer is equal to 1000 meter. No doubt, using one unified system of units will facilitate the transfer and spread of knowledge for science and technology among nations of the globe. The use of one consistent system is also essential to solve Engineering problems.

It is well known that the ***Système international d'unités (SI)***, is now internationally recognized and therefore it will be followed in this text. However, the Engineering calculations require the knowledge and application of other systems, as well as the methods to convert the value of a certain unit from one system to another. It is worth noting here that some old instruments, such as temperature indicators reading Fahrenheit, are still in use by some industrial plants.

1.1 المقدمة

تقاس الكميات و الخواص الفيزيائية ***بوحدات*** معروفة ومتداولة فمثلاً يستخدم الكيلوغرام او الباوند لتحديد مقدار الوزن , وكذلك تقاس المسافة بوحدات الكيلومتر واحيانا الميل اوالمتر او اليارده . فلماذا يستخدم الكيلوغرام في بعض المناطق بينما يستخدم الباوند في اخرى ؟ وما الفرق بين المتر واليارده ؟ وكم يعادل مسافة 10 كيلومتر من الاميال ؟

تشير التساؤلات حول تسمية الوحدات وتنوعها الى وجود انظمة مختلفة تجمع في طيها وحدات قياس للكميات وللخواص الفيزيائية, وكذلك توفر علاقات تربط ما بينها , فالكيلوغرام والمتر مثلا ينتميان الى النظام الدولي للوحدات (SI) وان الكيلومتر يساوي 1000 متر , وان الباوند واليارده ينتميان الى نظام آخر وهكذا . ولا شك ان اعتماد نظام موحد لجميع اقطار العالم سيسهل مهمة نشر العلوم والتكنولوجيا وكذلك سنرى ان تنسيق الوحدات هو احد المتطلبات الاساسية لحل المسائل الهندسية .

من المعروف ان ***النظام العالمي للوحدات (SI)*** اصبح معتمدا عالميا , وهو النظام الذي سنعتمده في هذا الكتاب , الا ان معرفة الانظمة الاخرى والمقدرة على التحويل من نظام الى آخر يعد امر اساسي للحسابات الهندسية. وتجدر الاشارة هنا الى ان بعض المصانع والمنشئات لا زالت تستخدم اجهزة قياس قديمة كمقياس درجة الحرارة الذي يقرأ بالفهرنهايت .

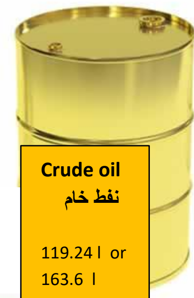
Therefore, it is imperative to study the various systems of units and learn how to convert units from one system to another, for example meter to yard. In addition, sometimes we need to convert a small unit to a large one such as millimeter to meter or vice versa. But before we start learning about the unit systems we will explain the meaning of ***dimensions*** and how they are related to units. We will also study ***dimensional analysis*** which is a method to find a relationship between different variables, or physical properties, using dimensions.

اذن لا بد من دراسة انظمة الوحدات المختلفة ومعرفة العلاقات المعتمدة لتحويل الوحدات من نظام الى آخر , مثل تحويل المتر الى اليارده. اضافة الى ذلك قد نجد احيانا ضرورة لتحويل وحدات صغيرة المقدار الى اخرى كبيرة وبالعكس مثل تحويل المليمتر الى المتر او المتر الى المليمتر . قبل ان نبدأ في دراسة الانظمة سوف نوضح معنى ***الابعاد*** وارتباطها بالوحدات, ثم نتطرق الى ***التحليل البعدي*** وهو ايجاد علاقه او معادلة تربط بين متغيرات او بين خصائص فيزيائية مختلفة باستخدام الابعاد .

Base Unit	Symbol	Quantity
meter	m	Length
second	s	Time
kilogram	kg	Mass
Kelvin	K	Temperature

What is the volume of an oil barrel?

كـــــم يســـــــــتوعب برميــــــــل الـــــــــنفط؟



Barrel US = 119.240 litre

Barrel UK = 163.659 litre

1.2 Dimensions

The ***physical properties*** of any engineering system are interrelated by a number of physical and mechanical laws. For example Newton's second law demonstrates the relationship between force, mass and acceleration. ***Force*** and ***acceleration*** are considered as ***derived quantities*** made up of ***base quantities*** such as time, mass and length. Before explaining the meaning of dimensions and their applications, let us consider the velocity of flow of water inside a pipeline as an example. The velocity is defined, in this example, as the length of the pipe divided by the time required for the water to pass through the pipeline.

$$\text{Velocity} = \frac{\text{Distance}}{\text{Time}}$$

Therefore velocity is a derived quantity; distance and time are base quantities. In fact all derived quantities are made up of length, time and other base quantities such as mass and temperature. As a result, ***Length, Time, Mass*** and ***Temperature*** are considered as base dimensions having the symbols $[\mathbf{L}]$, $[\mathbf{T}]$, $[\mathbf{M}]$ and $[\boldsymbol{\theta}]$. Physical properties and derived physical quantities are therefore described and defined by base dimensions. For example, the dimensional expression of velocity is written as follows: $\frac{[\mathbf{L}]}{[\mathbf{T}]}$ or $\mathbf{L\,T^{-1}}$, and that for ***density*** is $\mathbf{M\,L^{-3}}$.

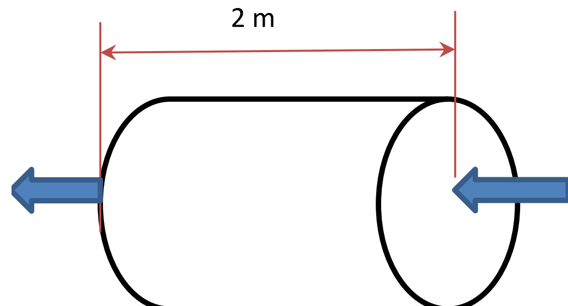
1.2 الابعاد

تترابط ***الخواص الفيزيائية*** لمنظومة هندسية معينة بعدد من القوانين الفيزيائية والميكانيكية , فمثلا نلاحظ ان قانون نيوتن الثاني يبين العلاقة بين القوة والكتلة والتعجيل . وان كل من ***القوة*** و***التعجيل*** هي ***كميات مشتقة*** تتركب من كميات تعرف ***بالكميات الاساسية*** مثل الزمن والكتلة والطول. وقبل ان نتطرق الى مفهوم الابعاد وتطبيقاتها سنتخذ سرعة جريان الماء في الانبوب مثالا, فيمكن تعريف السرعة هنا بطول الانبوب مقسوما على الزمن المستغرق لمرور الماء به, اي ان :

$$\text{السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$$

اذن السرعة كمية مشتقة والمسافة والزمن كميتان اساسيتان , وفي الواقع ان جميع الكميات المشتقة تتركب من المسافة (او الطول) والزمن وكميات اساسية اخرى مثل الكتلة ودرجة الحرارة . وهكذا عد ***الطول والزمن والكتلة ودرجة الحرارة*** ابعاد اساسية يرمز لهم $[\mathbf{L}]$ و$[\mathbf{T}]$ و$[\mathbf{M}]$ و $[\boldsymbol{\theta}]$ واستنادا الى الابعاد الاساسية يمكن تعريف ووصف الخواص والكميات الفيزيائية, مثلا تصبح ابعاد السرعة $\frac{[\mathbf{L}]}{[\mathbf{T}]}$ او $\mathbf{L\,T^{-1}}$ وابعاد ***الكثافة*** $\mathbf{M\,L^{-3}}$.

Water velocity = 2m/s
سرعة الماء
Evaluate the time
احسب الزمن



The dimensions $\mathbf{M\ L^{-3}}$ show that density is a derived quantity defined as mass per unit volume.

وتشير الابعاد $\mathbf{M\ L^{-3}}$ الى ان الكثافة هي كمية مشتقة تعرف بالكتلة مقسومة على الحجم .

Force is sometimes used as a third dimension **[F]** instead of mass, or the two combined together.

Looking at Newton's Second law defined as force (F) equal to the mass (m) multiplied by acceleration (a):

يرجح احيانا استخدام ***القوة*** بعدا اساسيا ثالثا بدلا من الكتلة ويرمز لها **[F]** , واحيانا تسدخدم الكتلة والقوة في آن واحد. ولو عدنا الى قانون نيوتن الثاني وهو القوة (F) تساوي الكتلة (m) مضروبة في التعجيل (a) اي ان :

$$F = m\,.a$$

We find that the base dimensions are interrelated as follows:

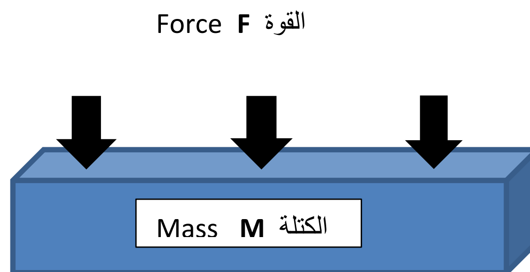
$$[\mathbf{F}] = [\mathbf{M}]\ [\mathbf{L}]\ [\mathbf{T^{-2}}]$$

لوجدنا الابعاد الاساسية مترابطة بهذا القانون حيث تصبح العلاقة بلابعاد كالاتي :

$$[\mathbf{F}] = [\mathbf{M}]\ [\mathbf{L}]\ [\mathbf{T^{-2}}]$$

The dimensional relationship shows that any change in mass will result in a change in force and vice versa. Consequently it is advisable to use length, time and mass (or force) as the three base dimensions to study various phenomena in the field of fluid mechanics.

يتضح من العلاقة المذكورة ان اي تغير حاصل في الكتلة يصحبه تغير في القوة والعكس , لذلك يرجح استخدام القوة اوالكتلة مع الطول والزمن كابعاد اساسية ثلاثة لدراسة مختلف ظواهر ميكانيك الموائع .



1.3 Empirical Equations

Equations describing physical phenomena are known as ***Rational Equations***; the terms making up the equation will always have the same dimensions. Each term is made up of one physical quantity, or a group of quantities, and has consistent dimensions as of the other terms. A good example is the Bernoulli equation which will be explained in more detail later on:

1.3 المعدلات التجريبية

تسمى المعادلات المبنية على اسس فيزيائية ***المعادلات العقلية*** حيث تكون ابعاد حدودها جميعا متجانسة . ويتالف الحد من كمية فيزيائية واحدة او من مجموعة منها بابعاد متجانسة مع الحدود الاخرى , ومثال ذلك معادلة برنولي التي سياتي شرحها في الفصول القادمة , وهي :

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = c \qquad (1.1)$$

In equation (1.1) the symbol z represents height, P for pressure, ρ for density, g for acceleration due to gravity, u for velocity, and c denotes a constant. The dimensions of the first term z are those of length, **L.** By substituting for the dimensions of the physical quantities of term 2 and term 3 the resulting dimensions of each term will also be **L.** The equation is now dimensionally homogeneous; therefore it can be used to solve all relevant problems.

يرمز z في المعادلة (1.1) الى الارتفاع و P الى الضغط و ρ الى الكثافة و g الى التعجيل الجاذبي و u الى السرعة و c الى مقدار ثابتت . فابعاد الحد الاول z هي الطول **L** وبالتعويض عن ابعاد الكميات الفيزيائية للمجموعتين في كل من الحد الثاني والثالث نجد ابعادهما تختزل الى **L** ايضا . ونظرا لتناسق ابعاد طرفي المعادلة يصبح استعمالها في جميع الحالات دون تحفظ .

Equations derived from experimental data are known as ***Empirical Equations***. These equations don't relate to physical principles; they are used with caution and within the experimental limits. However, the empirical equations are important and useful to solve problems in Fluid Mechanics, despite the fact that some of them may not be dimensionally homogeneous. Some equations are made up of groups with no dimensions known as ***non-dimensional groups***, such as the ***Reynolds Number,*** expressed as

اما المعادلات التي تشتق على اسس نتائج التجارب المختبرية فتسمى ***المعادلات التجريبية*** , فهي لا تستند الى اسس فيزيائية , وتستعمل بحذر ضمن الحدود التي تفرضها ظروف اجراء التجارب المختبرية , واحيانا لا يشترط في ابعاد حدودها ان تكون متجانسة . ولهذه المعادلات اهميتها في دراسة ميكانيك الموائع لعدم تيسر المعادلات العقلية لحل جميع المسائل . هنالك بعض المعادلات المتألفة من حدود او ***مجموعات غير بعدية*** , اي ان المجموعة لا تمتلك ابعادا, ومثال ذلك المجموعة $\frac{\rho d u}{\mu}$ المعروفة ***برقم رينولدز***

$\frac{\rho du}{\mu}$. Substituting for the dimensions of density ρ, diameter d, velocity u and viscosity μ will result in the non-dimensional group. The Reynolds Number value determines the type of fluid flow through a pipeline. There will be more useful non-dimensional groups in the field of fluid mechanics, as will be seen later.

فبتعويض الابعاد لكل من الكثافة ρ وقطر الانبوب d وسرعة جريان المائع u مقسومة على لزوجة المائع μ تختزل الابعاد في البسط والمقام ونحصل على المجموعة غير البعدية . ان قيمة رقم رينولدز تحدد نمط جريان المائع في الانبوب . كما وسنلاحظ فيما بعد ان عددا من المجموعات غير البعدية تشكل علاقات ومعادلات مفيدة في دراسة ظواهر ميكانيك الموائع .

1.4 Systems of Units

1.4 انظمة الوحدات

There are four systems in common use; these are

هنالك اربعة انظمة شائعة الاستعمال سنبينها في الفقرات الاتية

1.4.1 cgs System

1.4.1 نظام (سنتيمتر- غرام – ثانية) للوحدات

The base dimensions of this system are length **[L]**, mass **[M]** and time **[T]**; length is measured by centimeter (cm), mass is measured by gram (g) and time is measured by second (s). Force is measured by ***Dyne***, defined as the force acting on mass of 1g, giving it an acceleration of 1 cm/s^2.

يرمز له (cgs) ويعد الطول **[L]** والكتلة **[M]** والزمن **[T]** ابعادا اساسية لهذا النظام ويقاس الطول بالسنتيمتر (cm) والكتلة بالغرام (g) والزمن بالثانية (s) اما وحدة القوة فهي ***الداين*** ويعرف بانه القوة التي تؤثر في كتلة (1 g) بتعجيل قدره (1 cm/s^2) .

1.4.2 International System of Units

1.4.2 النظام العالمي للوحدات

This system is commonly known as the SI system of units; it is a further development of the cgs system. The base dimensions of this system are also length **[L]**, mass **[M]** and time **[T]**. Length is measured by meter (m), mass is measured by kilogram (kg) and time is measured by second (s). Force is measured by ***Newton***, defined as the force acting on a mass of 1kg, giving it an acceleration of 1 m/s^2.

يرمز له (SI) , ويعد تطويرا لنظام سنتيمتر- غرام – ثانية فابعاده الاساسية هي الطول **[L]** والكتلة **[M]** والزمن **[T]** **ايضا .** ويقاس الطول بالمتر (m) والكتلة بالكيموغرام (kg) والزمن بالثانية (s) اما وحدة القوة هنا فهي ***النيوتن*** ويعرف بانه القوة التي تؤثر في كتلة (1kg) بتعجيل قدره (1m/s^2) .

Prefixes are used to form multiples or fractions of the units, as required in practice.

توضع ***سوابق*** مضاعفة او مصغرة قبل الوحدات مباشرة لتكبيرها او تصغيرها حسب التطبيق .

For example the metre (m) is considered small to measure distance, thus (km) is used instead. The k here is a prefix to the meter. In some applications the meter is too large and the millimeter (mm) is used. The m here is a prefix it to the meter to convert to a smaller unit. The mm and km are considered as new length units. Table 1.1 shows the common prefixes and their values.

فمثلا يعد المتر وحدة صغيرة لقياس المسافة فيستعمل الكيلومتر ويرمز له (km) وهنا الرمز k سابقا حرف m للدلالة على مضاعفة المتر .وفي تطبيق آخر قد يكون المتر وحدة كبيرة فيستعمل الميلليمتر (mm) وحرف m الاول هنا سابقة مصغرة , وتعد الوحدات الجديدة مثل mm و km وحدات مستقلة , ويبين الجدول 1.1 السوابق الشائعة ومقاديرها .

Unit prefix السابق	**Symbol الرمز**	**Multiplier المقدار**
Terra	T	10^{12}
Giga	G	10^{9}
Mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

Table 1.1 Prefixes **الجدول 1.1** السوابق ومقاديرها

1.4.3 Foot-Pound-Second System

This system of units is abbreviated as (fps); the foot (ft) is used to measure the length, the pound (lb) is a measure for mass and the second (s) is the unit for time. Force is measured by the ***poundal***, defined as the force acting on a mass of one pound resulting in an acceleration of 1 ft/s^2. The pound here is frequently identified as ***pound-mass*** and denoted as lb_m.

1.4.3 نظام (قدم- باوند- ثانية)

يرمز له (fps) ويقاس الطول فيه بالقدم (ft) والكتلة بالباوند (lb) الزمن بالثانية (s) . اما القوة فتقاس ***بالباوندال*** الذي يمثل مقدار القوة المؤثرة في كتلة باوند واحد بتعجيل قدره ($1\ ft/s^2$) ويميز الباوند هنا بتسميته احيانا ***باوند- كتلة*** حيث يرمز له (lb_m) .

1.4.4 The Engineering System

The base dimensions in this system are Length **[L]**, Time **[T]** and Force **[F]**; and the corresponding units are foot (ft) second (s) and ***pound-force*** (lb_f). The pound-force is the force acting on 1 lb_m resulting in acceleration of 32.17 ft/s^2 . The unit of mass in this system is the ***slug***, defined as the mass accelerated 1 ft/s^2 due to an acting force of 1 lb_f. Unlike the other unit systems, it is a derived quantity. The following formula is used to convert lb_f to lb_m according to Newton's law:

1.4.4 النظام الهندسي للوحدات

يعد الطول **[L]** والزمن **[T]** والقوة **[F]** ابعادا اساسية لهذا النظام , اما الوحدات الاساسية فهي القدم (ft) والثانية (s) و***الباوند- قوة*** (lb_f) . وتعرف وحدة الباوند- قوة بالقوة المؤثرة في كتلة باوند واحد بتعجيل قدره ($32.17\ ft/s^2$) . وبخلاف الانظمة الاخرى فالكتلة هنا كمية مشتقة وحدة قياسها ***السلاك*** الذي يعرف بالكتلة التي تعجل بمقدار ($1\ ft/s^2$) عند تسليط قوة مقدارها ($1\ lb_f$), ويمكن تحويل lb_f الى lb_m استنادا الى قانون نيوتن كالاتي:

$$\text{force } (lb_f) = (\text{mass } (lb_m) \times \text{ acceleration } (ft/s^2))/\ g_c$$

$$\text{force } (lb_f) = \text{mass (slug)} \times \text{ acceleration } (ft/s^2)$$

القوة = الكتلة x التعجيل

Where g_c is a constant equal in value to the ***acceleration of gravity*** g and it has the dimensions $F^{-1}\ ML^{-1}T^{-2}$.

حيث ان g_c هو ثابت ابعاده $F^{-1}\ MLT^{-2}$ وله مقدار مساو الى مقدار ثابت ***التعجيل الجاذبي*** g

$$g_c = 32.17\ lb_m(\ ft/s^2\ )\ /lb_f$$

1.5 Thermal Units

Heat is a form of energy and therefore the SI unit of heat is the ***Joule*** (J) and the dimensions will be ML^2T^{-2}. Other common heat units, such as the ***Calorie***, are based on the definition of heat in terms of mass and temperature.

Heat = mass x Specific Heat Capacity x temperature difference

In SI units:

Heat Energy (J) = Mass (kg) x Specific Heat Capacity (J/kgK) x Temperature difference (K)

The dimensions of the specific heat capacity in the above equation are $ML^2 T^{-2} \theta^{-1}$. If the mass is measured by gram (g) and temperature by Celsius (centigrade) (^{0}C), the units of the specific heat capacity will be (cal/g ^{0}C). The units in the Engineering system are ($lb_m\ ^0F$ /Btu), where the (Btu) is the ***British thermal unit*** defined as the amount of heat required to raise the temperature of one pound mass from 60 degrees Fahrenheit to 61.

1.5 الوحدات الحرارية

لما كانت الحرارة شكل من اشكال الطاقة لذا تقاس بنفس الوحدات , اي ***الجول*** (J) في النظام العالمي وتكتب ابعادها (ML^2T^{-2}) . ولكن يصعب احيانا استخدام هذه الصيغة فتتخذ الحرارة وحدات حرارية اخرى , مثل ***الكالوري*** , مبنية على اساس تعريف الحرارة بدلالة الكتلة ودرجة الحرارة , حيث :

الطاقة الحرارية = الكتلة x السعة الحرارية النوعية x فرق درجة الحرارة

ففي النظام العالمي (SI) لدينا

الطاقة الحرارية (J) =
الكتلة (kg) x السعة الحرارية النوعية (J/kgK) x فرق درجة الحرارة (K)

ويلاحظ ان ابعاد السعة الحرارية النوعية في التعريف تصبح $ML^2 T^{-2} \theta^{-1}$ واذا اعتمد الغرام (g) لقياس الكتلة و درجة الحرارة المؤية (^{0}C) لقياس درجة الحرارة تتخذ الحرارة وحدة الكالوري (ca) وتصبح وحدات السعة الحرارية (cal/g ^{0}C) . اما في النظام الهندسي فهي (Btu/ $lb_m\ ^0F$) حيث ان وحدات الحرارة تسمى ***الوحدة الحرارية البرطانية*** رمزها (Btu) . وتعرف بكمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة باوند واحد من الماء من 60 فهرنهايت الى 61 .

1.6 Molar Units

Molar units are associated with chemical reactions; defined as the amount of matter where the mass numerically equals the molecular weight. The number of moles is equal to the mass divided by the molecular weight, for example 64 grams of Oxygen is equal to 2 moles (64/32 = 2). If mass is measured in kilograms, the unit is the ***kilomole*** (kmol) and in terms of pounds it is the ***pound-mole*** (lb.mol).

1.6 الوحدات المولية

تستخدم الوحدات المولية اينما يحدث تفاعل كيميائي , وتعرف وحدة المول بانها مقدار المادة التي تساوي كتلتها عدديا وزنها الجزيئي , اي ان عدد المولات يساوي الكتلة مقسومة على الوزن الجزيئي فمثلا 64 غرام من الاوكسجين تساوي 2 مول (64/32 = 2)

اذا قيست الكتلة بالكيلوغرام تستخدم وحدة ***الكيلومول*** يرمز لها (kmol) , وبدلالة الباوند تسمى الوحدة المولية وحدة ***باوند- مول*** يرمز لها (lb.mol) .

1.7 Units of Derived Quantities

1.7 وحدات الكميات المشتقة

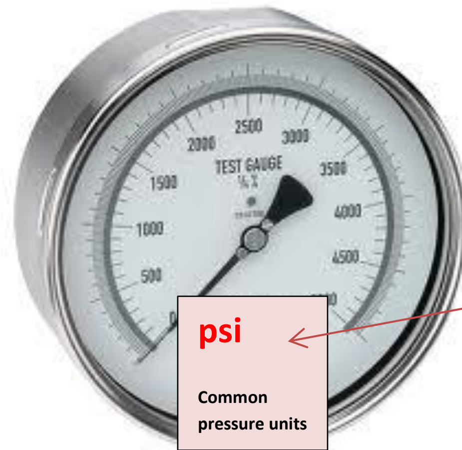
The units of the derived quantities are developed from the base units. For example, pressure is defined as the force per unit area, and therefore its dimensions will be:

تتخذ الكميات المشتقة وحدات مركبة على اساس الوحدات الاساسية , ومثال ذلك الضغط وهو القوة مقسومة على المساحة فابعاده هي حاصل ضرب ابعاد الكتلة بالتعجيل مقسومة على ابعاد المساحة :

$$\frac{\mathbf{M} \times \mathbf{LT}^{-2}}{\mathbf{L}^{2}}$$

Substituting for the units in the above expression we arrive at the units of the pressure kgm^{-1}s^{-2}, known as ***Pascal***. The units of the other physical derived quantities can be determined in a similar manner. See table 1.2.

وبالتعويض عن الابعاد بالوحدات الاساسية تصبح وحدة الضغط kgm^{-1}s^{-2} التي تسمى ***باسكال*** , وهكذا يمكن اشتقاق وحدات الكميات الفيزيائية المشتقة . انظر الجدول 1.2 .



1 psi = ? Pa

1 bar = ? Pa

The pressure gauge reading is in psi, does that mean anything to you? Find out using an Internet search.

يبين مقياس الضغط اعلاه الوحدة psi, هل تعني هذه الوحدات اي شيء لك ؟ ابحث عن الجواب في الانترنت.

Quantity	cgs system	SI system	fps system	Dimensions	الكمية
Mass	g	kg	lb	**M**	الكتلة
Length	cm	m	ft	**L**	الطول
Time	s	s	s	**T**	الزمن
Force	dyne	Newton (N)	Poundal (pdl)	MLT^{-2}	القوة
Energy	erg	Joule (J)	pdl - ft	$ML^{2}T^{-2}$	الطاقة
Pressure	$dyne/cm^2$	Pascal (Pa) or N/m^2	pdl/ft^2	$ML^{-1}T^{-2}$	الضغط
Power	erg/s	Watt (W)	Pdl-ft/s	$ML^{2}T^{-3}$	القدرة
Temperature	^0C	K	^0F	θ	درجة الحرارة
Heat	cal	J	Btu	$M\theta$	الحرارة
Viscosity	poise	Ns/m^2	$Pdl\text{-}s/ft^2$	$ML^{-1}T^{-1}$	اللزوجة
Kinematic viscosity	stoke	m^2/s	ft^2/s	$L^{2}T^{-1}$	اللزوجة الكينماتية
Density	g/cm^3	kg/m^3	lb/ft^3	ML^{-3}	الكثافة
Surface Tension	dyne/cm	N/m	pdl/ft	MT^{-2}	الشد السطحي
Shear Stress	$dyne/cm^2$	N/m^2	pdl/ft^2	$ML^{-1}T^{-2}$	اجهاد القص
Volumetric flow rate	cm^3/s	m^3/s	ft^3/s	$L^{3}T^{-1}$	معدل الجريان الحجمي
Mass flow rate	g/s	kg/s	lb/s	ML^{-1}	معدل الجريان الكتلي
Molar flow rate	gmol/s	kgmol/s	lbmol/s	--	معدل الجريان المولي

Table 1.2 Units of common quantities

الجدول 1.2 وحدات الكميات الشائعة

1.8 Conversion of Units

It is customary to use conversion factors to convert derived quantities from one unit system to another. However, conversion can be performed using the base units. Conversion factors for base units are:

1.8 تحويل الوحدات من نظام الى اخر

جرت العادة على استخدام ارقام تحويل الوحدات من نظام الى اخر للكميات المشتقة المتداولة لتسهيل عملية التحويل . وفي واقع الحال يمكن اجراء عملية التحويل على اساس تحويل الكميات الاساسية المتركبة منها الكمية المشتقة. وفيما يلي ارقام تحويل الكميات الاساسية :

Mass : الكتلة

0.4536 kg = 453.6 g = 1 lb = 1/32.2 slug

Length : الطول

1 ft = 30.48 cm = 0.3048 m

Time : الزمن

1 s = 1/60 min = 1/3600 hour

Temperature difference : فرق درجة الحرارة

1 ^{0}F = 1/1.8 ^{0}C = 1/1.8 K

Temperature : درجة الحرارة

^{0}F = (32 + 1.8) ^{0}C

Force : القوة

1 lb_f = 32.174 poundal = 4.44 x 10^5 dyne = 4.44 N

Example 1.1

Convert a pressure of 1 N/m^2 (1pascal) to the fps system.

مثال 1.1

حول ضغط مقداره (1N/m^2) اي (1 pascal) الى ما يعادله في نظام الوحدات المعروف بنظام قدم- باوند- ثانية .

Solution

Pressure = Force/Area

الحل

الضغط = القوة /المساحة

Force = mass x acceleration

القوة = الكتلة x التعجيل

Area dimensions = L^2

ابعاد المساحة = L^2

Mass Dimensions = M

ابعاد الكتلة = M

Acceleration dimensions = LT^{-2} , substituting for pressure, its dimensions will be $M L^{-1}T^{-2}$

ابعاد التعجيل = LT^{-2}
اذن بالتعويض تصبح ابعاد الضغط $M L^{-1}T^{-2}$

Therefore the unit of pressure Pa in terms of the base units is $kgm^{-1}s^{-2}$

اي ان وحدة الضغط Pa بدلالة وحدات الكميات الاساسية هي $kgm^{-1}s^{-2}$

Converting the kilogram (kg) to pound (lb) and the meter (m) to foot (ft) and leaving the second (s) unchanged, we arrive at the pressure unit $lb\ ft^{-1}s^{-2}$ or pdl/ft^2.

الآن نحول الكيلوغرام (kg) إلى باوند (lb) و المتر (m) إلى قدم (ft) والثانية (s) تبقى كما هي فنحصل على وحدة الضغط $lb\ ft^{-1}s^{-2}$ اي pdl/ft^2 .

فباستخدام ارقام التحويل :

Now, using the conversion factors:

1lb = 0.4536 kg

1 ft = 0.3048 m

$= (lb/0.4536)\ (s^{-2})/(ft/0.3048)\ \ kgm^{-1}s^{-2}$

$kgm^{-1}s^{-2} = (0.3048/0.4536) = 0.6719\ lb\ ft^{-1}s^{-2}$

The substitutions show that:

وهكذا يتضح ان:

$\underline{1\ pa = 0.6719\ pdl/ft^2}$

Exercise

تمرين

Follow the steps in Example 1.1 to show that 1 Pa = 0.02088 lb_f/ft^2

اتبع الخطوات في المثال 1.1 لاثبات ان:
1 Pa = 0.02088 lb_f/ft^2

Table 1.3 gives the unit conversion factors.

يبين الجدول 1.3 ارقام التحويل من نظام الى اخر.

Quantity	Conversion factor رقم التحويل
Mass الكتلة	1 kg = 1000 g = 2.2046 lb_m 1 tonne = 1000 kg 1 lb_m = 16 oz = 0.453593 kg
Length الطول	1 km = 1000 m = 0.6214 mile, 1 mile =5280 ft 1 m =100 cm = 1000 mm = 10^6 micrometres (microns) 1 m = 3.2808 ft, 1 ft =12 in. = 1/3 yd = 0.30048 m
Volume الحجم	1 m^3 = 10^3 litres = 10^6 cm^3 = 10^3 ml 1 m^3 = 35.3145 ft^3 = 264.17 US gal = 317.25 UK gal 1 ft^3 = 0.028317 m^3 = 28.317 litres
Force القوة	1 N 1 kg.m/s^2 = 10^5 dynes = 0.2248 lb_f 1 lb_f = 32.174 lb_m.ft/s^2 = 4.4482 N
Pressure الضغط	1 atm = 1.01325 x10^5 Pa (N/m^2) 1 atm = 1.01325 bar, 1 bar = 10^5 N/m^2 1 atm = 760 mm Hg 1 atm = 14.696 psi (lb_f/in^2)
Energy الطاقة	1 J = 1 N·m = 10^7 ergs 1 J = 0.23901 cal = 9.486 x 10^{-4} Btu
Power القدرة	1 W = 1 J/s = 1.341 hp

Table 1.3 Conversion factors **الجدول 1.3** ارقام تحويل الوحدات

1.9 Dimensional Analysis

Experimental studies show that some quantities will change in value according to the prevailing physical conditions; these are known as ***variables***. If the value of a variable is mathematically related to another quantity, it is then called a ***function***. Some variables are interrelated by physical laws such as Newton's law (force = mass x acceleration). Force is a function of mass and acceleration and its value changes according to the law (F = m x a).

If the results of an experiment produce a large number of variables without a physical relationship, then dimensional analysis can be used to reduce the number of variables and formulate a mathematical relationship. Dimensional analysis is the method of transforming the experimental data into an equation consisting of terms having homogeneous dimensions. Each term of such an equation, should be made up of a dimensionless group of variables; see section 1.3. Dimensional analysis is a method of grouping the variables into a relationship without offering a final solution. This is due to the presence of constants in the equation that can only be evaluated by conducting further experiments. Example 1.2 shows how to develop an equation using dimensional analysis.

1.9 التحليل البعدي

تظهر الدراسات المختبرية عدداً من الكميات الفيزيائية المتغيرة التي تسمى ***المتغيرات*** و قد يعتمد مقدار احدها على الكميات الاخرى اي بمعنى آخر ان احداها هو ***دالة*** للمتغيرات الاخرى . وترتبط المتغيرات احيانا بقوانين فيزيائية ثابتة تطبق في الدراسات بدون ضرورة لاجراء المزيد من التجارب . ومثال ذلك قانون نيوتن (القوة تساوي الكتلة مضروبة بالتعجيل) فالقوة هنا دالة للكتلة والتعجيل . وبتغير الكتلة أو التعجيل تتغير القوة تبعاً حسب العلاقة (F= m x a)

اما اذا ازداد عدد المتغيرات نتيجة التجارب المختبرية وانعدم ترابطها بقانون فيزيائي فيمكن استخدام عملية التحليل البعدي لاختزال عددها ووضع صيغة رياضية لها . وترتكز هذه العملية على اساس ترتيب معادلة تكون حدودها متجانسة الابعاد . والتجانس هنا هو تنسيق الابعاد نتيجة تجميع المتغيرات على شكل مجموعات غير بعدية وبذلك توضع معادلة حدودها خالية الابعاد , وقد تطرقنا لشرح معنى المجموعات غير البعدية في الفقرة (1.3) . ان عملية التحليل البعدي طريقة لتنظيم المتغيرات بصيغة معادلة رياضية ولكنها لا تمنح حلاً للمعادلات . و يعود السبب لوجود ثوابت لايمكن تقويمها إلا باجراء تجارب مختبرية لاحقة .

سنوضح في المثال 1.2 كيف يتم اشتقاق وتنظيم مثل هذه المعادلة بالتحليل البعدي .

Example 1.2

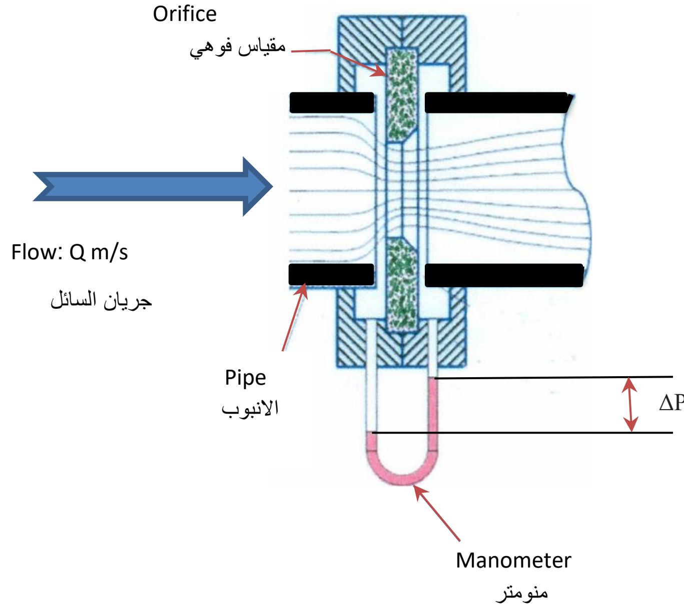
The ***orifice meter*** is used to measure the flow of a liquid in a pipe. The ***volumetric flow rate*** of the liquid Q through the orifice is a function of its diameter d, density of the liquid ρ and the

المثال 1.2

يستخدم ***المقياس الفوهي*** لقياس كمية السائل الجاري في الانبوب, وقد وجد ***معدل الجريان الحجمي*** Q للسائل الذي يمر من خلال الفوهة انه يعتمد على قطرها d و كثافة السائل ρ وفرق الضغط ΔP عبر الفوهة ,

pressure drop across the orifice ΔP. Apply dimensional analysis to derive a relationship.

جد علاقة بين المتغيرات مستخدما التحليل البعدي.



يبين الشكل 1.1 منضومة قياس الجريان حيث توضع صفيحة مثقوبة في انبوب الجريان معترضة السائل الجاري. وينتج عن تضيق ممر السائل هبوطا في ضغطه يقاس بواسطة المانومتر المثبت في جانبي الفوهه.

Fig 1.1 shows the orifice meter system to measure flow rate. The orifice plate is fixed at right angle to the flow direction causing pressure drop. The pressure drop is measured by the manometer fixed across the plate.

Fig (1.1) The orifice meter

الشكل (1.1) المقياس الفوهي

Solution

الحل

Step 1: we write the functional relationship:

اولا : نكتب العلاقة الدالية للمتغيرات:

$$Q = f(d, \rho, \Delta P)$$

Step 2: since we don't have any information about the type and format of the relationship, it can be written as a ***power series***. This implies assigning a number of terms, each term made up of a product of the independent variables raised to an unknown power. In this example, we have three independent variables d, ρ and ΔP

ثانياً : ليست لدينا معلومات عن صيغة هذه العلاقة الدالية ولكن يمكن كتابة الدالة بوجه عام بصيغة ***متسلسلة قوى***. وهذا يعني بالامكان وضع الدالة على شكل مجموعة من الحدود يتألف كل حد من حاصل ضرب المتغيرات المستقلة مرفوعة إلى اسس مجهولة القيم , وفي هذا المثال لدينا ثلاث متغيرات مستقلة , اي لا يعتمد بعضها على الآخر هي d و ρ و ΔP

Assume an unknown power to each variable:

نفترض اساً مجهولا لكل متغير :

$$(\Delta P)^{n3} \;,\; \rho^{n2} \;,\; d^{n1}$$

This is for the first term

هذا للحد الاول

$$(\Delta P)^{n33} \;,\; \rho^{n22} \;,\; d^{n11}$$

This is for the second term, and so on

وهذا للحد الثاني , وهكذا...

Now we can write the power series as:

الآن نضع صيغة متسلسلة القوى لهذه الدالة وهي :

$$Q = K_1 . d^{n1} \;.\; \rho^{n2} . (\Delta P)^{n3} + K_2 . d^{n11} \;.\; \rho^{n22} \;. (\Delta P)^{n33} + \dots\dots\dots \quad (1.2)$$

Where K_1 and K_2 are constants

حيث ان K_1 , K_2 مقادير ثابتة

The power series is then reduced to one term; this will not disturb dimensional homogeneity.

ثم نختزل المتسلسلة إلى حد واحد فقط , وهذا التبسيط لا يخل بتحقيق التجانس البعدي الذي يعد اساسا لعملية التحليل البعدي .

$$Q = K_1 . d^{n1} \;.\; \rho^{n2} . (\Delta P)^{n3} \qquad (1.3)$$

Step 3: substitute for the variables dimensions:

ثالثا : ندرج ابعاد المتغيرات :

Dimensions of Q = dimensions of (volume/time)

ابعاد Q هي ابعاد الحجم مقسومة على ابعاد الزمن :

$$[Q] = [L^3T^{-1}]$$

Dimensions of length:

ابعاد الطول :

$$[d] = [L]$$

Dimensions of density (mass/volume):

ابعادالكثافة هي ابعاد الكتلة مقسومة على ابعاد الحجم :

$$[\rho] = [MT^{-3}]$$

Dimensions of pressure drop:

ابعاد فرق الضغط :

$$[\Delta P] = [MT^{-1}T^{-2}]$$

Step 4: we substitute the variables' dimensions in equation (1.3)

رابعاً : نعوض عن ابعاد المتغيرات في المعادلة (1.3)

$$[L^3\ T^{-1}] = [L]^{n1}\ [ML^{-3}]^{n2}\ [ML^{-1}\ T^{-2}]^{n3}$$

$$[L^3\ T^{-1}] = [L]^{n1}\ [ML^{-3\ n2}]\ [\ M^{n3}\ L^{-n3} T^{-2n3}\ ] \qquad (1.4)$$

Step 5: we write an equation for the powers of each of the base dimensions. The left side of equation 1.4 does not include the dimension M and therefore the value of the power is zero. The right side has M^{n2} and M^{n3} and so the equation for the dimension [M] will be:

خامساً : نكتب معادلات لاسس كل من الابعاد الاساسية , و هذا في واقع الحال هو تطبيق التجانس البعدي . وان الطرف الايسر من المعادلة 1.4 لا يتضمن البعد M لذلك نجعل الاس لـه صـفراً امـا الطـرف الايمـن فيتضـمن M^{n2} و M^{n3} . وعند ضرب المقدارين يجمع اساهما , و هكذا تصبح المعادلة الاسس للبعد [M] الاتي:

$$0 = n_2 + n_3 \qquad (1.5)$$

The equation for the dimension [L] is:

ومعادلة البعد [L]

$$3 = n_1 + (-3n_2) + (-n_3)$$

$$3 = n_1 - 3n_2 - n_3 \qquad (1.6)$$

The equation for the dimension [T]:

ومعادلة البعد [T]

$$-1 = -2n_3$$

$$1 = 2n_3 \qquad (1.7)$$

Step 6: we evaluate the unknown powers, either numerically or in terms of other powers.

سادساً : نقييم الاسس المجهولة, اما بصورة نهائية او بدلالة عدد مختزل منها.

Equation (1.7) shows:

تبين المعادلة (1.7) ان :

$$n_3 = 1/2$$

Equation (1.5) gives:

وتبين المعادلة (1.5) ان :

$$n_2 = - n_3$$

Therefore

اذن :

$$n_3 = - 1/2$$

Substituting in equation (1.6):

وبالتعويض وتبسيط المعادلة (1.6) نحصل على :

$$n_1 = 2$$

In this example we evaluated all powers numerically.

و هنا استطعنا أن نقييم جميع الأسس نهائياً .

Step 7: we substitute in equation (1.3):

سابعاً : نعوض في المعادلة (1.3) عن قيم الاسس لنحصل على :

$$Q = K1 . d^2 . \rho^{-1/2} . (\Delta P)^{1/2}$$

Step 8: The equation is written as:

ثامناً : نرتب المعادلة بصيغتها النهائية :

$$Q = K_1 d^2 \sqrt{(\Delta P/\rho)}$$

Comments

الملاحظات

a- By applying dimensional analysis we derived a useful equation to evaluate the flow rate of any fluid in a pipeline.

أ- بالاستعانة بعملية التحليل البعدي توصلنا لمعادلة مفيدة لحساب معدل جريان أي سائل يجري في أنبوب معين .

b- The constant K_1 should be evaluated using experiments or any other method.

ب- ينبغي تقييم الثابت K_1 باجراء تجارب مختبرية أو بأي طريقة أخرى .

Exercise

تمرين

Experiments for the flow of a fluid inside a pipeline indicate that the pressure difference is a function of the pipe diameter d, its length l, the fluid velocity u, the fluid density ρ and the fluid viscosity μ. Use dimensional analysis to develop an equation for the system. The dimensions of viscosity are:

تشير التجارب المختبرية لجريان مائع في انبوب على ان فرق الضغط بين نهايتيه ΔP يعتمد على قطره d و طوله l وعلى سرعة جريان المائع فيه u وكثافته ρ ولزوجته μ . جد علاقة بين المتغيرات مستخدما التحليل البعدي , علما ان ابعاد اللزوجة :

$$[\mu] = [ML^{-1} T^{-1}]$$

Note

ملاحظة

You will find 5 unknowns in this example, and therefore the power equations will be solved in terms of two unknowns such as n_2 and n_5. Arranging the equation as dimensionless groups the answer will be in the form:

ستحصل على خمسة مجاهيل في معادلات الاسس الثلاث وعليه لا يمكن تقييم الاسس نهائيا وانما تحل بدلالة مجهولين , مثلا n_5 و n_2 وبترتيب المعادلة النهائية على شكل مجاميع غير بعدية ستتوصل الى الصيغة الاتية :

$$(\Delta P/ \rho u^2) = K_1 \, (l/d)^{n_2} \, (\mu/du\rho)^{n_5}$$

1.10 Symbols 1.10 الرموز

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Diameter	L	m	d	قطر الانبوب
Acceleration due to gravity	LT^{-2}	m/s^2	g	التعجيل الجاذبي
Constant equal to g	-	-	g_c	ثابت مساوي للتعجيل الجاذبي g
Constants	-	-	K_1, K_2	ثوابت
Length	L	m	l	الطول
Number of variables	-	-	n	عدد المتغيرات
Pressure difference	$ML^{-1}T^{-1}$	N/m^2	ΔP	فرق الضغط
Volumetric flow rate	L^3T^{-1}	m^3/s	Q	معدل الجريان الحجمي
Velocity	LT^{-1}	m/s	u	سرعة الجريان
Viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m	μ	لزوجة المائع
Density	ML^{-3}	Kg/m^3	ρ	الكثافة

1.11 Problems

1.11 المسائل

1.1 Change the units of the following quantities to SI.

1.1 حول وحدات الكميات الآتية الى النظام الدولي للوحدات

$$Q = 10^3\ ft^3/h\ ,\ \mu = 242\ lb/ft.h\ ,\quad \rho = 1.94\ slugs/ft^3\ ,\quad \Delta P = 600\ psi$$

1.2 Compare the different unit systems and indicate why the SI system is used widely.

1.2 اكتب مقارنة لانظمة الوحدات وبين لماذا اشيع اعتماد النظام العالمي .

1.3 Show that Reynolds number Re is a non-dimensional group. What is the significance of this group?

1.3 اثبت ان المجموعة المعروفة برقم رينولدز Re هي مجموعة غيربعدية , ما هي اهمية هذه المجموعة ؟

1.4 The resistance R to a falling spherical body through a fluid is a function of its velocity and the viscosity of the fluid. If the diameter of the sphere is d, find a relationship by dimensional analysis.

1.4 تعتمد المقاومة R لحركة سقوط جسم كروي خلال مائع على سرعته u ولزوجة المائع μ فاذا كان نصف قطر الجسم d جد علاقة بالتحليل البعدي .

Ans. ج

$(R = K\mu r u)$

1.5 The power generated by a pump PE is a function of the volumetric flow rate Q, the height of liquid column (liquid head) h and the density of the liquid ρ. Apply dimensional analysis to derive a relationship.

1.5 اذا كانت القدرة التي تولدها مضخة PE دالة لمعدل الجريان الحجمي او التصريف Q وإلى ارتفاع عمود السائل h وإلى كثافة السائل ρ و إلى التعجيل الجاذبي g , جد علاقة بالتحليل البعدي .

Ans. ج

$(PE = KQ\rho gh)$

1.6 If the height of the liquid in a capillary tube h is a function to the radius r, the surface tension σ, the density of the liquid ρ and to the gravity acceleration g, find a relationship by dimensional analysis.

1.6 اذا علمت ان ارتفاع السائل في انبوبة شعرية دالة لنصف قطر الانبوب r وإلى الشد السطحي σ وإلى كثافة السائل ρ و إلى التعجيل الجاذبي g جد علاقة بالتحليل البعدي.

Ans. ج

$$\frac{h}{r} = K\,(\sigma/\,\rho g r^2)$$

Fluid Mechanics **2021** **ميكانيك الموائع**

M.Taki Al-Kamil *محمد تقي الكامل*

Chapter 2 الفصل الثاني

Learning objectives of chapter 2

After completing this chapter you should be able to:

1. Identify important fluid properties
2. Apply the concept of density and specific gravity
3. Calculate dynamic and kinematic viscosity
4. Estimate surface tension
5. Determine vapor pressure

اهداف دراسة الفصل الثاني

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

1. تشخيص خواص الموائع
2. تطبيق مفهوم الكثافة والكثافة النسبية
3. حساب اللزوجة الديناميكية واللزوجة الكينماتية
4. تقويم مقدار الشد السطحي
5. تقدير ضغط البخار

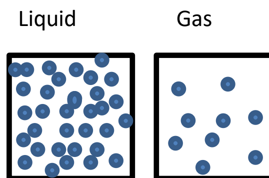
2.1 Introduction

Fluid mechanics is a discipline concerned with the behavior of fluids in motion or at rest; it involves the study of forces acting on liquids and gases. There are many applications of fluid mechanics in the field of engineering; in fact each branch of engineering focuses on an aspect of a specific nature. Civil engineering deals with the design of piping and pumping systems for supplying drinking and irrigation water. Water storage facilities as well as open channel flow systems are also covered by the civil engineer. Mechanical engineers are concerned with the design of pumps, gas compressors and aircraft; and the task requires prior knowledge of the relevant fluid properties and flow characteristics. The chemical engineering field focuses on the flow of fluids in pipes and industrial equipment. For example, pumping liquid from one destination to another requires the determination of the optimal size of a pipe required to convey the liquid. The design of industrial equipment that includes layers of solid particles requires an evaluation of the pressure drop. A good example is the reactor, where gases and liquids flow through layers of solid materials known as ***catalysts***. Sizing of equipment that separate small solid particles from fluids, requires studying the movement of particles through the fluid. The subject of such study is known as ***Particle Mechanics*** and some of its topics will be covered later on.

Studies regarding flow through ducts, pipes or packed solids require information about physical properties, such as density and viscosity, as well as some flow basic concepts which we will cover in this chapter.

2.1 المقدمة

ميكانيك الموائع علم يعنى بدراسة سلوك الماوائع , اي السوائل والغازات , نتيجة القوى المؤثرة فيها , سواء كانت في حالة السكون او الجريان . وله تطبيقات عديدة في المجالات الهندسية حيث يركز كل فرع هندسي على ناحية معينة من ميكانيك الموائع حسب الاختصاص . ففي مجال الهندسة المدنية ينصب الاهتمام على تصميم انظمة انابيب وضخ الماء الى المدن ودراسات الري وتخزين الماء وجريانه في القنوات المكشوفة. ويلزم المهندس الميكانيكي معرفة خواص المائع وطبيعة جريانه لتصميم مضخات السائل او ضاغطات الغاز او الطائرات. وفي مجال الهندسة الكيميائية يتركز الاهتمام على جريان الموائع في الانابيب والمعدات الصناعية , فمثلا اذا اردنا ضخ سائل من مكان الى اخر فالامر يتطلب اختيار حجم انبوب معين وعلينا اختيار اصغر حجم يستوعب مرور السائل وبكلفة منخفضة . تجري الموائع في بعض المعدات الصناعية عبر اجسام صلبة او خلال طبقات من الجسيمات الصلبة مما يجعل دراسة طبيعة الجريان وتخمين هبوط الضغط ضرورة لتصميمها وافضل مثال على ذلك هو المفاعل الذي تجري الغازات والسوائل المتفاعلة فيه خلال حشوة من جسيمات صلبة تشكل ***العامل المساعد*** للتفاعل الكيميائي . وهنالك بعض المعدات التي تعمل على فرز جسيمات صلبة صغيرة الحجم او دقائق ممتزجة بالموائع حيث يقتضي تصميمها دراسة حركة الدقائق في الموائع والقوى المؤثرة فيها , ويسمى العلم المختص بهذه الدراسات ***ميكانيك الدقائق*** , وسوف نتطرق الى بعض مواضيعه في الفصول القادمة .



أن دراسة موضعات مثل جريان الموائع في القنوات او الانابيب او عبر الجسيمات الصلبة تتطلب معرفة الخواص الفيزيائية للموائع , مثل الكثافة واللزوجة , اضافة الى بعض المفاهيم الاساسية التي سنتطرق اليها في هذا الفصل .

2.2 Definition of Fluids

Matter exists in three ***phases***, solids, liquids and gases. Gases and liquids will not resist ***shear forces***, they respond to the smallest shear force and deform accordingly. The deformation continues as long as the force is acting on the fluid. Consequently fluids have different properties compared to solids. The solid phase has stronger molecular forces to maintain its shape. In contrast, the intermolecular forces of the liquids are weaker and therefore they deform easily and assume the shape of the container in which they are placed. Gases have even weaker forces and therefore fill the whole space of the container. Another important characteristic of the fluid is the uniform distribution of the acting pressure to all parts and in all directions.

2.2 تعريف الموائع

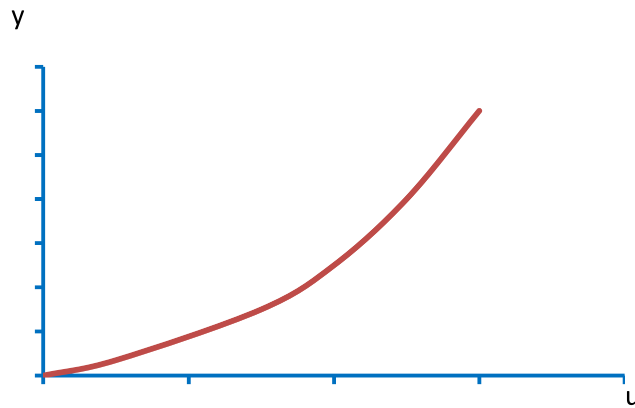
تتواجد المواد في الطبيعة بثلاثة ***اطوار*** هي الطور الصلب والطور السائل والطور الغازي . وتمتلك الغازات والسوائل خصائص تختلف عن المواد الصلبة اذ انها موائع تفتقر إلى مقاومة ***قوى القص*** , أي ان المائع يتغير شكله فينحرف عند تسليط اقل مقدار من قوة القص , و يستمر تحرفه مادامت القوة مؤثرة فيه. تحتفظ المواد الصلبه بشكلها المتماسك بسبب قوة تجاذب جزيئاتها . ولا يتماسك السائل كي يتخذ شكلا هندسيا وانما يأخذ شكل الوعاء الصلب الذي يحويه بسبب ضعف قوى التجاذب بين جزيئاته . اما قوى تجاذب الغاز فهي ضعيفة جدا بسبب تباعد جزيئاته وعليه فان الغاز يملأ الوعاء الذي يحويه . ومن مميزات المائع ايضا قابليته نقل الضغط المسلط عليه إلى جميع نقاطه وفي الاتجاهات جميعاً بالتساوي .

2.3 Shear Stresses in Moving Fluids

Shear stress arises in a fluid due to its motion and therefore is considered as one of the flow characteristics similar to pressure and velocity. This means that shear stresses don't exist when the fluid is at rest or moving with a uniform velocity. As the fluid normally flows over a ***solid boundary***, the layer in contact with the surface adhere to it and obviously will have the same velocity. If the boundary is at rest, then the velocity of the fluid layer is zero. However, the velocity of fluid layers measured at points above the surface will have different values, as shown in fig (1.2). A good example is the flow of oil in pipelines.

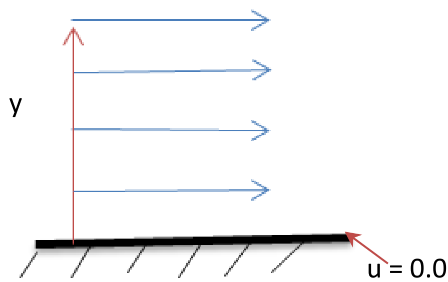
2.3 اجهادات القص في الموائع المتحركة

تتولد ***اجهادات القص*** في المائع اثناء حركته او جريانه فقط , لذا تعد من خصائص الجريان كالضغط والسرعة . وهذا يعني انعدام اجهادات القص عندما يكون المائع في حالة السكون او عندما تكون سرعة الجريان متساوية في جميع نقاطه . وسنلاحظ في معظم الحالات ان المائع يجري وهو بتماس مع ***تخم صلب*** مثل جريان النفط في الانابيب . ان طبقة المائع الملامسة للسطح تلتصق به وبذلك تكون سرعة هذه الطبقة مساوية سرعة التخم اي تساوي صفرا اذا كان التخم في حالة السكون . وتتغير سرعة الطبقات المتتالية كلما ابتعدنا عن التخم كما هو موضح في الشكل (2.1) , وافضل مثال على ذلك هوجريان النفط في الانابيب الناقلة.



توضح الخطوط الافقية طبقات السائل فوق السطح.

Horizontal lines indicate the layers of the liquid flowing over the solid surface.



لاحظ ان طبقة المائع الملامسة للسطح في حالة سكون ثم تزداد السرعة حسب البعد y من السطح .

Note that the fluid layer in contact with the surface is at rest, and then the velocity increases with y.

Fig 2.1 Velocity distribution

الشكل 2.1 توزيع السرعة

The changing value of velocity at different points from the surface indicates the existence of frictional forces between the successive layers of the fluid. Consequently, shear stresses are developed within the layers of fluids in motion. Thus, shear stress τ can be defined as the force F acting on a surface area A.

و يشير تغيير سرعة الجريان في نقاط مختلفة البعد من التخم الصلب الى وجود قوى احتكاكية بين طبقات المائع المتتالية . وبسبب القوى تتولد اجهادات القص في طبقات الموائع الجارية , لذا يمكن تعريف اجهاد القص τ بانه القوة F المؤثرة في المساحة السطحية A .

$$\tau = \frac{F}{A} \qquad (2.1)$$

In contrast to pressure, shear stress is a vector quantity having value and direction with units (N/m^2) and dimensions ($ML^{-1}T^{-2}$).

و بخلاف الضغط فان اجهاد القص كمية متجهة أي لها اتجاه ومقدار , ووحدتها هي (N/ m^2) و ابعادها ($ML^{-1}T^{-2}$) .

2.4 Flow Rate and Velocity

2.4 معدل الجريان والسرعة

Flow rate or ***discharge*** is the amount of fluid passing through a pipe or a duct per unit of time. If the flow rate is measured by volume, it is called ***volumetric flow rate*** Q, having the units (m^3/s). If it is measured by mass, then it is ***mass flow rate*** G, having the units (kg/s). The ***Velocity*** u is a vector quantity, defined as the time rate of ***displacement*** with units (m/s) and dimensions (LT^{-1}).

معدل الجريان او التصريف هو كمية المائع التي تجري عبر مقطع انبوب او قناه في وحدة الزمن , ويسمى احيانا معدل التدفق . واذا قيست كمية المائع بوحدات الحجم نحصل على ***معدل الجريان الحجمي*** رمزه Q ووحداته هي (m^3/s) اما اذا قيست الكمية بوحدات الكتلة فنحصل على ***معدل الجريان الكتلي*** رمزه G ووحداته (kg/s) . ***السرعة*** هي المعدل الزمني ***للانزياح*** وهي كمية متجهة رمزها u ووحدتها (m/s) وابعادها (LT^{-1}) .

$$u = \frac{dl}{dt} \qquad (2.2)$$

Where l is the displacement and t is time

يرمز l الى الانزياح او الازاحة و t الى الزمن

Speed is also the rate of change of position, but it is a ***scalar quantity*** and therefore it has the same value as velocity without direction.

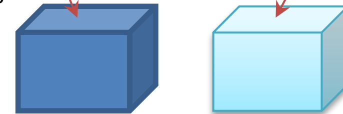
يختلف ***الانطلاق*** عن السرعة بكونه ***كمية غير متجهة*** وعليه يمكن القول ان الانطلاق هو سرعة بدون اتجاه .

2.5 Continuum Hypothesis

The properties of the fluid are commonly associated with its molecular structure. However, most engineering applications are based on the behavior of a specified volume, and, due to the presence of a very large number of molecules, the fluid is therefore assumed to be a ***continuous substance***. The assumption is based on the fact that the distance between the molecules is very small compared to the length of volume of gas under study. The effects due to the movement of molecules are also considered negligible. A good example to explain the continuum hypothesis is the ***density*** of the fluid, defined as the mass per unit volume ($\rho = m/V$). The magnitude of density may differ from one point to another according to the conditions acting at the points within the mass of fluid. If we consider a number of fluid amounts, each having a small volume ΔV and a small mass Δm, then we can define density more accurately by the following formula:

2.5 نظرية الاتصال في الموائع

على الرغم من ان خواص المائع مرتبطة بتركيبه الجزيئي إلا ان معظم التطبيقات الهندسية تخص سلوك حجم محدد من المائع . ونظرا إلى عدد الجزيئات الهائل في بنية المائع فيمكن افتراض ان المائع ***مادة متصلة*** , ويستند هذا الافتراض إلى كون المسافة بين الجزيئات قصيرة جدا مقارنة بطول حجم المائع قيد الدراسة التطبيقية, كما تعد التأثيرات الناجمة عن حركة الجزيئات مهملة . وافضل مثال لتوضيح نظرية الاتصال هو ***كثافة*** المائع التي تعرف بكتلة وحدة الحجوم أي ($\rho = m/V$) , ولكن قد يختلف مقدار الكثافة من نقطة إلى أخرى في المائع حسب الظروف المؤثرة لدى نقطتين , لذا ينبغي اتخاذ عدد من الحجوم الصغيرة حجم كل منها ΔV وكتلته Δm ثم تعريف الكثافة بصيغة ادق هي :



$$\rho = \lim_{\Delta V = 0.0} = \frac{\Delta m}{\Delta V} \qquad (2.3)$$

Equation (2.3) actually demonstrates the application of the continuum hypothesis. It implies that the density has the same value for any volume of the fluid no matter how small it is. However, the small volume should remain significant in comparison to the size of the molecules, and as a result, the influence due to

المعادلة (2.3) في واقع الحال هي تطبيق لنظرية الاتصال حيث تفترض الكثافة لها نفس القيمة لاي حجم من المائع مهما يكن صغيراً , ولكن الحجم الصغير يجب أن يبقى كبيراً مقارنة بابعاد الجزيئات لكي يصبح تأثير حركة الجزيئات مهملاً .

motion of the molecules will be negligible. Accordingly, we can assume quantities such as pressure and velocity will have constant values at any point within the fluid. The continuum hypothesis cannot be applied to inert and rare gases because the distance between molecules is large.

وعلى هذا الاساس يمكن افتراض كميات مثل الضغط والسرعة ثابتة المقدار في أي نقطة من المائع . ولا يمكن تطبيق نظرية الاتصال على الغازات النادرة أو الغازات الخاملة لان البعد بين جزيئاتها يكون كبيراً .

2.6 Density, Specific Gravity, Relative Density and Specific volume

2.6 الكثافة , الثقل النوعي , الكثافة النسبية والحجم النوعي

Density is the mass of a unit volume denoted as ρ; it has the units (kg/m^3) and dimensions (ML^{-3}). Density is defined by equation (2.3). However, the following definition is commonly used:

الكثافة هي كتلة وحدة الحجوم و يرمز لها ρ وحداتها (kg/m^3) و ابعادها (ML^{-3}) وقد عرفناها بالمعادلة (2.3) التي تكتب عادة بالصيغة الآتية :

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (2.4)$$

Specific weight or ***weight density*** γ is the weight of unit volume; it has the units (N/m^3) and dimensions of force divided by volume.

الثقل النوعي ويسمى احيانا الوزن النوعي ***أو الكثافة الثقيلة*** ويعرف بثقل وحدة الحجوم و يرمز له γ وحداته (N/m^3) وابعاده هي ابعاد القوة مقسومة على ابعاد الحجم .

$$\gamma = \frac{mg}{V}$$

$$\therefore \gamma = \rho g \qquad (2.5)$$

Relative density or ***specific gravity*** is defined as the ratio of specific weight of the fluid to the specific weight of water. Another common definition is the ratio of the density of fluid to the density of water.

الكثافة النسبية هي نسبة الثقل النوعي للمائع إلى الثقل النوعي للماء, وتساوي أيضا كثافة المائع مقسومة على كثافة الماء .

Specific volume ν is the reciprocal of density; it has the units (m^3/kg) and dimensions (L^3M^{-1}).

الحجم النوعي هو مقلوب الكثافة ويرمز له ν ووحداته (m^3/kg) و ابعاده (L^3M^{-1}) .

$$\nu = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{m} \qquad (2.6)$$

2.7 Viscosity

2.7 اللزوجة

Some liquids move more easily than others, for example water is lighter than lubricating oil and therefore it flows more readily. This variation indicates the existence of a property which has an impact on the liquid flow; the property is known as ***viscosity***. All fluids, liquids and gases, possess this property and in fact the value of viscosity determines the ***flow regime***. It can also be considered as a measure of the fluid resistance to gradual deformation by shear forces. Conducting the following experiment will provide measurable quantities to determine viscosity. In Fig 2.2, a thin liquid layer of thickness y is placed between two parallel plates having surface area A. A force F is applied to move one of the plates with a velocity u. As a result of the experiment we can conclude:

تنساب بعض السوائل بسهولة مقارنة بغيرها , فالماء مثلاً سائل اخف من زيت المحركات لذلك فانه ينساب بسهولة مقارنة بالزيت . وهذا يعني ان لكل سائل خاصة تتحكم بمعدل جريانه وهذه الخاصة في الواقع هي ***اللزوجة*** , ولاتقتصر اللزوجة على السوائل فقط وانما تعم الموائع أي السوائل والغازات , وبها يتعين سهولة انسياب المائع ويتحدد ***نمط الجريان*** . ويمكن عدها مقياساً لمدى مقاومة المائع إلى قوى القص التي تحاول تحريف شكله. وباجراء التجربة الآتية يمكننا التوصل إلى تعريف اللزوجة بدلالة كميات يمكن قياسها في المختبر . ففي الشكل 2.2 مخطط للتجربة , حيث توضع طبقة رقيقة من السائل سمكها y بين صفيحتين متوازيتين مساحة كل منها A ثم تسلط قوة مقدارها F لتحريك احدى الصفيحتين نسبة إلى الاخرى بسرعة ثابتة مقدارها u . نستنتج من التجربة الآتي :

Which liquid is the most viscous?

Lube oil, Water, Paint or Benzene

a- Keeping the velocity u and the thickness y unchanged, the force A will be proportional to the area A, therefore:

أ- ان القوة F تتناسب طردياً مع المساحة A عند ثبوت كل من السرعة u والسمك y أي أن :

$$F \ \alpha \ A$$

b- Keeping the area unchanged, the force F will be proportional to $\frac{u}{y}$, therefore:

ب- القوة F تتناسب طردياً مع المقدار $\frac{u}{y}$ عند ثبوت المساحة, اي :

$$F \ \alpha \ \frac{u}{y}$$

The ratio $\frac{u}{y}$ denotes the rate of change of velocity known as ***shear rate***, or ***velocity gradient***, having the dimensions (T^{-1}) and units s^{-1}. The experiment results can be written as

تمثل النسبة ($\frac{u}{y}$) معدل تغير السرعة و تسمى ***معدل القص*** او ***تدرج السرعة*** , ابعادها (T^{-1}) ووحدتها (s^{-1}) و يمكن كتابة نتائج التجربة على الوجه الآتي

$$F \ \alpha \ A\frac{u}{y}$$

Or:

أو

$$\frac{F}{A} \ \alpha \ \frac{u}{y}$$

According to equation (2.1), ($\frac{F}{A}$) is the ***shear stress*** and therefore shear stress is proportional to the shear rate. Fig 2.3 shows the linear relationship between shear stress and shear rate.

($\frac{F}{A}$) هو ***اجهاد القص*** τ حسب المعادلة (2.1) , من هذا نستنتج ان اجهاد القص يتناسب طردياً مع معدل القص . و يمثل الشكل 2.3 خطًا بيانيا لهذه التجربة اذ يبين الخط المستقيم العلاقة الطردية بين اجهاد القص ومعدل القص.

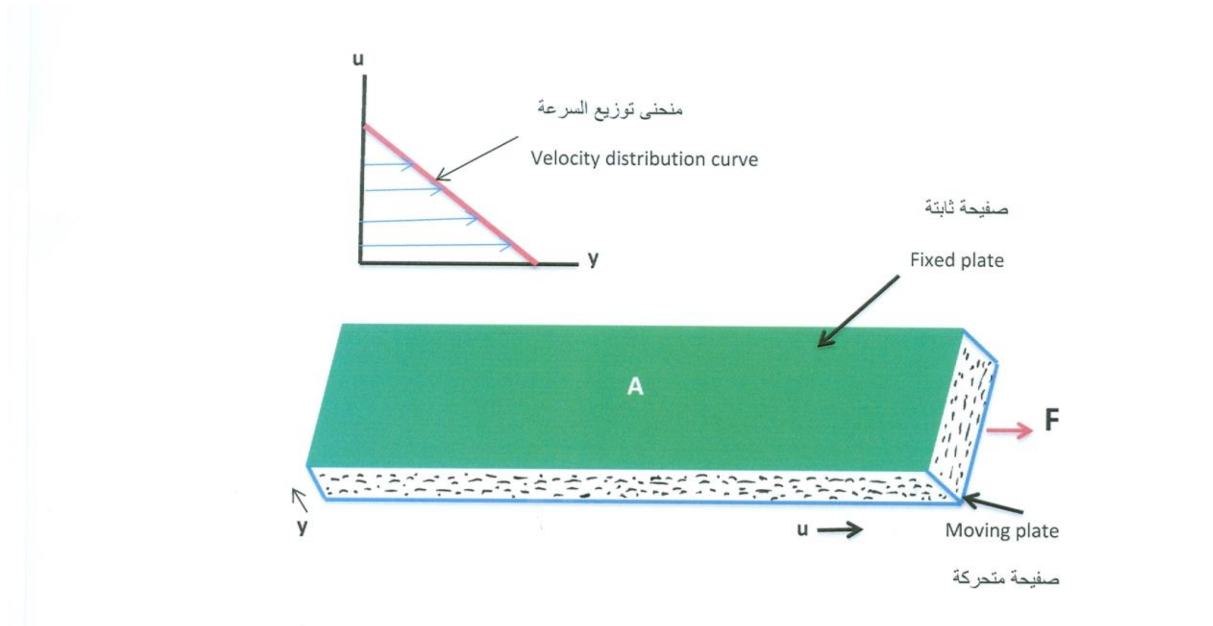


Fig 2.2 Viscosity experiment

الشكل 2.2 تجربة اللزوجة

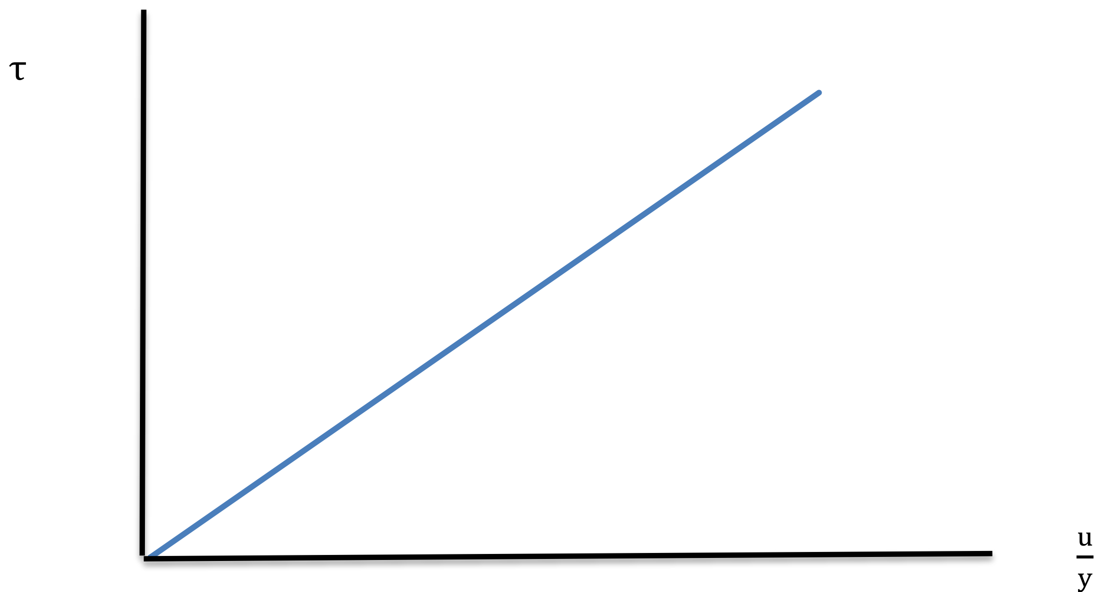


Fig 2.3 Viscosity experiment data

الشكل 2.3 نتائج تجربة اللزوجة

The relationship can also be written in the following format:

ويمكن كتابة العلاقة بصيغة المعادلة الآتية :

$$\tau \ \alpha \ \frac{\Delta u}{\Delta y}$$

The velocity u decreases as the thickness y increases, and infinitesimal velocity changes will be written as ($\frac{du}{dy}$), thus we can write:

و لما كانت السرعة u تتناقص بازدياد البعد y لذا يكتب تدرج السرعة للتغيرات متناهية الصغر بالصيغة ($\frac{du}{dy}$) , وعليه يمكن كتابة المعادلة كالآتي :

$$\tau = -\mu \ \frac{du}{dy} \qquad (2.7)$$

The proportionality constant μ is known as viscosity or ***dynamic viscosity*** and equation (2.7) represents ***Newton's viscosity law***.

ويطلق على ثابت التناسب μ اللزوجة أو ***اللزوجة الديناميكية*** و تمثل المعادلة (2.7) ***قانون نيوتن للزوجة***.

Substituting for units of each quantity in equation (2.7) we arrive at the units of viscosity as (Ns/m^2) or (mNs/m^2), with the dimensions of ($ML^{-1}T^{-1}$). The ***poise*** p or the ***centipoise*** cp, are also used, where (1p = 100 cp) and:

وعند تعويض الوحدات لكل من السرعة والبعد واجهاد القص في المعادلة (2.7) يتضح ان وحدات اللزوجة هي (Ns/m^2) او (mNs/m^2) وابعادها ($ML^{-1}T^{-1}$) . واحيانا يستخدم ***البويز*** رمزه p او ***سنتيبويز*** cp حيث أن (1p = 100 cp) وكذلك :

$$1 \ Ns/m^2 = 1000 \ mNs/m^2 = 10 \ p = 1000 \ cp$$

There are instruments available to provide accurate values of viscosities for liquids, particularly petroleum and heavy oils.

تتوفر اجهزة لقياس لزوجة السوائل بدقة عالية, وبالاخص لزوجة المواد النفطية مثل الزيوت الثقيلة .

2.8 Kinematic Viscosity

2.8 اللزوجة الكينماتية

Defined as the ratio of dynamic viscosity μ of the fluid to its density ρ, denoted ν

هي نسبة اللزوجة الديناميكية μ إلى كثافة المائع ρ و يرمز لها بالحرف اليوناني ν

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad (2.8)$$

The units of ν are (m^2/s) and dimensions (L^2T^{-1}); ***stoke*** is the unit in the cgs system.

ابعادها (L^2T^{-1}) ووحدتها (m^2/s) ويستخدم *السـتوك* احيانا وهو من النظام سنتمتر-غرام- ثانية

1 stoke = 10^{-4} m^2/s

The kinematic viscosity values for gases are higher than liquids, because of the low values of gas densities; whereas the dynamic viscosity values are higher for liquids. Kinematic viscosity is affected by pressure due to density variation.

وتجدر ملاحظة ارتفاع مقدار اللزوجة الكينماتية للغاز نسبة إلى سائل بسبب انخفاض كثافته, بينما تكون لزوجة السائل الديناميـة اعلى من لزوجة الغاز. ويتغير مقدار اللزوجة الكينماتية للغازات بتغير الضغط لان الاخير يؤثر على مقدار الكثافة.

2.9 Temperature Effect on Viscosity

2.9 تأثير درجة الحرارة في اللزوجة

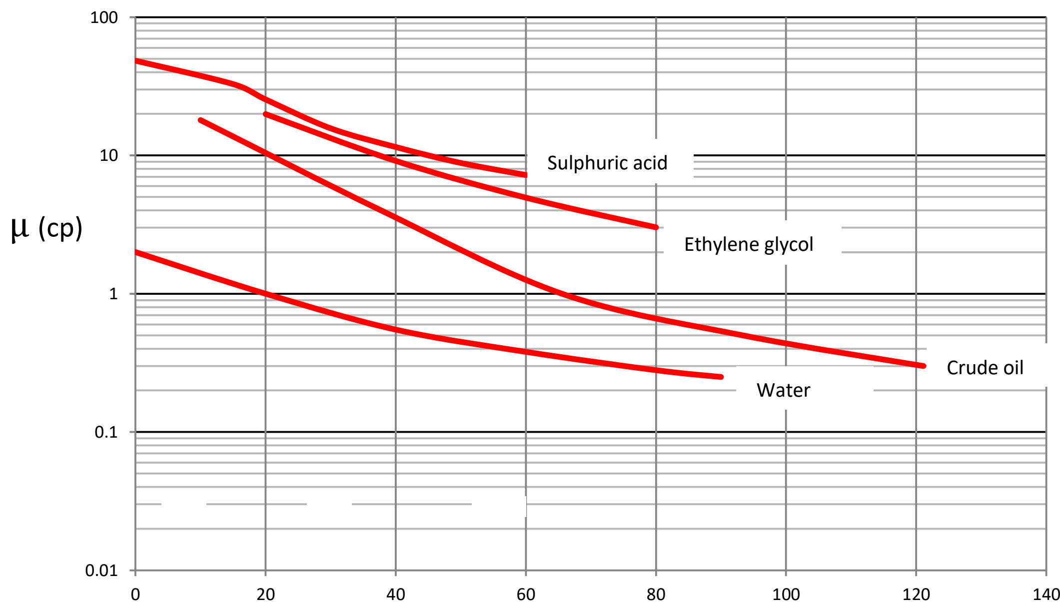
Any rise in temperature will lower the viscosity of liquids and will increase viscosity of gases; see Fig 2.4 and Fig 2.5. It is worth noting that experimental data, as well as ***Kinetic theory***, demonstrate the increase of viscosity for gases with temperature.

تنخفض اللزوجة بارتفاع درجة حرارة للسوائل , اما الغازات فتزداد لزوجتها بازدياد درجة الحرارة كما يتضح في الشكلين 2.4 و 2.5 وتجدر الملاحظة بان ***النظرية الحركية للغازات*** تؤكد ازدياد مقدار اللزوجة بارتفاع درجة الحرارة اضافة إلى ما تظهره التجارب المختبرية .

1 cp (centipoise) = 100 poise
1 cp = 0.001 Ns/m^2

Fig 2.4 Viscosity of some liquids

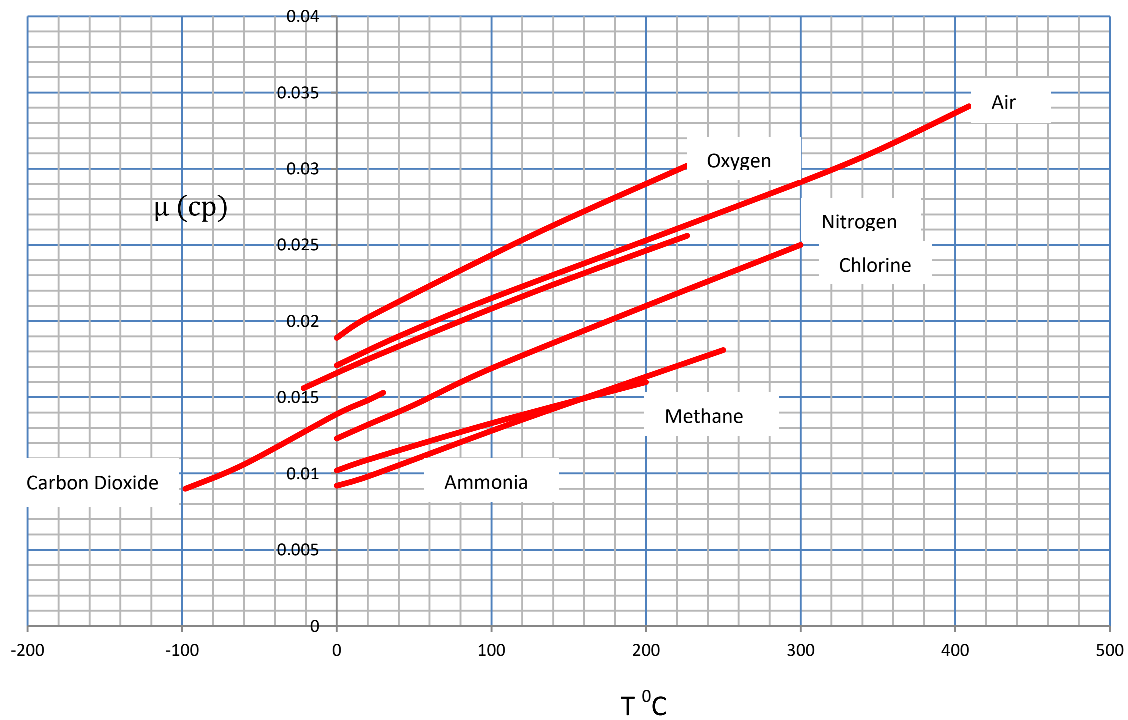
الشكل 2.4 مقادير اللزوجة لبعض السوائل



1 cp (centipoise) = 100 poise

1 cp = 0.001 Ns/m^2

Fig 2.5 Viscosity of gases as a function of temperature **الشكل 2.5** تغير اللزوجة مع درجة الحرارة للغازت



You can find more information on liquid and gas viscosities on the link https://en.wikipedia.org/wiki/Viscosity

Example 2.1

A plate 1mm thick moves between two fixed plates. The gap between the two fixed plates is 2 mm. The area of the moving plate is 0.4 m^2 positioned in the middle of the gap. If the gap between the plates is filled with oil, calculate the force required to move the plate with a velocity of 1 m/s; the viscosity of the oil is 1.48 x 10^{-2} Ns/m^2

مثال 2.1

سحبت صفيحة سمكها 1mm بين صفيحتين ثابتتين يبلغ سمك الفجوة بينهما 2mm وكانت الصفيحة المتحركة تتوسط الفجوة وان مساحتها 0.4m^2 . فما مقدار القوة اللازمة لسحب الصفيحة بسرعة m/s اذا كانت الفجوة بين الصفيحتين الثابتتين مملوءة بزيت لزوجته 1.48 x 10^{-2} Ns/m^2

Solution

Convert the units of viscosity to Ns/m^2

الحل

نحول وحدات اللزوجة إلى Ns/m^2

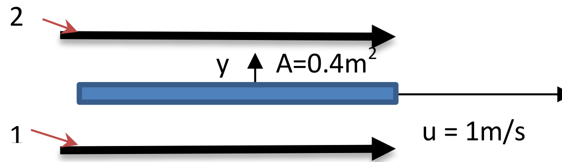


Diagram is not to scale

مخطط توضيحي

The thickness of the gap on each side of the place is 0.5 mm. Shear is developed on both sides of the plate and therefore the area will be doubled to:

سمك الفجوة على جانبي الصفيحة المتحركة يساوي 0.5mm و يلاحظ ان القص يتولد على جانبي الصفيحة المتحركة لذلك يجب ان نتخذ ضعف المساحة :

$$A = 2 \times 0.4 = 0.8 \text{ m}^2$$

Applying equation (2.7):

و باستخدام المعادلة (2.7) :

$$\tau = -\mu \frac{du}{dy}$$

$$\frac{F}{A} = -\mu \frac{du}{dy}$$

Integrating between points 1 and 2

ثم اجراء مكاملة بين النقطتين 1 و 2

$$F/A \int_{y1}^{y2} dy = -\mu \int_{u1}^{u2} dy$$

Velocity at point 2, $u_2 = 0.0$

$y_1 = 0.0$

Therefore: $\frac{F}{A} = \mu \, u_1/y_2$

Or:

$$F = \mu \, . \, A \, u_1/y_2$$

$$F = (1.48 \times 10^{-2} \, Ns/m^2 \times 0.8 \, m^2 \times 1 \, m/s)/ (0.5 \times 10^{-3} m)$$

$$\underline{F = 23.68 \, N}$$

Example 2.2

مثال 2.2

The ***velocity distribution***, that is the relationship between u and depth y for a fluid flowing over a flat plate, is:

يجري مائع فوق صفيحة مستوية, فاذا كانت علاقة السرعة u بالبعد عن الصفيحة y تتمثل بمعادلة ***توزيع السرعة***:

$$u = (3/4) (y) - y^2$$

Draw the velocity distribution and calculate the shear stress at 0.15 m from the plate. The kinematic viscosity is 14.34 stoke and the density of the fluid is 950 kg/m^3.

ارسم منحنى توزيع السرعة ثم احسب مقدار اجهاد القص على بعد 0.15 m علما ان لزوجة المائع الكينماتية 14.34 stoke وكثافته 950 kg/m^3

Solution الحل

Substituting 5 values for y in the velocity distribution equation and then calculating u, we get the following table: (use Excel)

نعوض في معادلة توزيع السرعة خمسة قيم للبعد y ونحسب قيم u باستخدام برنامج اكسل لنتوصل الى الجدول التالي :

y	0.0	0.05	0.1	0.125	0.15	0.17
u	0.0	0.035	0.065	0.078	0.090	0.100

We now plot the velocity distribution curve:

نرسم منحنى توزيع السرعة :

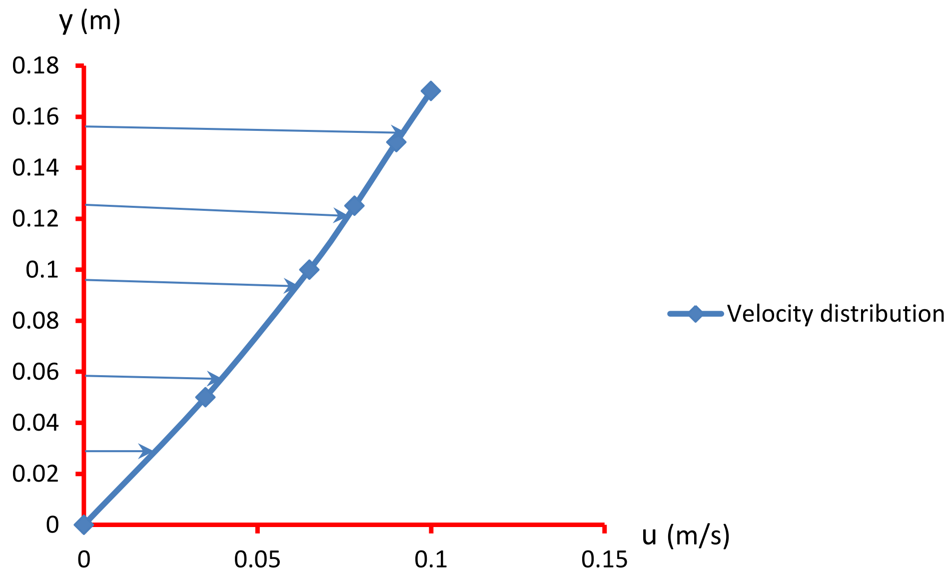


Fig 2.6 Velocity distribution curve منحنى توزيع السرعة **الشكل 2.6**

We notice in Fig 2.6 that the velocity is zero at the contact point with the plate. It increases as the distance increases according to the velocity distribution relationship. We can also notice that the fluid layers flow over the surface with different velocities. τ can be calculated using equation (2.7). However, as the velocity u increases with the increase of y, the minus sign is cancelled and the equation becomes:

نلاحظ في الشكل 2.6 ان السرعة تساوي صفراً في نقطة تماس المائع لدى سطح الصفية , و تزداد بازدياد البعد حسب معادلة توزيع السرعة الممثلة بالمنحني ونلاحظ من المخطط ايضا ان المائع يجري بطبقات مختلفة السرعة .

يمكن حساب τ من المعادلة (2.7) , و تزداد السرعة u كما ذكرنا, بازدياد y لذا تحذف علامة الناقص وتصبح المعادلة :

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

Equation 2.8 is:

لدينا من المعادلة (2.8)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

The units of ν are stoke and hence should be converted to m/s^2 and according to section 2.7 we have:

و لما كانت وحدات ν هي stoke لذا ينبغي تحويلها إلى m^2/s و طبقاً لما ورد في الفقرة 2.7 فان :

$$1 stoke = 10^{-4} m^2/s$$

Therefore:

اذن :

$$\nu = 14.34 \times 10^{-4} \ m^2/s$$

Substituting ν into the above equation:

وبالتعويض عن ν في المعادلة اعلاه نحصل على :

$$\mu = (14.34 \times 10^{-4})(950) = 1.362 \ Ns/m^2$$

To get the value of $\frac{du}{dy}$ we differentiate the velocity distribution equation:

و للحصول على قيمة $\frac{du}{dy}$ نفاضل معادلة توزيع السرعة :

$$u = (3/4)(y) - y^2$$

$$\frac{du}{dy} = (3/4) - 2y$$

Since y = 0.15, therefore:

و لما كان y = 0.15 لذا :

$$\frac{du}{dy} = (3/4) - 2 \times 0.15 = 0.45 \text{ (m/s)/s}$$

Substituting $\frac{du}{dy}$ into equation (2.7)

نعوض عن $\frac{du}{dy}$ في المعادلة (2.7)

$$\tau = (1.362)(0.45) = \underline{0.613 \text{ N/m}^2}$$

Comments

الملاحظات

a- In this example, $\frac{du}{dy}$ is the velocity distribution which was previously named 'shear rate'; it is also known as ***velocity gradient***.

b- The minus sign, in equation (2.7), will be cancelled whenever the velocity increases with the distance from the solid boundary.

أ- يتوضح من هذا المثال ان المقدار $\frac{du}{dy}$ سمي توزيع السرعة الذي سبق ان سمي معدل القص و يدعى ايضا *تدرج السرعة*.

ب- تحذف علامة الناقص في المعادلة (2.7) حين تزداد السرعة بازدياد البعد عن التخم الصلب.

Exercise

تمرين

Find the dynamic viscosity of crude oil at $25C^0$ from Fig 2.4; then calculate the kinematic viscosity in stoke. The specific gravity of the oil is 0.89

جد قيمة اللزوجة الدينامية للنفط الخام بدرجة حرارة $25\ C^0$ من الشكل 2.4 ثم احسب اللزوجة الكينماتية بوحدات ستوك . علما ان الكثافة النسبية للنفط 0.89

2.10 Surface Tension

Surface tension is a fluid property that may have an influence on liquid behavior. It arises as a result of the imbalance in cohesive forces of the molecules at the liquid surface. The molecule attractions are uniform within the mass of the liquid, but not at the surface. The surface is actually an ***interface*** between liquid and air. As a result of the variation in upright and downward forces, an elastic hypothetical membrane is formed; it appears as if it is under the influence of a ***tensile force***. Surface tension develops whenever a liquid is in contact with another liquid or a solid boundary. It is defined as the tensile force acting on a unit length of the liquid surface, denoted σ, having units (N/m) and dimensions (MT^{-2}). Surface tension will change in value according to temperature variation. The phenomenon of surface tension can be demonstrated by placing a needle or a thin blade on the surface. The floating small objects sink into the liquid once the surface membrane is pierced.

The rise of liquids in ***capillary tubes*** is due to the ***cohesion*** between liquid molecules and the ***adhesion*** of the liquid molecules to the tube wall. In this case, the adhesive forces exceed the cohesive forces and consequently the liquid is pulled upwards inside the capillary tube.

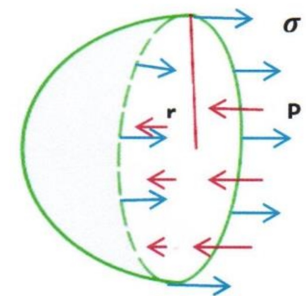
Surface tension influence plays a role in ***two phase flow***, such as the flow of a liquid-gas mixture, as well as the formation of drops and bubbles. However, for drops to form, the surface tension forces acting on the circumference of the drop must balance the forces due to pressure, as seen in Fig 2.7.

2.10 الشد السطحي

وهو خاصة من خواص الموائع التي تؤثر أحيانا في سلوكها , وينتج من عدم توازن قوى التجاذب بين جزيئات السائل لدى سطحه. وتجذب الجزيئات في المائع بعضها بعضاً بالتساوي بجميع الاتجاهات, ولكن عند سطح السائل الذي يمثل في الواقع ***سطح بيني*** بين السائل والهواء, تصبح قوى التجاذب الى الاعلى مختلفة عن القوى المؤثرة إلى الاسفل . ويظهر سطح السائل وكأنه غشاء مطاطي تحت تاثير ***قوة شد*** . ويحدث الشد السطحي لدى تجاور السائل مع مائع آخر او جسم صلب , ويرمز له σ الذي يمثل قوة الشد السطحي على وحدة الطول لسطح السائل و هو يتأثر بدرجة الحرارة , وحداته (N/m) وابعاده (MT^{-2}) . و يشاهد أثر الشد السطحي من طفو بعض الأجسام الصغيرة , مثل الأبرة اوالموس على سطح الماء اذا وضعت بعناية. و تغطس هذه الاجسام اذا ثقب الغشاء السطحي للماء .

ان ظاهرة ارتفاع السوائل في ***الأنابيب الشعرية*** هي نتيجة ***للتماسك*** بين جزيئات السائل و ***التلاصق*** بين جزيئات السائل وجدار الأنبوب, حيث تتفوق قوى التلاصق على قوى التماسك فتسحب السائل الى الاعلى في الانبوب الشعري .

ومن الظواهر الناتجة عن تاثيرات الشد السطحي ***الجريان ثنائي الطور*** , كجريان خليط من السائل والغاز , وكذلك تكوين قطرات السائل و نشوء الفقاعات . وعندما تتكون قطرات السائل أو الفقاعات فالضغط في داخلها يسلط قوة تعادل قوة الشد السطحي المؤثرة في محيطها كما هو مبين في الشكل 2.7 .



الشكل 2.7 تأثير الشد السطحي في قطرة كروية
Fig 2.7 Effect of surface tension on a drop

Force due to pressure P is

قوة الضغط P تساوي

$$r^2 P.\pi$$

The opposite force due to surface tension is:

القوة المعاكسة بسبب الشد السطحي تساوي

$$\sigma\ 2\pi\ r$$

Equating the two forces:

وعند مساواة القوى:

$$P.\pi\ r^2 = \sigma\ 2\pi\ r$$

$$P = \frac{2\sigma}{r} \qquad (2.9)$$

If the surface tension value is known, then the pressure inside a drop can be calculated by Equation 2.9. Values of surface tension for liquids are often included with other liquid properties.

تعطي المعادلة 2.9 قيمة الضغط في داخل القطرة عند معرفة الشد السطحي , وعادة تدرج قيم الشد السطحي للسوائل مع الخواص الأخرى .

Example 3.2

مثال 3.2

Show that the height of water h in a capillary tube in Figure 2.8 is given by:

برهن على أن ارتفاع الماء h في أنبوبة شعرية كما هو مبين في الشكل 2.8 هو :

$$h = \frac{4\sigma \cos\theta}{\rho\, g\, d}$$

Estimate the diameter of the capillary tube holding 30 cm of water at 20 ^{0}C. The angle between the tube wall and the water θ is zero.
Surface tension is 0.073 N/m and density 1000 kg/m^3

ثم جد قطر الأنبوب الشعري الذي يرتفع فيه الماء 30 cm بدرجة ^{0}C 20 علماً بأن زاوية التماس بين الماء وجدران الأنبوبة θ تساوي صفراً .
الشد السطحي 0.073 N/m والكثافة 1000kg/m^3

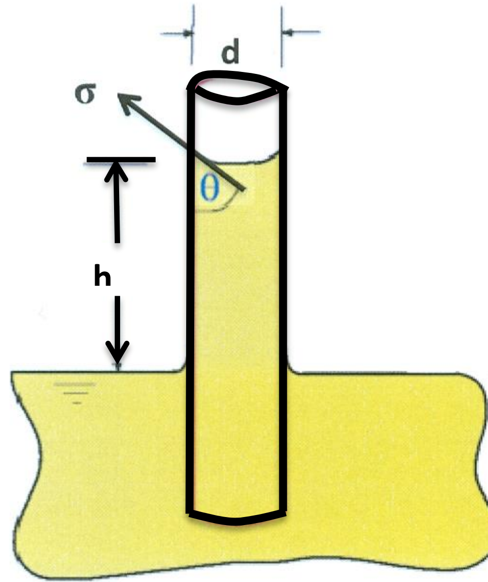


Figure 2.8

الشكل 2.8

Solution

الحل

1. Derivation of the equation

1. اشتقاق المعادلة

Atmospheric pressure acts on the surface of the liquid inside as well as outside the tube; consequently, its influence is cancelled. Thus, the force due to surface tension pulling the liquid upwards is balanced by the force due to the weight of the liquid column.

بـدءاً أن الضـغط الجـوي متسـلط علـى سـطح السـائل فـي داخـل الأنبوبة وخارجها , فهذا يختزل تأثيره وتصبح قوة سحب المـاء إلى الأعلى من أثر الشد السطحي تساوي القوة الناجمة عن ثقل عمود الماء في الأنبوبة .

The upward force = the vertical component of surface tension force x the circumference of the tube

قوة السحب إلى الأعلى = مركبة الشد السطحي إلـى الأعلى x محيط الأنبوب

$$\sigma = \cos\theta \, . \, \pi d$$

The weight of the liquid column = mass x gravity

= volume x density x gravity acceleration

ثقل عمود الماء = الكتلة x التعجيل الجاذبي

= الحجم x الكثافة x التعجيل الجاذبي

$$g \cdot \rho\, (\pi/4) \cdot d^2 \cdot h$$

$$\sigma \cos\theta \times \pi d = g \cdot \rho\, (\pi/4) \cdot d^2 \cdot h$$

$$h = \frac{4\, \sigma \cos\theta}{\rho\, g\, d}$$

2. Calculation of tube diameter, we have

2. حساب قيمة قطر الانبوب , لدينا

$\theta = 0.0, \quad \therefore \cos\theta = 1$

$\sigma = 0.073$ N/m

$g = 9.81$ m/s^2

$\rho = 1000$ kg/m^3

$h = 30$ cm $= 0.3$ m

To calculate d, we

لايجاد قيمة d

Substitute into the equation

نعوض في المعادلة

$$h = \frac{4\, \sigma \cos\theta}{\rho\, g\, d}$$

Will Lead to:

فنحصل على :

$$0.3 = \frac{4 \times 0.073 \times 1}{1000 \times 9.81 \times d}$$

$d = 2.97 \times 10^{-5}$ m

d = <u>0.0297 mm</u>

2.11 Compressibility

It is defined as the ratio of the change in force acting on unit area known as pressure, to the corresponding change in volume relative to the total volume. A gas property that is used to characterize compressibility is the ***bulk modulus of elasticity***, E, defined as

2.11 الأنضغاطية

وهي نسبة مقدار التغير بالقوة المسلطة على وحدة المساحة, اي الضغط , إلى مقدار التغيير النسبي الحاصل في الحجم نتيجة تاثيرالقوة, و تقاس ***بمعامل المرونة الحجمي*** الذي يرمز لـه E حيث ان :

$$E = \frac{dP}{-(\frac{dV}{V})}$$

$$E = - V \frac{dP}{dV} \qquad (2.10)$$

The negative sign indicates that any increase in pressure will cause a decrease in volume.

وتشير علامة الناقص هنا إلى تناقص الحجم عند زيادة الضغط

Considering a unit mass of the gas 1 kg we have:

وإذا اتخذنا وحدة الكتلة من الغاز 1 kg تصبح كثافتة :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{V} \quad , \quad V = \frac{1}{\rho} \qquad (2.11)$$

Therefore:

اذن :

$$V \rho = 1$$

Differentiating the above expression, we get:

وبإجراء التفاضل نحصل على :

$$Vd\rho + \rho dV = 0$$

$$dV = -\left(\frac{V}{\rho}\right) d\rho$$

Substituting V using equation (2.11)

نعوض عن V من المعادلة (2.11)

$$dV = -(1/\rho^2) \quad d\rho \qquad (2.12)$$

Combining equations (2.10, 2.11 and 2.12)

ثم نعوض عن قيم V و dV في المعادلة (2.10)

اي نجمع المعادلات (2.10 و 2.11 و2.12)

$$E = \rho \frac{dP}{d\rho} \qquad (2.13)$$

It is apparent from equation (2.13) that the value of E depends on the relationship between pressure and density. Since density is a function of temperature, the value of E will also depend on temperature. The units of the modulus of elasticity are N/m^2 and its dimensions are those of force divided by area, $ML^{-1}T^{-2}$.

يلاحظ من المعادلة (2.13) أن قيمة E تعتمد على علاقة الضغط بالكثافة, ومادامت الكثافة تعتمد بدورها على درجة الحرارة , فقيمة E تتأثر بتغير درجة الحرارة . ويتخذ معامل المرونة الحجمي وحدات N/m^2 وله ابعاد القوة مقسومة على المساحة أي ($ML^{-1}T^{-2}$) .

Gases are known as ***compressible fluids*** and liquids as ***incompressible fluids*** because the values of compressibility for liquids are relatively small compared to those of gases. However, the values of the bulk modulus of elasticity for gases are significantly smaller than liquids. For example, E for air at normal conditions is 100 kN/m^2 whilst that for water is $2x10^6$ kN/m^2, indicating that the compressibility of air is 20,000 times greater than that for water.

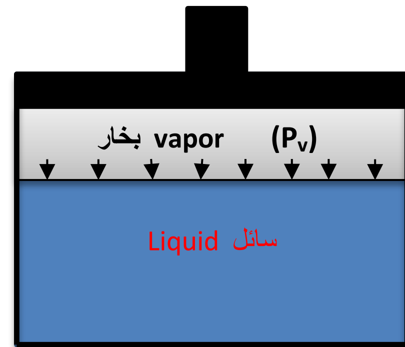
ان انضغاطية السوائل ضئيلة المقدار إذا قورنت بأنضغاطية الغازات وعليه تسمى الأخيرة ***موائع انضغاطية*** بينما تسمى السوائل ***موائع غير انضغاطية***. وأن قيمة معامل المرونة للغازات اقل بكثير من السوائل, ومثال ذلك ان معامل المرونة للهواء بالظروف الاعتيادية يبلغ زهاء 100 kN/m^2 مقارنة بمعامل المرونة للماء وهو $2x10^6$ kN/m^2 وهذا يعني ان الانضغاطية في الهواء اشد 20,000 مرة .

2.12 Vapour Pressure

Vapour pressure of a liquid P_v is the equilibrium pressure of a vapour above the liquid. In other words, it is the pressure of the vapour resulting from evaporation above a sample of liquid in a closed container. When the vapour pressure of a liquid equals the surrounding pressure acting on the liquid, bubbles appear and the liquid approaches ***boiling***; it will start to vaporise. The value of vapour pressure depends on temperature; it increases as the temperature is increased. For example, the vapour pressure of water at 20 ^{0}C is 2.34 kN/m^2, whilst at 100 ^{0}C it is 101.3 kN/m^2. This means water boils at 100 ^{0}C because its vapour pressure is equal to the atmospheric pressure. Vapour pressure is not associated with flow; however, once the pressure of a liquid passing through a pump drops down to the vapour pressure value, **cavitation** occurs. This is the formation of bubbles within the liquid mass due to partial vaporization. Cavitation causes disturbances in pumping systems; the phenomena will be covered in later chapters. Data for vapour pressure are considered essential for the design of some industrial equipment in the oil industry. For example Jet fuel is lighter than Motor fuel because its vapor pressure is higher and will vaporise faster; therefore it should be stored with care. The type of storage tank for petroleum products is actually determined by the value of the vapour pressure of the liquid and the prevailing atmospheric conditions.

2.12 ضغط البخار

يرمز له P_v وهو مقدار ضغط توازن البخار مع السائل , اي الضغط الناجم عن التبخر الجزئي للسائل في وعاء مغلق . ويبلغ السائل حالة ***الغليان*** عند تساوي ضغط بخاره مع ضغط محيطه فتظهر فقاعات الغليان مما يؤدي الى تبخره . ويعتمد مقدارضغط البخارعلى درجة الحرارة حيث يزداد بارتفاع درجة الحرارة , فضغط بخار الماء مثلاً في درجة حرارة 20^0 C هو 2.34 N/m^2 بينما مقداره بدرجة حرارة 100^0 C هو 01.3 kN/m^2 وهذا يعني ان الماء يغلي عند درجة حرارة 100^0 C بسبب بلوغ ضغط بخاره الضغط الجوي .



وعلى الرغم من ان ضغط البخار هو خاصة ليس لها علاقة بجريان الموائع في الاحوال الاعتيادية الا ان انخفاض ضغط السائل الجاري في اجهزة الضخ قد يصل إلى مقدار ضغط بخاره مما يؤدي إلى حدوث ظاهرة ***التجوف***, وهي ظهور فقاعات في السائل نتيجة تبخره جزئياً. وأن حدوث هذه الظاهرة يعرقل عملية ضخ السائل كما سيأتي عرضه لاحقا. ولضغط البخار اهمية في تصميم المعدات والاجهزة المستخدمة في الصناعات النفطية لانه يحدد قابلية السائل للتبخر في هذه المعدات . فمثلا ان مقدار ضغط البخار لوقود الطائرات هو اعلى من وقود السيارات مما يستوجب تخزينه بعناية لانه يتبخر اسرع وعند درجة حرارة اقل . وتجدر الاشارة هنا الى تنوع خزانات المواد النفطية وذلك حسب مقدار ضغط بخار السائل والظروف الجوية السائدة .

2.13 Symbols

2.13 الرموز

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Area	L^2	m^2	A	المساحة
Diameter	L	m	d	قطر الانبوب
Bulk modulus of elasticity	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2 (Pa)	E	معامل المرونة الحجمي
Force	MLT^{-2}	N	F	القوة
Mass flow rate	MT^{-1}	kg/s	G	معدل الجريان الكتلي
Acceleration due to gravity	LT^{-2}	m/s^2	g	التعجيل الجاذبي
Liquid column	L	m	h	ارتفاع السائل
Length	L	m	l	الطول
Mass	M	kg	m	الكتلة
Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2 (Pa)	P	الضغط
Vapour pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2 (Pa)	P_v	ضغط البخار
Volumetric flow rate	L^3T^{-1}	m^3/s	Q	معدل الجريان الحجمي
Radius	L	m	r	نصف القطر
Time	T	s	t	الزمن
Velocity	LT^{-1}	m/s	u	السرعة
Volume	L^3	m^3	V	الحجم
Specific volume	L^3M^{-1}	m^3/kg	v	الحجم النوعي
Thickness	L	m	y	السمك
Specific weight	$ML^{-2}T^{-2}$	N/m^3	γ	الثقل النوعي
Angle	-	deg درجة	θ	زاوية
Dynamic viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ	اللزوجة الدينامية
Kinematic viscosity	L^2T^{-1}	m^2/s	ν	اللزوجة الكينماتية
Shear stress	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	τ	اجهاد القص
Surface tension	MT^{-2}	N/m	σ	الشد السطحي

2.14 Problems

2.14 مسائل

2.1 A liquid has specific gravity 0.85 and dynamic viscosity 2.87 $x10^{-3}$ Ns/m^2. Estimate the kinematic viscosity for the liquid.

2.1 جد اللزوجة الكينماتية لسائل كثافته النسبية 0.85 ولزوجته الدينامية $2.87x10^{-3} Ns/m^2$

2.2 If the kinematic viscosity of petroleum liquid is 10^3 centistoke and its specific gravity is 0.92, determine the viscosity of the liquid in the following unit system:

(a) fps, (b) cgs system and (c) SI

2.2 إذا علمت ان مقدار اللزوجة الكينماتية لسائل نفطي 10^3 سنتيستوك وكثافته النسبية 0.92, جد زلوجة السائل بانظمة الوحدات الآتية

(أ) نظام قدم- باوند- ثانية
(ب) نظام سنتيمتر- غرام – ثانية
(ج) النظام الدولي

2.3 The mass of a barrel of oil is 37 kg and its volume is 0.15 m^3. If the mass of the empty barrel is 1.3 kg, calculate the specific weight of the oil.

2.3 تبلغ كتلة برميل مملوء نفطاً 37 kg وحجمه $0.15\ m^3$ فإذا كانت كتلة البرميل الفارغ 1.3kg , احسب الثقل النوعي للنفط

2.4 A piston, 14.95 cm in diameter, moves inside a cylinder, 15 cm in diameter. The gap is filled with oil whose viscosity is 0.60 poise. If a force of 7.848 N is applied to the piston, estimate the velocity of the piston. The length of piston is to be 21.7 cm.

2.4 يتحرك مكبس قطره 14.95 cm في داخل اسطوانة قطرها 15 cm فاذا كان الحيز البيني مملوءاً زيتاً لزوجته 0.60 poise , جد السرعة التي يندفع بها المكبس تحت تأثير قوة مقدارها 7.848 N باتجاه الحركة علما ان طول المكبس يساوي 21.7 cm .

Ans ج

0.32 m/s

2.5 The velocity distribution for the flow of a fluid inside a pipe is:

2.5 تتدرج سرعة جريان المائع في انبوب من جدرانه إلى خط محوره حسب المعادلة

$$u(r_1) = u_0 [1- (r_1/r)^2]$$

Where r is the diameter of the pipe and r_1 is the varying diameter, so that:

حيث ان r هو نصف قطر الانبوب و r_1 هو نصف القطر المتغير , اي :

At the centre: $r_1 = 0.0$ في مركز الانبوب :

At the wall: $r_1 = r$ وعند الجدران :

u_0 is the velocity along the central line of the pipe. Find a relationship that can be used to calculate shear stress.

و u_0 هي سرعة الجريان على امتداد الخط المركزي او خط المحور. جد علاقة تستطيع ان تحسب بها اجهاد القص.

2.6 The results of an experiment for a solution of water and a polymer at 24.5 ^{0}C are given in the table below:

2.6 سجلت النتائج المجدولة ادناه لتجربة تخص محلول بوليمر – ماء بدرجة 24.5 ^{0}C

معدل القص Shear rate	اجهاد القص Shear stress	معدل القص Shear rate	اجهاد القص Shear stress
(s^{-1})	(N/m^2)	(s^{-1})	(N/m^2)
0.23	5.5	5.8	52
0.36	8.5	9.1	63
0.58	13	14.5	74
0.91	17.5	23	85
1.45	24	36	100
2.3	31.5	58	113
3.6	41	91	130

(a) Draw a graph for shear stress as a function of shear rate
(b) Draw a graph for viscosity as a function of shear rate
(c) Do the graphs show a proportional relationship for Shear stress and shear rate?

(أ) ارسم خطاً بيانيا يمثل اجهاد القص دالة لمعدل القص
(ب) ارسم خطاً بيانياً يمثل اللزوجة كدالة لمعدل القص
(ت) هل تظهر الخطوط البيانية علاقة طردية بين اجهاد القص ومعدل القص؟

2.7 The relationship for volume changes of air due to pressure at constant temperature is:

2.7 تكتب معادلة تغير حجم وضغط الهواء بثبوت درجة الحرارة على النحو الآتي :

$$PV = \text{constant}$$

The equation for the ***isentropic process*** is written as follows:

و تكتب معادلة العملية بثبوت الانتروبي ***العملية الايسنتروبية*** على الوجه الآتي

$$PV^{1\text{-}4} = \text{constant}$$

Show that the modulus of elasticity for the first operation is: E = P

برهن على ان معامل المرونة للعملية الأولى : E = P

And for the second operation is: E = 1.4 P

وللعملية الثانية E = 1.4 P

2.8 Derive a relationship for the rise of a liquid between two parallel plates.

2.8 جد علاقة لحساب ارتفاع السائل بسبب الشد السطحي بين صفيحتين متوازيتين

2.9 Discuss the following statement:

Water boils at a height of 1000 m at a temperature less than 100 C^0.

2.9 ناقش العبارة الأتية:

يغلي الماء على ارتفاع 1000 m بدرجة حرارة اقل من 100 ^0C

2.10 Short Research projects

Investigate the following topics using the internet and other sources of literature. Write a report on your findings including references.

2.10 مشاريع بحثية قصيرة

استخدم الانترنت ومصادر اخرى للبحث في الموضوعات التالية وأعد تقريرا لكل بحث متضمنا ذكر المصادر المعتمدة .

2.10.1 Specific gravity is an important property to identify crude oil. The ***API gravity*** is a measure of how heavy or light the crude is compared to water.

2.10.1 تعد الكثافة النسبية خاصة مهمة لتصنيف النفط الخام كما ويسمى مقياس ثقل او خفة النفط مقارنة بالماء ***API gravity***.

2.10.2 The Society of Automotive Engineers ***(SAE)*** has established a numerical code system for grading motor oils according to their viscosity characteristics.

2.10.2 أسست جمعية مهندسي السيارات ***(SAE)*** نظام لتصنيف زيت محركات السيارات يعتمد اللزوجة كاساس لتميز خصائصه.

2.10.3 Reid vapour pressure ***(RVP)*** is a common measure of the volatility of gasoline.

2.10.3 يعد ضغط بخار ريد ***(RVP)*** مقياسا لمدى تبخر الكازولين.

Fluid Mechanics **2021** **ميكانيك الموائع**

M.Taki Al-Kamil *محمد تقي الكامل*

Chapter 3 الفصل الثالث

Learning objectives of chapter 3

After completing this chapter you should be able to:

1. Determine the pressure and pressure head at various points in a static fluid
2. Explain the concept of manometers and apply equations to calculate the pressure
3. Determine forces acting on submerged plane and curved surfaces
4. Understand the concept of buoyancy, stability, equilibrium and calculate the buoyant force
5. Determine pressure distribution for rotating fluids

اهداف دراسة الفصل الثالث

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

1. تقدير الضغط وعمود الضغط في اجزاء المائع الساكن
2. توضيح مفهوم عمل المانومترات وتطبيق معادلاتها لحساب مقدار الضغط
3. تقدير القوى المؤثرة في السطوح المستوية والمحدبة المغمورة
4. ادراك مفهوم ظواهر الطفو والاستقرار والتوازن وحساب مقدار قوة الطفو
5. تقويم توزيع مقادير الضغط للمائع في حالة الدوران

Fluid Statics *is the branch of fluid mechanics that deals with forces acting within a fluid at rest. In contrast to fluid flow, shear stresses don't exist in the static fluid and therefore viscosity will have no influence on force analysis. Consequently, the analysis will only involve pressure, height of the liquid column and liquid density. Estimation of forces acting on storage tanks is one of the most important applications of statics.*

سكون الموائع *(الأستاتيك) هو فرع ميكانيك الموائع الذي يعنى بدراسة القوى المؤثرة في الموائع الساكنة. وبخلاف جريان الموائع تنعدم اجهادات القص في المائع لذا يختفي تأثير اللزوجة في المائع الساكن. و تقتصر التحليلات على الضغط وارتفاع السائل و كثافته. ولهذا العلم تطبيقات هندسية عديدة, اهمها تقويم القوى المؤثرة في خزانات السوائل.*

3.1 Pressure

3.1 الضغط

Pressure is denoted P; defined as the force acting on a unit area. It has the units of N/m^2, or Pascal (Pa), and dimensions $ML^{-1}T^{-2}$, therefore:

الضغط هو القوة المسلطة على وحدة المساحة , يرمز له P ووحداته هي N/m^2 أو باسكال (Pa) وابعاده $ML^{-1}T^{-2}$ اذن:

$$P = \frac{F}{A}$$

F is force, its units N, and A is the area having the unit m^2. The value of pressure may change from one point to another within the fluid mass and therefore the ***mean pressure*** acting on a small area δA is defined as follows:

F هو القوة, وحداتها N و A المساحة, وحداتها m^2 . وقد يتغير مقدار الضغط من نقطة إلى اخرى في المائع لذا يعرف ***متوسط الضغط*** الذي يؤثر في مساحة صغيرة δA كالآتي :

$$P = \frac{\delta F}{\delta A}$$

As δA approaches zero, the pressure acting on a defined point becomes:

وعندما تقترب قيمة المساحة δA من الصفر يصبح الضغط المؤثر في نقطة معينة :

$$P = \lim_{(\delta A \to 0)} \frac{\delta F}{\delta A}$$

In the differential form:

او بالصيغة التفاضلية :

$$P = \frac{dF}{dA} \qquad (3.1)$$

3.2 Pascal's Law

Consider a small triangular wedge of fluid as shown in Fig 3.1. Now, let us study the relationship between P_x acting in the x direction, P_y acting in the y direction and P_s acting vertically on the inclined surface. If the fluid is at rest then P_x will act vertically on the surface ABFE and similarly P_y on CDEF and P_s on ABCD.

3.2 قاعدة باسكال

لنتخذ جسيماً صغيراً من المائع على هيأة منشور , كما هو موضح في الشكل 3.1 وندرس العلاقة بين الضغط P_x المؤثر باتجاه x و P_y المؤثر باتجاه y و P_s المؤثر باتجاه عمودي على السطح المائل . فاذا كان المائع راكداً سيؤثر الضغط P_x باتجاه عمودي على السطح ABFE ويؤثر P_y باتجاه عمودي على السطح CDEF ويؤثر P_s باتجاه عمودي على السطح ABCD .

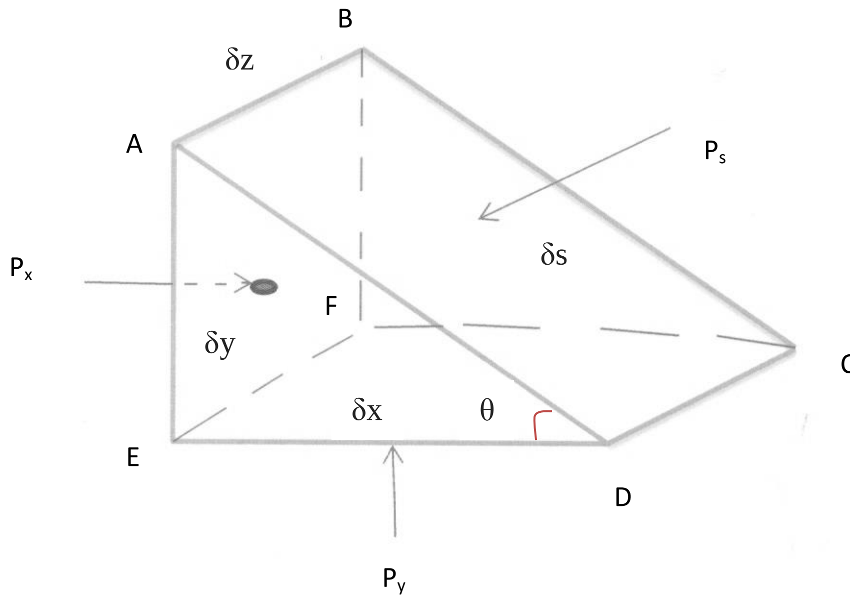


Fig 3.1 Pressure acting at a point in the fluid

الشكل 3.1 الضغوط المؤثرة على نقطة معينة في المائع

To maintain equilibrium, the net force due to pressure, in each direction, must equal to zero. Since shear forces do not exist, the two forces acting in the x direction are:

ولإبقاء حالة التوازن فأن مجمل القوى الناجمة عن الضغط في كل اتجاه مساو الصفر , علماً أن قوى القص معدومة بسبب سكون المائع , فالقوتان المؤثرتان في الاتجاه x هما :

$$(P_x \,.\, \delta_v\, \delta_z\,),\ \ (-\,P_s \,.\, \delta_v\, \delta_z \sin\theta)$$

The minus sign indicates that the second force is acting in the opposite direction to the first one; since the wedge is under equilibrium conditions, hence:

و تبين اشارة الناقص بأن القوة الثانية معاكسة لاتجاه القوة الأولى . ولما كان المنشور مستقراً في حالة توازن لذا :

$$P_x \,.\, \delta_y \,.\, \delta_z + (-\,P_s \,.\, \delta_s \,.\, \delta_z \sin\theta) = 0$$

Also:

كما أن :

$$\text{Sin}\,\theta = \frac{\delta y}{\delta s}$$

Substituting sin θ:

بالتعويض :

$$P_x \,.\, \delta_y\, \delta_z - P_s \,.\, \delta_y\, \delta_z = 0$$

Therefore:

أي أن :

$$P_x \;=\; P_s \qquad\qquad (3.2)$$

In the case of the forces acting in the y direction there will be a third force due to gravity (-mg), where:

وفيما يخص القوى المؤثرة بالأتجاه y فهنالك قوة ثالثة ناجمة عن ثقل المنشور مقدارها (-mg) حيث ان :

m is the mass of the liquid wedge in kg

g is the gravity acceleration in m/s^2

m هو مقدار كتلة منشور السائل kg

g هوالتعجيل الجاذبي m/s^2

Substituting for mass in terms of volume and density ρ, the force will be:

و بالتعويض عن الكتلة بدلالة الحجم والكثافة ρ تصبح القوة مساوية إلى :

$$[-\rho\ \frac{1}{2}\,(\delta_x\ \delta_y\ \delta_s)\ g]$$

The resultant force will be:

ويصبح مجمل القوى الأتي :

$$P_y\ .\ \delta_x\ \delta_z + (-P_s\ .\ \delta_s\ \delta_z \cos\theta) + (-\rho\ \frac{1}{2}\,\delta_x\ \delta_y\ \delta_s\ g) = 0$$

We have:

ثم أن :

$$\cos\theta = \frac{\delta x}{\delta s}$$

δ_z, δ_y, δ_x are small quantities and therefore their value approaches zero. Consequently, the third term in the above equation becomes negligible. Substituting for $\cos\theta$, we get:

والمعلوم أن δ_z, δ_y, δ_x هي مقادير صغيرة لذا يمكن تقريبها الى الصفر, ولهذا يهمل الحد الثالث في المعادلة اعلاه . وبالتعويض عن $\cos\theta$ نحصل على :

$$P_y\ .\ \delta_x\ \delta_z - P_s\ .\ \delta_x\ \delta_z = 0$$

Simplifying:

وبالتبسيط:

$$P_y = P_s \qquad (3.3)$$

It can be noted from equations (3.2) and (3.3):

ويلاحظ من المعادلتين (3.2) و (3.3) أن :

$$P_y = P_s = P_x \qquad (3.4)$$

In fact, the volume of the wedge is so small that it can be considered as a point within the mass of the static fluid. We can therefore note, from equation (3.4), that the pressure components acting at a point within the static fluid are equal. This conclusion is actually ***Pascal's Law*** which states "*the pressure acting at point in a fluid at rest is independent of direction*".

وتجدر الملاحظة بأن حجم منشور المائع صغير جداً لذا يمكن اعتباره نقطة واقعة في المائع الساكن . ونستنتج من المعادلة (3.4) أن الضغوط المؤثرة بجميع الاتجاهات على نقطة في المائع الساكن تكون متساوية. وهذا الاستنتاج هو ***قاعدة باسكال*** التي تنص "*أن الضغط يؤثر في أي نقطة في المائع الساكن بالاتجاهات جميعا* " .

3.3 Pressure Variation in a Static Fluid

3.3 تغيرات الضغط في المائع الساكن

The pressure variation in a fluid at rest can be estimated by conducting a force balance on an infinitesimal volume ($d_xd_yd_z$); see Fig 3.2. If P is acting at the center of the element, and the variation in pressure in the x direction is $(\frac{\partial P}{\partial x})$ then the value of total variation between the center and one of the cube faces becomes $[(\frac{\partial P}{\partial x})\frac{dx}{2}]$. Fig (3.2) shows that P_1 acts on the area (dydz) in the x direction and P_2 also acts on the area (dydz) in the opposite direction. We can express P_1 and P_2 in terms of P as follows:

يمكن حساب مقدار تغيرات الضغط في المائع الساكن باجراء موازنة للقوى المؤثرة على جسيم متناهي الصغر حجمه ($d_xd_yd_z$) كما هو موضح في الشكل (3.2) . فاذا كان الضغط P يؤثر في مركز الجسيم وكان مقدار تغير الضغط بالأتجاه x يساوي $(\frac{\partial P}{\partial x})$ فسيصبح مقدار التغير الكلي بين المركز وأحد الوجهين يساوي تغير الضغط مضروباً بالمسافة بين المركز والوجه أي $[(\frac{\partial P}{\partial x})\frac{dx}{2}]$. يلاحظ في الشكل (3.2) ان الضغط P_1 يؤثر في المساحة (dydz) بالاتجاه x و يؤثر الضغط P_2 في المساحة (dydz) أيضا ولكن بالاتجاه المعاكس , ويمكن كتابة P_1 و P_2 بدلالة P على النحو الآتي:

$$P_1 = P - [(\frac{\partial P}{\partial x})\frac{dx}{2}]$$

$$P_2 = P + [(\frac{\partial P}{\partial x})\frac{dx}{2}]$$

To maintain equilibrium, the net force acting on the element in the x direction must be zero.

ولديمومة حالة التوازن فأن مجمل القوى التي تؤثر في الجسيم بالاتجاه x تساوي صفراً .

$$\Sigma F_x = 0.0$$

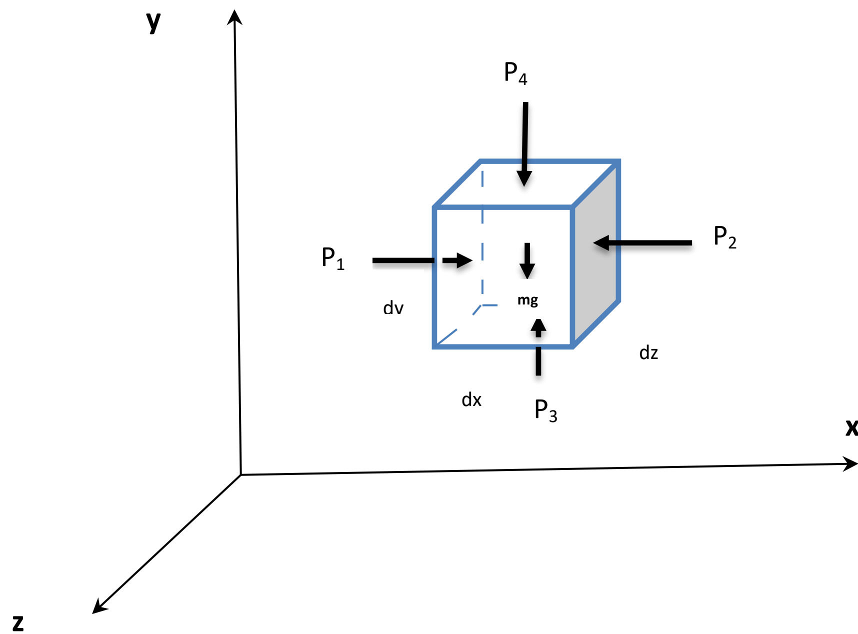


Fig 3.2 Pressure acting on a fluid element

الشكل 3.2 الضغوط المؤثرة في جسيم المائع

$$\Sigma F_x = P_1\,dydz + (-P_2\,dydz)$$

في حالة التوازن تتحول المعادلة الى :

At equilibrium the equation will be:

$$P_1 - P_2 = 0.0$$

وبالتعويض بدلالة P :

Substituting in terms of P:

$$\left(P - \frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) = 0$$

$$-2\left(\frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}\right) = 0$$

$$\therefore \quad \frac{\partial P}{\partial x} = 0$$

وبنفس الطريقه نحصل على:

Similarly, we can show that:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

وهذا يعني ان مقدار الضغط لن يتغير في الاتجاهين x و z او بعبارة اخرى ان الضغط يتساوى بالمقدار عند أي نقطتين تقعان على المستوى الافقي نفسه في المائع . فمثلاً يلاحظ في الشكل 3.3 الضغط المسلط على النقطة S يساوي الضغط المسلط على النقطة R وكذلك الضغط المؤثر في النقطة Q يساوي الضغط المؤثر في النقطة P .

This means that the pressure does not change in the x and z directions. We can therefore conclude that the magnitude of pressure is the same at any two points across a horizontal plane in the fluid. It is noted in Fig 3.3 that the pressure acting at S is equal to that at R and similarly the pressure at Q is equal to that at P.

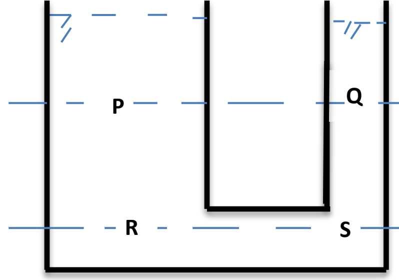


Fig 3.3 Pressure equality

الشكل 3.3 مساواة الضغط

Regarding the forces in the y direction we need to add the force due to the weight of the element (-mg) to the pressure forces, so that:

وفيما يخص القوى المؤثرة في الاتجاه y يجب إضافة قوة ثقل الجسيم (-mg) إلى قوى الضغط , أي:

$$P_3\, d_x\, dz - P_4\, d_x\, dz - mg = 0$$

In terms of P:

وبدلالة P :

$$\left(P - \frac{\partial P}{\partial y}\ \frac{dy}{2} \right) dx\, dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial y}\ \frac{dy}{2} \right) dx\, dz - mg = 0$$

Substituting for mass in terms of density ρ and volume ($d_x\, d_y\, d_z$):

نعوض عن الكتلة m بدلالة الكثافة ρ والحجم ($d_x\, d_y\, d_z$) :

$$\left(P - \frac{\partial P}{\partial y}\ \frac{dy}{2} \right) dx\, dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial y}\ \frac{dy}{2} \right) dx\, dz - \rho\, g\, d_x\, d_y\, d_z = 0$$

Simplifying the equation:

وبتبسيط المعادلة نحصل على :

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\ \rho\, g$$

We have shown that the value of P does not change in the x and z directions. Now, assuming that the pressure does not change with time as well, we can convert the ***partial differential equation*** to a ***total differential equation***:

وقد تبين ان مقدار P لا يتغير بالاتجاهين x و z , واذا افترضنا ان مقدار الضغط لن يتغير مع الزمن ايضا فيمكننا صياغة ***المعادلة التفاضلية الجزئية*** صياغة ***معادلة تفاضلية كلية*** :

$$\frac{dP}{dy} = -\ \rho\, g \qquad (3.5)$$

We can evaluate the actual value of the pressure in the vertical direction by integrating equation (3.5).

وبمكاملة المعادلة (3.5) نحصل على مقدار التغير الحقيقي بالضغط في الاتجاه العمودي .

3.4 Pressure Head

3.4 عمود الضغط

The value of the density of compressible fluids, such as gases, varies according to temperature and pressure. Therefore, if we need to integrate equation (3.5) for a gas, then a relationship between density and pressure will be required. However, for incompressible fluids, such as liquids, the integration will be as follows:

تعتمد كثافة الموائع الانضغاطية مثل الغازات, على مقدار درجة الحرارة والضغط . واذا تطلب الامر مكاملة المعادلة (3.5) لغاز معين فيجب تحديد علاقة بين الكثافة والضغط . أما في حالة الموائع غير الانضغاطية مثل السوائل , فكثافتها ثابتة المقدار لذا نستطيع مكاملة المعادلة (3.5) على الوجه الآتي:

$$\int_1^2 dP = \int_1^2 (-\ \rho\, g)\, dy$$

Since $(\rho\, g)$ is constant, and according to Fig (3.4) the integral gives:

و بما ان $(\rho\, g)$ ثابت , و تبعاً لما هو مبين في الشكل (3.4) فان نتيجة التكامل تصبح :

$$P_2 - P_1 = -\rho g (y_2 - y_1)$$

$$y_2 - y_1 = h$$

$$\therefore P_2 - P_1 = -\rho g h$$

$$P_1 - P_2 = \rho g h \qquad (3.6)$$

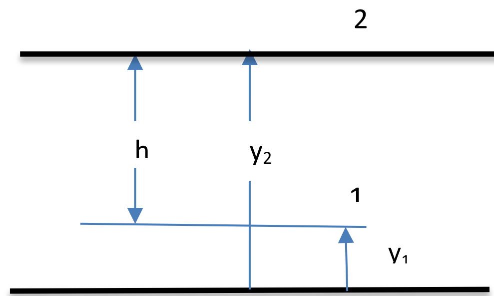


Fig 3.4 Fluid layer **الشكل 3.4** طبقة المائع

Equation (3.6) shows that the pressure difference (P_1-P_2) can be determined from the value of the height of liquid column h, now, if:

يتبين من المعالة (3.6) امكان تخمين فرق الضغط (P_1-P_2) من معرفة ارتفاع عمود السائل h , فاذا جعلنا :

$$\Delta P = P_2 - P_1$$

$$-\Delta P = P_1 - P_2$$

Then equation (3.6) becomes:

فتصبح المعادلة (3.6) كالآتي:

$$-\Delta P = \rho g h$$

or

او

$$h = \frac{-\Delta P}{\rho g} \qquad (3.7)$$

The expression ($\frac{-\Delta P}{\rho\, g}$) or ($\frac{P}{\rho\, g}$) is known as the ***pressure head***; defined as the height of a liquid column required to give a pressure P or pressure difference ($P_1 - P_2$). It is denoted as h and has the units of m and dimensions [L]. The concept of pressure head will be elucidated in the following example:

يسمى المقدار ($\frac{-\Delta P}{\rho\, g}$) أو ($\frac{P}{\rho\, g}$) ***عمود الضغط*** , ويقصد به عمود السائل الذي يولد ضغطا مقداره P , او يولد فرق ضغط ($P_1 - P_2$) , يرمز له h , وحداته m وابعاده [L] وسنوضح مفهوم عمود الضغط في المثال الآتي :

Example 3.1

مثال 3.1

Convert the atmospheric pressure (101.325 kN/m^2) to pressure head resulting from:

a- A column of water; density 1000 kg/m^3

b- A column of Mercury; relative density (specific gravity) 13.595

حول الضغط الجوي (101.325 kN/m^2) إلى مايعادله من:

(أ) عمود ضغط من ماء كثافته 1000 kg/m^3

(ب) عممود ضغط من الزئبق كثافته النسبية 13.595

Solution

الحل

P_0 =101.325 kN/m^2 (kPa), ρ_{H2O} = 1000kg/m^3

ρ_{Hg} = 13.595 x ρ_{H2O}, g = 9.81 m^2/s

We can calculate h using equation (3.7):

نحسب h باستخدام المعادلة (3.7) :

$$h_{H_2O} = \frac{p_0}{\rho_{H_2O} g} = \frac{101.325 \text{ x}10^3}{1000 \text{ x } 9.81} = 10.33 \text{ m}$$

$$h_{Hg} = \frac{p_0}{\rho_{Hg} g} = \frac{101.325 \times 10^3}{13.595 \times 1000 \times 9.81} = 0.760 \text{ m}$$

Comment

The result shows that a column of water 10.33 m high creates pressure equal to the atmospheric value, however only 0.760 m of mercury will be required to produce the same pressure.

ملاحظة

تبين النتيجة ان عموداً من الماء ارتفاعه 10.33 m يولد ضغطاً قدره الضغط الجوي بينما يمكن الحصول على نفس المقدار من عمود زئبق ارتفاعه 0.760 m فقط .

3.5 Absolute and Relative Pressure

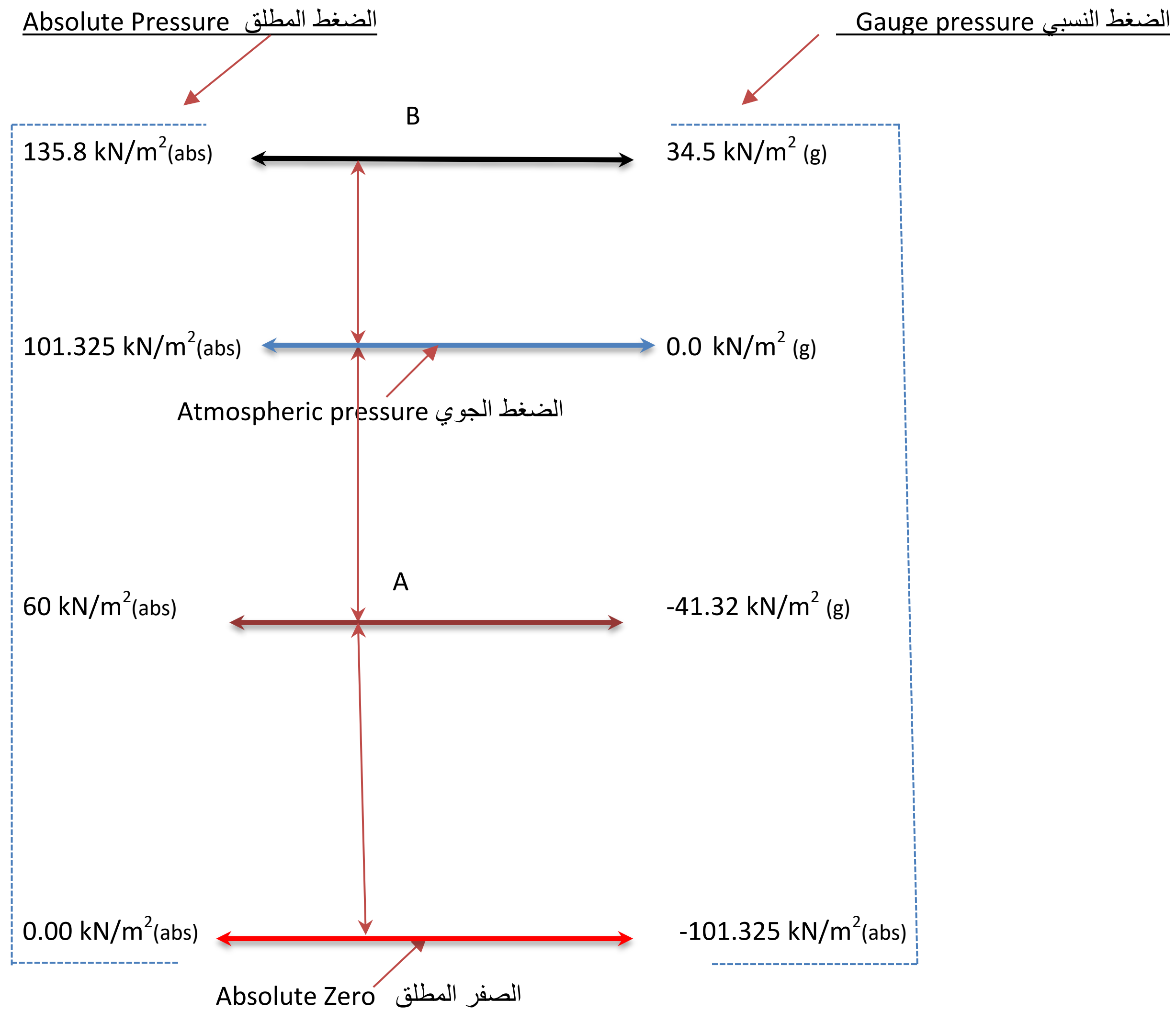
Fig 3.5 shows that the pressure is expressed in two ways; one is relative to ***atmospheric pressure*** and the other relative to the ***absolute zero***. Absolute zero is defined as the pressure that would only occur in perfect vacuum. The pressure measured relative to the absolute zero is called ***absolute pressure***. The atmospheric pressure varies in value according to location; it is measured at sea level to be about 101.325 kN/m^2 abs; the abbreviation "abs" indicates that the pressure is absolute. The value of the atmospheric pressure, in British units, would be 14.695 psia (pound per square inch absolute) where the letter "a" refers to absolute pressure.

The pressure measured relative to the atmospheric pressure is known as the ***relative pressure*** or ***gauge pressure***. The letter "g" is normally used to refer to gauge pressure. The pressure gauge typically reads relative pressure; that is, the zero mark on the instrument is equivalent to the atmospheric pressure value. However, some gauges are calibrated to read absolute pressure values directly.

3.5 الضغط المطلق والضغط النسبي

يتضح في الشكل 3.5 ان الضغط يقاس بطريقتين , اما بالنسبة إلى ***الضغط الجوي*** السائد او نسبة إلى ***الصفر المطلق*** , والصفر المطلق هو مقدار الضغط في حيز مفرغ من الهواء , ويسمى الضغط المقاس نسبة له ***الضغط المطلق*** اما الضغط الجوي فهو متغير المقدار حسب المكان . يتخذ مقداره بمستوى سطح البحر زهاء abs 101.325 kN/m^2 أو بالوحدات البريطانية 14.695 psia . و تشير الحروف "abs" الى كون الضغط ضغطا مطلقا وهي مختصر الكلمة (absolute) بينما يستخدم الحرف a فقط في النظام البريطاني للوحدات .

يدعى الضغط المقيس نسبة إلى الضغط الجوي ***الضغط النسبي*** او ***ضغط المقياس*** و يرمز له بالحرف g أو تكتب كلمة (gauge) التي تعني مقياس الضغط . و يقرأ المقياس عادة ضغطاً نسبياً, أي ان الصفر المثبت عليه يعادل الضغط الجوي, إلا ان بعض المقاييس تدرج بحيث تقرأ ضغطاً مطلقاً بصورة مباشرة.



1 kN/m^2 = 1 kPa

Fig 3.5 Relative pressure values

الشكل 3.5 مناسيب الضغط

It is worth mentioning that the general use of the term "pressure" refers to gauge pressure.

وتجدر الاشارة إلى ان استخدام كلمة "الضغط" وحدها تعني عادة ضغط المقياس.

The pressure below atmospheric is called ***vacuum***. The value of vacuum will be negative, if measured relative to atmospheric pressure, and positive if measured relative to the absolute zero. In fig 3.5 the value of the absolute pressure at A is 60 kN/m^2abs. Whilst its equivalent value, as relative pressure, is equal to -41.32 kN/m^2 vacuum. At B we can also see the two values of pressure indicating that:

يسمى الضغط الذي يقل عن الضغط الجوي السائد ***ضغط الفراغ*** وتكون قيمته سالبة نسبة الى الضغط الجوي وموجبة نسبة إلى الصفر المطلق . ففي الشكل 3.5 يتضح أن مقدار ضغط المطلق في النقطة A هو (60 kN/m^2abs) الذي يعادل ضغطاً نسبيا مقداره (-41.4 kN/m^2) وهذا يعني ان مقياس الضغط سيقرأ ضغط فراغ قدره (- 41.32 kN/m^2) . وفي النقطة B نلاحظ مقدارين للضغط مما يدل على ان :

Absolute = Relative (gauge) + Atmospheric

الضغط المطلق = الضغط النسبي + الضغط الجوي

Example 3.2

A tank 3.66 m high contains 0.61 m water and the rest is filled with oil. The tank is vented to the atmosphere by a short pipe at the top. Calculate the absolute pressure exerted on the water layer and the pressure at the bottom of the tank. Determine the relative pressure at the bottom of the tank.

Water density = 1000kg/m^3, g = 9.81 m/s^2

Oil density= 917kg/m^3, P_0 = 101.3kN/m^2

مثال 3.2

خزان ارتفاعه 3.66m يحتوي ماء بعمق 0.61m و نفطاً في الحجم المتبقي . يوجد انبوب تنفس في غطاء الخزان العلوي . احسب الضغط المطلق المسلط على طبقة الماء والضغط المسلط على قعر الخزان , ثم جد مقدار الضغط النسبي على القعر .

كثافة الماء 1000 kg/m^3 , كثافة النفط 917kg/m^3

الضغط الجوي 101.3kN/m^2, التعجيل الجاذبي 9.81 m/s^2

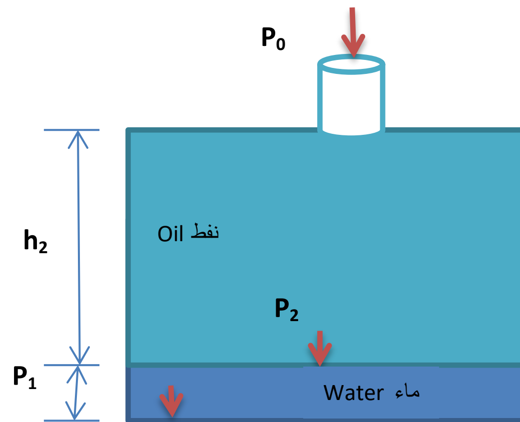


Fig 3.6 الشكل 3.6

Solution **الحل**

$h = h_1 + h_2$, $h_2 = 3.66 - h_1$, $h_1 = 0.61m$

$P_0 = 101.3 kN/m^2$, $\rho_{water} = 1000\ kg/m^3$

$\rho_{oil} = 917\ kg/m^3$ $g = 9.81\ m/s^2$

(a) Fig 3.6 shows that the absolute pressure acting at the surface of the water layer P_2 is equal to the atmospheric pressure plus the pressure due to the oil column, therefore:

(أ) يتضح في الشكل 3.6 ان الضغط المطلق المؤثر في طبقة الماء P_2 يساوي الضغط الجوي مضافاً اليه الضغط الناجم عن عمود النفط أي :

$P_2 = P_0 + h_2\ \rho_{oil}\ g$

$h_2 = h - h_1 = 3.66 - 0.61 = 3.05\ m$

$P_2 = 101.3 \times 10^3\ N/m^2 + 3.05\ m \times 917\ kg/m^3 \times 9.81\ m/s^2$

$= 128737\ N/m^2 =$ $\underline{128.37\ kN/m^2\ (kPa)}$

(b) The absolute pressure at the bottom of the tank is estimated by:

(ب) يحسب الضغط المطلق الذي يؤثر في قعر الخزان P_1 من المعادلة :

$P_1 = P_2 + h_1\ \rho_{water}\ g$

$P_1 = 128737\ N/m^2 + 0.61\ m \times 1000\ kg/m^3 \times 9.81\ m/s^2$

$= 134721.1\ N/m^2 =$ $\underline{134.721\ kN/m^2\ (kPa)}$

The gauge pressure P_g will be:

الضغط النسبي P_g هو :

$P_g = P_1 - P_0$

$P_g = 134721.1\ N/m^2 - 101.3 \times 10^3\ N/m^3$

$= 33421.1\ N/m^2 =$ $\underline{33.421\ kN/m^2\ (kPa)}$

Comment

The reading of a pressure gauge fixed at the bottom of the tank will be 33.4 kN/m^2.

ملاحظة

لو ثبت مقياس ضغط في قعر الخزان فيسقرأ 33.4 kN/m^2.

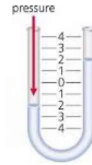
3.6 The Manometer

Manometers are instruments used to measure pressure; their operation is based on a technique involving the rise of the liquid inside a glass tube. The simplest type of this instrument consists of a vertical or inclined glass tube attached to a container, or to a pipeline allowing the liquid to rise inside the tube. The common type consists of a U shaped glass tube containing liquid heavier than the fluid in the container. The liquid of the manometer must not mix or react with the other fluid. The relationship between pressure and pressure head forms the basis for the measurement and estimation of pressure by the manometer. In what follows, we will consider some types of the popular manometers.

3.6 قياس الضغط بواسطة المانومتر

يقاس ضغط السائل بواسطة المانومتر استنادا الى مقدار ارتفاع عمود السائل فيه, ويتألف ابسط انواع المانومترات من انبوبة شفافة شاقولية أو مائلة تتصل بخزان , أو بانبوب رئيسي , حيث يرتفع السائل المراد قياس ضغطه في الانبوبة. والمانومتر شائع الاستعمال عبارة عن انبوبة زجاجية على هيئة حرف U تحتوي سائلاً اثقل من المائع المراد قياس ضغطه . وينبغي ان لا يمتزج سائل المانومتر مع المائع الاخر وان لا يتفاعل معه كيميائياً. و تشكل علاقة الضغط بعمود الضغط اساساً لقياس وتقدير الضغط بواسطة المانومتر .

سنذكر في الفقرات الاتية بعض انواع المانومترات المستعملة لقياس للضغط .



3.6.1 The Piezometer

It consists of a vertical tube attached to a container in which the pressure is desired. The height of the liquid column depends on the pressure as shown in Fig 3.7. The piezometer reads gauge pressure, because it is open to the prevailing atmospheric pressure.

3.6.1 البيزومتر

هو انبوبة شاقولية تثبت على الانبوب أو الوعاء الذي يحتوي مائع بضغط معين , حيث يعتمد ارتفاع عمود المائع فيه على مقدار الضغط كما هو مبين في الشكل 3.7 . يقرأ البيزومتر ضغطاً نسبياً لكون نهايته العليا مفتوحة إلى الضغط الجوي السائد .

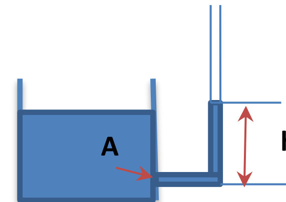


Fig 3.7 Piezometer **الشكل 3.7** البيزومتر

For example, the pressure at A is due to the column of liquid h, and can be calculated using equation (3.8)

فمثلا ينجم الضغط في النقطة A من عمود السائل h ويحسب من المعادلة (3.8)

$$P_A = \rho g h \qquad (3.8)$$

The piezometer is used to measure the pressure of liquids only. It cannot be used for high pressures, because the liquid may rise and overflow from the tube.

يستعمل البيزومتر لقياس ضغط السوائل فقط, ولايمكن استخدامه لقياس ضغط عال, لان السائل سيصل فيه الى ارتفاع غير عملي ويتدفق من الانبوبة.

3.6.2 Simple Manometer

3.6.2 المانومتر البسيط

Fig 3.8 shows a simple U tube manometer containing a heavy liquid such as mercury. It is attached to a pipeline transporting a fluid. The heavy liquid is pushed up by the pressure of the fluid inside the pipeline. The value of the pressure is calculated as follows:

يبين الشكل 3.8 مائعا يجري في انبوب متصل بمانومتر بسيط على هيأه U. يحتوي المانومتر سائلاً ثقيلا كالزئبق الذي يندفع بسبب الضغط إلى ارتفاع معين يحسب منه مقدار الضغط على النحو الآتي :

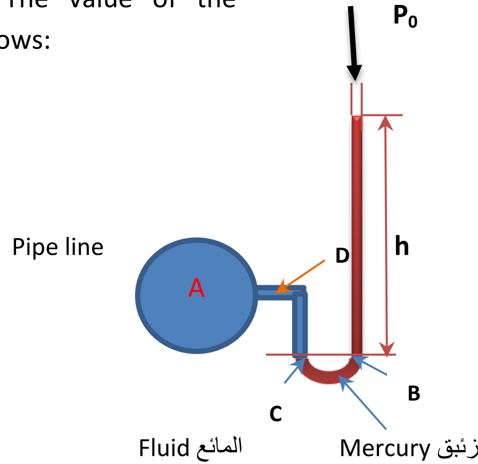


Fig 3.8 Simple Manometer

الشكل 3.8 المانومتر البسيط

Since the pressure at B is equal to that at C thus:

لما كان الضغط عند النقطة B يساوي الضغط عند النقطة C لذا :

$$P_B = P_0 + h\,\rho_{Hg}\,g \qquad (3.9)$$

Where P_B refers to the absolute pressure at B and ρ_{Hg} is the density of mercury. The pressure at C and D has the same value which is equal to the pressure of the fluid inside the pipeline at A. Thus we can determine the pressure in a container or in a pipeline by simply measuring the height of the mercury column h.

حيث ان P_B هو الضغط المطلق عند النقطة B و ρ_{Hg} كثافة الزئبق . وبما ان الضغط عند النقطة C هو نفس الضغط عند النقطة D الذي بدوره يساوي ضغط المائع في الانبوب عند النقطة A فعليه يمكن معرفة مقدار ضغط المائع في انبوب أو وعاء بمجرد قياس ارتفاع الزئبق h .

3.6.3 Differential Manometer

3.6.3 المانومتر التبايني

To measure the pressure difference ($P_1 - P_2$) across an ***orifice plate*** in a pipeline, a manometer is fixed as shown in Fig 3.8. This arrangement, for measuring pressure by a differential manometer, can be used for two pipes or across any restriction in a pipe that causes pressure drop.

The pressure difference can be calculated as follows:

اذا اردنا قياس فرق الضغط ($P_1 - P_2$) في نقطتين واقعين على جانبي ***صفيحة مثقوبة*** تعترض الجريان في انبوب معين فيمكننا ربط المانومتر كما هو مبين في الشكل 3.8 , ويمكن ايضا ربط المانومتر التبايني بانبوبين مختلفين او عبر اي تضيقة في الانبوب تسبب هبوطاً في الضغط .

يحسب فرق الضغط بدلالة ارتفاع سائل المانومتر على النحو الآتي :

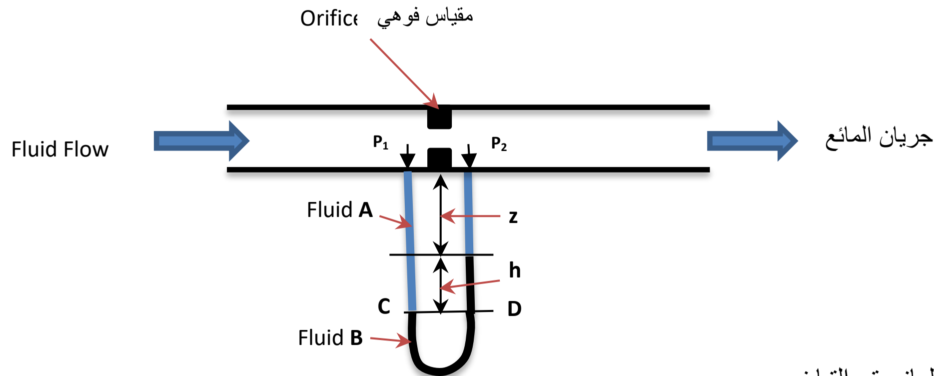


Fig 3.8 Differential Manometer

الشكل 3.8 المانومتر التبايني

The pressure at C is equal to that at D, thus:

الضغط عند النقطة C يساوي الضغط عند النقطة D أي :

$$P_C = P_D$$

$$P_C = P_1 + (z+h)\,\rho_A\,g$$

$$P_D = P_2 + h\,\rho_B\,g + z\,\rho_A\,g$$

ρ_A is the density of fluid A and ρ_B is of B:

ρ_A هي كثافة المائع A و ρ_B كثافة المائع B , اذن :

$$\therefore P_1 + (z+h)\,\rho_A\,g = P_2 + h\,\rho_B\,g + z\,\rho_A\,g$$

$$P_1 - P_2 = h\,\rho_B\,g + z\,\rho_A\,g - z\,\rho_A\,g - h\,\rho_A\,g$$

$$P_1 - P_2 = h\,g\,(\rho_B - \rho_A) \qquad (3.10)$$

If fluid A is gas, we can neglect the pressure due to its weight. This is because the density of A is small compared to B and therefore equation 3.10 becomes:

اذا كان المائع الجاري في الانبوب غازا فيمكن اهمال الضغط الناجم من ثقل عمق المائع A . ويعود السبب إلى كون مقدار كثافة الغاز صغيرا مقارنة بكثافة المائع B وعليه تختصر المعادلة 3.10 إلى :

$$P_1 - P_2 = h\,g\,\rho_B \qquad (3.11)$$

3.6.4 Inverted Manometer

3.6.4 المانومتر المقلوب

This manometer is used to measure pressure difference between two pipelines carrying the same fluid; see Fig 3.9. The height of the liquid column is controlled by opening valve A to allow for the “in and out” movement of air above the liquid. Ignoring the effect of the weight of air above the liquid, the pressure difference can be calculated as follows:

يستعمل هذا المانومتر لقياس فرق الضغط بين انبوبين ينقلا نفس المائع كما هو مبين في الشكل 3.9 , ويمكن التحكم بمستوى ارتفاع السائل في المانومتر بفتح الصمام A للسماح بدخول او طرد الهواء فوق السائل . وعندما يهمل تأثير ثقل عمود الهواء يحسب فرق الضغط كالآتي :

$$P_1 - P_2 = h\,\rho\,g \qquad (3.12)$$

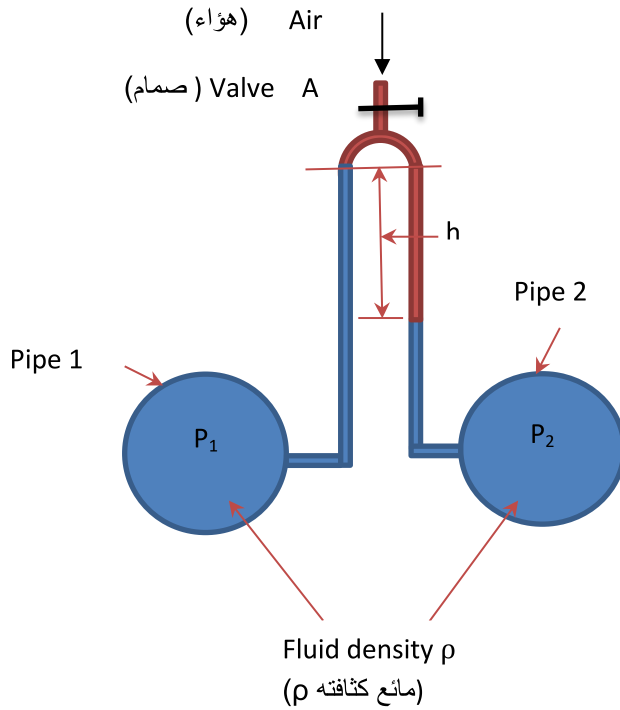


Fig 3.9 Inverted manometer

الشكل 3.9 المانومتر المقلوب

3.6.5 Inclined Manometer

3.6.5 المانومتر المائل

This manometer registers a better reading than a vertical tube and is used to measure small values of pressure difference, see Fig 3.10

يستعمل هذا المانومتر لقياس فرق الضغط صغير المقدار لانه يؤشر قراءة اكبر مما لو كان الانبوب قائماً. انظر الشكل 3.10

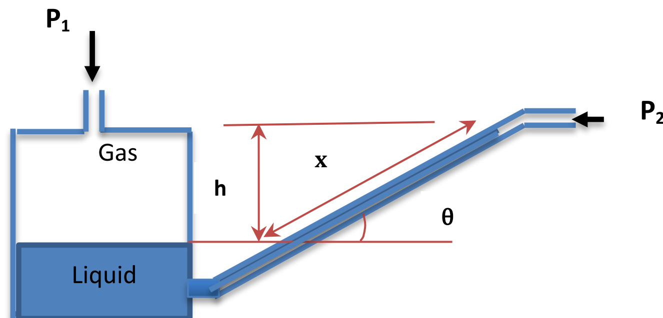


Fig 3.10 Inclined manometer

الشكل 3.10 المانومتر المائل

The pressure difference is calculated in terms of x by the following equation:

يحسب فرق الضغط بدلالة x من المعادلة الآتية :

$$P_1 - P_2 = \rho\, g\, h = \rho\, g\, x \sin\theta \qquad (3.13)$$

3.7 The Barometer

3.7 البارومتر

This instrument is used to measure the absolute values of atmospheric pressure. It consists of an inverted glass tube, closed at one end and filled with ***mercury***. The tube is immersed in a container of mercury as shown in Fig 3.11.

هو جهاز يستعمل لقياس الضغط الجوي بوحدات ضغط مطلقة ويتألف من انبوبة زجاجية مملوءة بـ***الزئبق*** مقلوبة في حوض زئبق كما مبين في الشكل 3.11

The mercury rises to a height h above the level in the container balancing the atmospheric pressure. The effect of vapour pressure (about 1.59×10^{-4} kN/m^2) above the mercury column is small compared to atmospheric pressure (P_0 = 101.325 kN/m^2) and therefore can be ignored, so we can write:

يتخذ الزئبق ارتفاعاً قدره h فوق مستواه في الحوض حيث يعادل الضغط الجوي P_0 . و يمكن اهمال تأثير ضغط بخار الزئبق المسلط على عموده والبالغ زهاء (1.59×10^{-4} kN/m^2) باعتباره مقداراً صغيراً مقارنة بالضغط الجوي (P_0 = 101.325 kN/m^2) لذا :

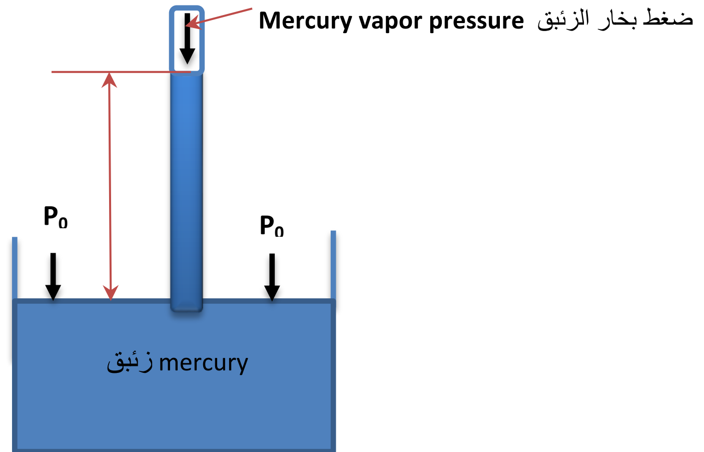


Fig 3.11 the Barometer

الشكل 3.11 البارومتر

$$P_0 = h\ \rho_{Hg}\ g$$

Substituting for values of g, ρ_{Hg} and P_0 we get:

و بالتعويض عن قيم g و ρ_{Hg} و P_0 نحصل على

$$101.325 \times 10^3 = h \times 13.546 \times 10^3 \times 9.81$$

$$h = 0.762\ m = 76.49\ mm$$

The result shows that *the atmospheric pressure is equivalent to a mercury column of height equal to about 0.762 m.*

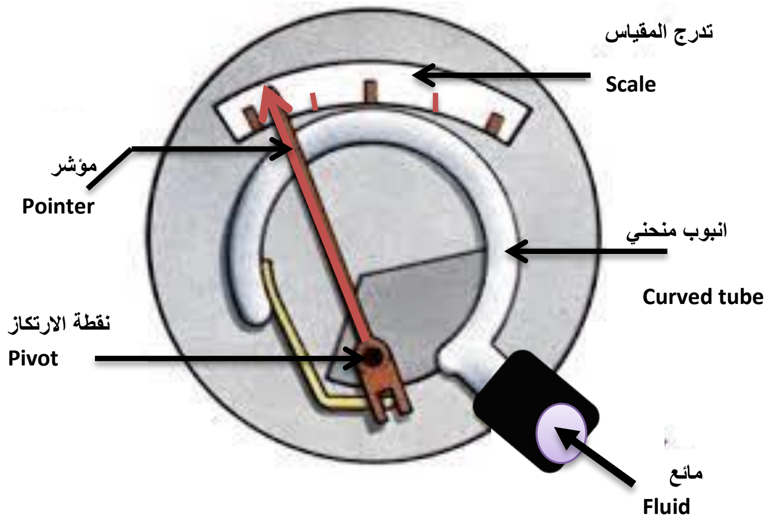
و هذا يعني ان *الضغط الجوي يكافئ عموداً زئبقياً ارتفاعه 0.762 m على وجه التقريب.*

3.8 Bourdon Gauge

A typical Bourdon gauge is shown in Fig 3.12; it consists of a hollow elastic curved metal tube, one end is closed and the other is connected to a pressure source such a pipeline or a container. The pressure, due to the fluid inside the tube, causes a movement of a pointer indicating the value of the pressure. The movement is due to the straightening of the elastic tube which is proportional to the pressure. The gauge reads relative pressure due to the effect of atmospheric pressure on its outer curved surface. The gauge can be calibrated to read high pressure values in kN/m^2 (kPa), bar or to read vacuum in mmHg.

3.8 مقياس بوردون

يوضح الشكل 3.12 مقياس بوردون المتكون من انبوب معدني منحني , أحدى نهايتيه مغلقة والأخرى متصلة بالانبوب او بالخزان المراد قياس ضغط المائع فيه . وعندما يدخل المائع في الانبوب يسبب انفتاحاً يتناسب طردا مع الضغط فيحرك مؤشراً يبين مقدار الضغط . يقرأ المقياس ضغطاً نسبياً بسبب تأثير الضغط الجوي على السطح الخارجي للانبوب المنحني . ويمكن معايرة المقياس ليقرأ ضغوط عالية بوحدات kN/m^2 (kPa) او bar أو ليقرأ ضغوط فراغ بوحدات ملليمتر زئبق (mmHg) .





1 bar = 10^5 Pa

1Pa = 1N/m^2

1 bar =14.5037 psi

Fig 3.12 Bourdon Gauge

الشكل 3.12 مقياس بوردون

Example 3.3

A U-tube manometer is connected at points A and B of an inclined water pipeline. If B is higher than A by 0.3 m and the height of the mercury in the manometer is 0.7 m, as illustrated in Fig 3.13, determine the pressure difference between the two points. The density of water is 1000 kg/m^3 and that of mercury is 13600 kg/m^3.

مثال 3.3

ربط مانومتر على هيئة U بنقطتين A و B لانبوب مائل يجري فيه ماء. فاذا كانت النقطة B تعلو النقطة A بمقدار 0.3 m وكان ارتفاع الزئبق في المانومتر 0.7 m كما هو مبين في الشكل 3.13 , احسب فرق الضغط بين النقطتين علما ان كثافة الماء 1000 kg/m^3 و كثافة الزئبق 13600 kg/m^3 .

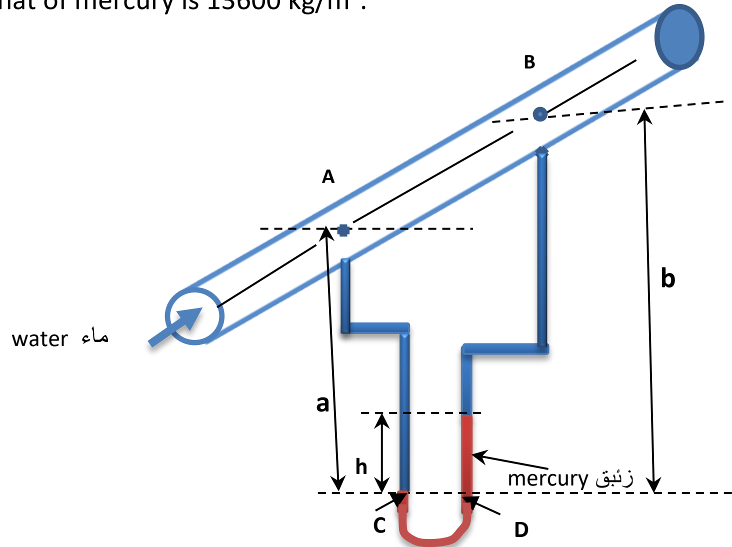


Fig 3.13

الشكل 3.13

Solution

الحل

$$h = 0.7m,\ (b-a) = 0.3\ m,\ \rho_{H2O} = 1000\ kg/m^3$$

$$\rho_{Hg} = 13600\ kg/m^3,\ g = 9.81\ m/s^2$$

The pressure at C is equal to that at D,

الضغط عند النقطة C يساوي الضغط عند النقطة D اي

$$P_C = P_D$$

$$P_C = a\ \rho_{H2O}\ g + P_A$$

$$P_D = h\ \rho_{Hg}\ g + (b-h)\ \rho_{H2O}\ g + P_B$$

$$\therefore a\ \rho_{H2O}\ g + P_A = h\ \rho_{Hg}\ g + (b-h)\ \rho_{H2O}\ g + P_B$$

$$P_A - P_B = h\ g\ (\rho_{Hg} - \rho_{H2O}) + (b-a)\ g\ \rho_{H2O}$$

Substituting: نعوض عن القيم المعلومة

$$P_A - P_B = 0.7 \times 9.81\ (13600 - 1000) + 0.3 \times 9.81 \times 1000$$

$$P_A - P_B = \underline{83.58 \times 10^3\ N/m^2}$$

Comment

The results of Example 3.3 show that equation (3.10) cannot be used for calculating pressure difference in an inclined pipeline. It is usually done by locating two points at a horizontal level having the same pressure, such as C and D.

ملاحظة

يتضح من حل المثال 3.3 ان معادلة حساب فرق الضغط في انبوب مائل تختلف عما لو كان الانبوب افقياً حيث تستخدم المعادلة (3.10) , لذا ينبغي حساب فرق الضغط دائماً على اساس مساواة الضغط في نقطتين C و D تقع على مستوى افقي .

Exercise

If the fluid inside the pipe is changed to oil with specific gravity 0.89, what will be the pressure difference in psi between A and B?

تمرين

لو كان المائع الجاري في الانبوب نفطا كثافته النسبية 0.89 فما هو مقدار فرق الضغط بين النقطتين A وB بوحدات psi؟

3.9 Forces Acting on Flat Submerged Surfaces

3.9 القوى المؤثرة في السطوح المستوية المغمورة

The action of pressure within a static fluid was explained in the previous sections. We will now examine the effect of the fluid pressure on a submerged surface. Good examples are the influence of the liquid pressure on storage tanks and that of sea water on the sides of a sailing ship, and so on. Further, some surfaces are subjected to gas pressure, such as airplanes and high rise buildings.

كنا قد بينا في الفقرات السابقة تاثيرات الضغط في المائع الساكن , والآن سنوضح كيف يؤثر ضغط المائع في سطح مستوي مغمور فيه. فمثلاً تتعرض جدران الخزانات إلى ضغط السائل الذي تحويه, وكذلك يتعرض جانب سفينة تسير في البحر إلى ضغط الماء وما أشبه ذلك , وكذلك تتعرض بعض السطوح لتأثير ضغط الغاز مثل الطائرات والأبنية العالية.

If an object is horizontally submerged in a static fluid, then the pressure will act equally at all points of the surface. This is because the surface is under the same depth of fluid. Now since force is equal to pressure multiplied by area, therefore:

اذا كان السطح المغمور أفقياً في مائع ساكن فسيؤثر الضغط بالتساوي في جميع نقاطه, ويعود السبب لوقوع جميع نقاط السطح تحت تأثير عمق متساو من المائع . ولما كانت القوة تساوي الضغط مضروباً في المساحة أي :

$$F = \int P \, dA = P . A$$

And in this case the equation will be:

اذن في هذه الحالة :

$$F = h \rho g . A \qquad (3.14)$$

The above equation can be applied to submerged surfaces regardless whether the fluid is liquid or gas. It is to be noted that the pressure values over a submerged inclined surface will not be uniform. However, for objects immersed in gas, the pressure can be assumed constant over the whole surface. This is because the pressure changes, resulting from variation in depth of the gas layer, are very small. The following equation can be applied to calculate the force acting on the submerged surface:

ويمكن تطبيق المعادلة سواء أكان المائع سائلاً أم غازا .
أما اذا كان السطح المغمور مائلاً فلن يكون الضغط متساويا في جميع نقاطه, ولكن في حالة غمر السطح في غاز يمكن افتراض ثبوت الضغط على السطح بأكمله, وذلك لضآله التغير الحاصل فيه مع تغير عمق طبقة الغاز فوق السطح . وتحسب القوة المؤثرة في السطح المغمور بموجب المعادلة اللآتية :

$$F = \int_A P \, dA$$

We will now derive an equation to calculate the force acting on an inclined surface submerged in a liquid. Fig 3.14 shows a surface area equal to A inclined at an angle θ submerged in a liquid having density ρ. The figure also shows a vertical view for the surface. The force acting on an infinitesimal area dA, which is at a distance y from the liquid surface and at a depth h, is expressed as:

سنشتق الآن معادلة لحساب القوة المؤثرة في سطح مائل مغمور في السائل . ففي الشكل 3.14 سطح مساحته A مغمور في سائل كثافته ρ ومائل بزاوية θ , كما يظهر في الشكل مسقط رأسي للسطح . تعطى القوة المؤثرة في المساحة متناهية الصغر dA التي تبعد مسافة y عن سطح السائل وتقع بعمق h من المعادلة :

$$dF = P\, dA$$

$$dF = h\, \rho\, g \, .\, dA$$

Integrating the equation gives the ***resultant force*** acting on the submerged surface:

وبمكاملة المعادلة تنتج ***القوة المحصلة*** المؤثرة في السطح المغمور :

$$F = \int_A h\, \rho\, g\, dA$$

$$h = y \sin\theta$$

$$\therefore F = \rho\, g \sin\theta \int_A y\, dA$$

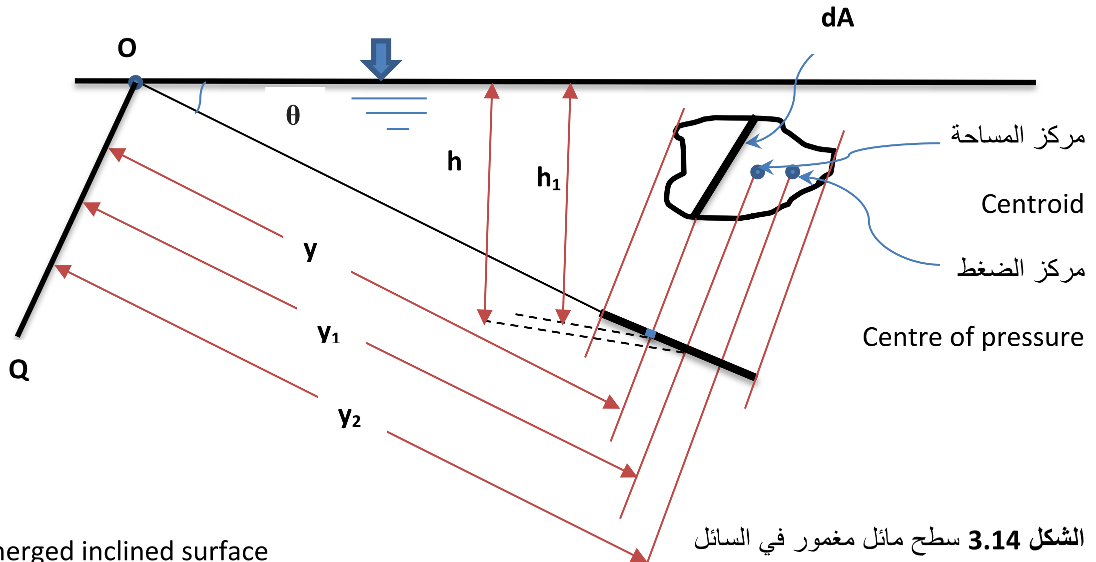


Fig 3.14 Submerged inclined surface

الشكل 3.14 سطح مائل مغمور في السائل

The integral $\int y\, dA$ is the ***first moment of area*** for the submerged surface around the x axis, shown as (O – Q). The value of the moment is (y_1A), where y_1 is the distance between the ***centroid*** and the x axis intersecting the liquid surface at O. Thus the resultant force will be:

يمثل المقدار $\int y\, dA$ التكامل المكافئ ***لعزم المساحة الاول*** للسطح المغمور حول المحور x المبين بالخط (O - Q) و قيمته (y_1 A) , حيث y_1 هي المسافة بين ***مركز المساحة*** المغمورة والمحور x الذي يتقاطع مع سطح السائل في النقطة O, وعليه تصبح القوة المحصلة:

$$F = \rho\, g \sin\theta\, y_1 A$$

Substituting in terms of h_1:

أو بصيغة ثانية بدلالة h_1 :

$$F = (\rho\, g h_1)\, A = P_c \,.\, A \qquad (3.15)$$

In this case we considered P_c as the pressure acting on the centroid, and h_1 as the depth of the centroid ($P_c = h_1 g\rho$).

P_c هو الضغط المؤثر في مركز المساحة و h_1 هو عمق مركز المساحة من السطح ($P_c = h_1 g\, \rho$) .

Since the pressure increases with depth, the resultant force will act at a point below the centroid known as the ***centre of pressure***. The distance y, between this point and the line OQ, can be calculated by taking ***moments of force*** around the axis OQ. If the moment of force is denoted by dM then:

ولما كان الضغط يزداد طرداً مع العمق لذا فأن نقطة تأثير القوة المحصلة ستزحف إلى نقطة تقع أسفل مركز المساحة حيث تسمى ***نقطة مركز الضغط*** ويمكن حساب المسافة y_2 بين هذه النقطة والخط OQ باتخاذ ***عزم القوة*** حول المحور OQ . فاذا رمزنا إلى عزم القوة dM سنحصل على :

$$dM = dF \,.\, y$$

$$dF = P \,.\, dA$$

$$\therefore dM = P\, dA\, y$$

The moment of the distributed pressure force, with respect to the axis OQ, can be determined by integrating the above equation. Since this moment is equal to the moment of the resultant force, having value of ($F.y_2$), therefore:

وبمكاملة المعادلة نحصل على مجمل عزوم القوى الناجمة عن الضغط حول المحور OQ والتي بدورها تساوي عزم القوة المحصلة حول نفس المحور , ولما كان عزم القوة المحصلة يساوي ($F.y_2$) اذن :

$$F.y_2 = \int_A y\,P\,dA$$

$$P = h\,\rho\,g$$

$$\therefore F\,y_2 = \rho\,g \int_A y\,h\,dA$$

$$h = y \sin\theta$$

$$\therefore F\,y_2 = \rho\,g \sin\theta \int_A y^2\,dA$$

The integral ($\int_A y^2\,dA$) is known as the moment of area with respect to the axis OQ, denoted I_0. It is also called ***moment of inertia***. Substituting the force F from equation (3.15) we get:

يمثل التكامل ($\int_A y^2\,dA$) عزم قصور المساحة حول المحور OQ , يرمز له I_0 ويسمى أيضاً ***عزم القصور ا لذاتي*** . نعوض عن القوة F من المعادلة (3.15) فنحصل على:

$$\rho\,g h_1\,A\,y_2 = \rho\,g \sin\theta\,I_0$$

$$\therefore\ y_2 = \frac{I_0 \sin\theta}{h_1\,A}$$

$$h_1 = y_1 \sin\theta$$

$$\therefore y_2 = \frac{I_0}{y_1\,A} \qquad (3.16)$$

The moment of inertia I_0, with respect to an axis, can be converted to moment of inertia with respect to the centroid I_{0C} by the ***parallel axis theorem***, where:

يمكن تحويل عزم القصور I_0 حول محور مختار إلى عزم القصور حول المحور الذي يمر بمركز المساحة I_{0C} باستخدام ***نظرية المحور الموازي*** حيث :

$$I_0 = I_{0C} + A\,y_1^2$$

$$y_2 = \frac{I_{0C}}{y_1 A} + \frac{y_1^2}{y_1 A}$$

$$\therefore \; y_2 = \frac{I_{0c}}{y_1 A} + y_1 \qquad (3.17)$$

Table 3.1 shows values of moments of inertia for some common shapes.

يبين الجدول 3.1 كيف يحسب عزم القصور الذاتي لبعض الاشكال الهندسية

I_{0c}	المساحه Area	الشكل Shape
$bc^3/12$	b.c	c, O, Q, b, c/2
$bh^3/36$	b.h/2	O, Q, h, h/3, b
$\pi r^4/4$	πr^2	O, Q, r
$0.1102\ r^4$	$\pi r^2/2$	O, Q, $4r/3\pi$, r

Table 3.1 Moments of Inertia around the centroid

الجدول 3.1 عزم القصور الذاتي حول محور بمركز المساحة

We can now apply equation (3.15) to calculate the resultant force due to liquid pressure P. The resultant force acts vertically on the submerged surface at the centre of pressure, which can be located by equation (3.17).

نستطيع الان حساب مقدار القوة المحصلة الناجمة عن ضغط السائل P باستخدام المعادلة (3.15) . اذ تؤثر هذه القوة باتجاه عمودي على السطح المغمور في نقطة مركز الضغط التي يمكن تعين موقعها من المعادلة (3.17) .

Example 3.4

مثال 3.4

A side-opening in a water tank located at a depth of 2m below the water surface. The opening is covered by a circular plate, 1 m in diameter. Determine the force acting on the cover plate and find its point of action. Density of water = 1000 kg/m^3, g = 9.81m/s^2

تقع فتحة جانبية لخزان الماء على عمق 2m من سطح الماء, فذا كانت الفتحة مغطاة بصفيحة دائرية قطرها 1m , احسب القوة ونقطة تأثيرها في الغطاء . كثافة الماء 1000 kg/m^3

g = 9.81m/s^2

Solution

الحل

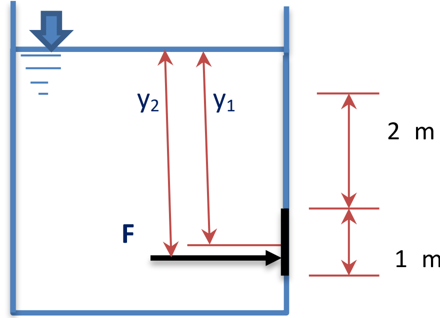


Fig 3.15 **الشكل 3.15**

The force is determined by equation (3.15)

تعطى القوة من المعادلة (3.15)

$$F = \rho\, g\, h_1\, A$$

$$h_1 = y_1$$

$y_1 = 2 + 0.5 = 2.5$ m

$A = \pi r^2 = (22/7)(0.5^2) = 0.7857$ m^2

$F = 1000 \times 9.81 \times 2.5 \times 0.7857 = 19269.29$ N

F = 19.26 kN

Determination of the point of action for the force using equation (3.17):

تعين نقطة تأثير القوة باستخدام المعادلة (3.17) وهي

$$y_2 = \frac{I_{0c}}{y_1 A} + y_1$$

We have $y_1 = 2.5$ m; the moment of inertia for a circle is found from table 3.5, it is:

لدينا y_1 معلوم وهو يساوي 2.5m ونستخرج عزم القصور الذاتي للدائرة من الجدول 3.1 وهو :

$I_{0c} = \pi r^4/4 = (22/7)(0.5)^4/4 = 0.0491$

$$y_2 = \frac{0.0491}{2.5 \times 0.7857} + 2.5$$

y_2 = 2.525 m

Comment

The centre of pressure is located 0.025 m below the centroid of the circular cover.

ملاحظة

تقع نقطة تأثير الضغط 0.025m أسفل نقطة مركز مساحة الغطاء دائري الشكل .

Exercise

Determine the centre of pressure if the above tank was filled with oil of specific gravity 0.897 and the cover plate is semicircle instead of a circle.

تمرين

اذا كان شكل غطاء الفتحة في المثال اعلاه نصف دائري وكان الخزان يحتوي نفطاً كثافته النسبية 0.897 فأين تقع نقطة تأثير القوة ؟

Example 3.5

مثال 3.5

Calculate the force acting on an inclined gate as shown in Fig 3.16. The closed tank is full of water and the pressure gauge at the bottom reads 88 kN/m^2. The density of water is 1000 kg/m^3.

احسب مقدار القوة المسلطة على بوابة مائلة كما مبين في الشكل 3.16 علما ان الخزان مملوء بالماء وهو مغلق تماماً وان مقياساً للضغط مثبت في الزاوية السفلى يقرأ ضغطاً مقداره 88 kN/m^2 . كثافة الماء 1000 kg/m^3

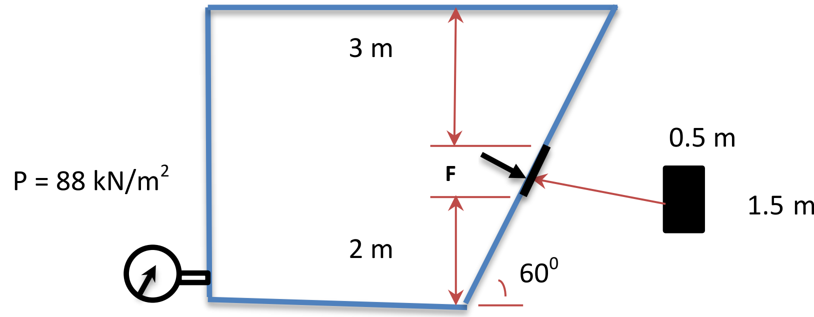


Fig 3.16

الشكل 3.16

Solution

الحل

The force is determined by equation 3.15

تعطى القوة من المعادلة 3.15

$$F = \rho\, g\, h_1\, A$$

h_1 is the height of the water column above the centroid of the gate. Since the pressure is known, we can calculate the height of the tank h as follows:

h_1 هو ارتفاع عمود الماء فوق مركز مساحة البوابة, ولما كان الضغط معلوم المقدار اذن نستطيع حساب ارتفاع الخزان h على النحو الآتي :

$$P = h\, \rho\, g$$

$$h = P/\, \rho\, g$$

$h = (88 \times 10^3) / (1000 \times 9.81)$

$h = 8.97$ m

The vertical distance between the centroid of the gate and the bottom of the tank is

البعد الشاقولي بين مركز مساحة البوابة وقاعدة الخزان هو

$2 + (1.5 \sin 60)/2 = 2.65$ m

$h_1 = h - 2.65$

$h_1 = 8.97 - 2.65 = 6.32$ m

Substituting in equation 3.15

نعوض في المعادلة 3.15

$F = 1000 \times 9.81 \times 6.32 \times (1.5 \times 0.5)$

F = 46499.4 N = 46.499 kN

Example 3.6

Fig 3.17 shows a symmetrical hinged gate in a petroleum storage tank. The length of its lower edge is 1.32 m. The upper edge is subjected to 1.1 m of petroleum liquid above it. If the height of the gate is 1.5 m and the density of the liquid is 890 kg/m^3, determine the moment, with respect to the line passing through the hinge, required to keep the gate closed.

مثال 3.6

يبين الشكل 3.17 بوابة مفصلية متماثلة النصفين , يبلغ طول حافتها السفلى 1.2 m وتقع الحافة العليا تحت عمق 1.1 m من السائل النفطي الموجود في الخزان . فاذا كان ارتفاع البوابة 1.5 m وكثافة النفط 890 kg/m^3 احسب مقدار العزم حول الخط المار بالمفصل اللازم لابقاء البوابة مغلقة .

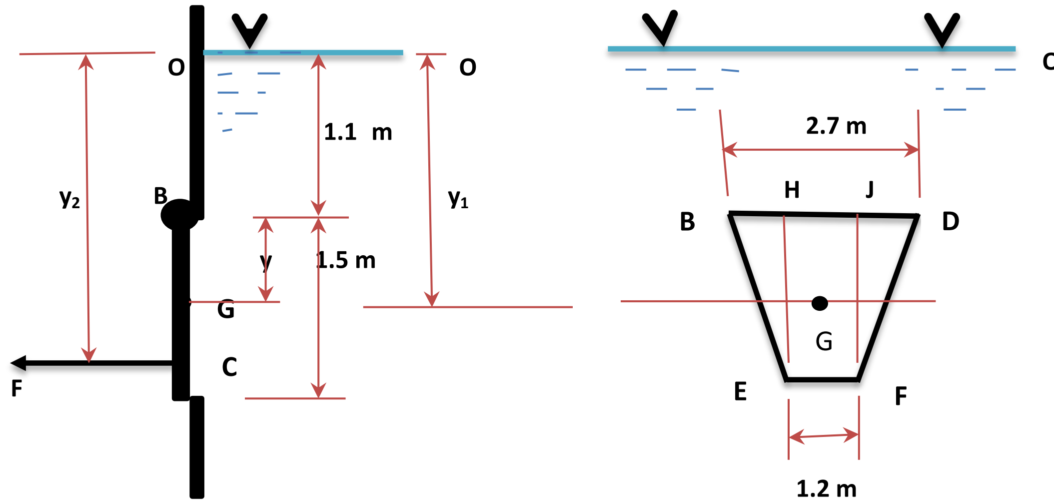


Fig 3.17 Hinged gate

الشكل 3.17 البوابة المفصلية

Solution

الحل

We use equation (3.17) to calculate the resultant force

نحسب القوة المحصلة F من المعادلة (3.17)

$$F = \rho\, g\, h_1\, A$$

Fig 3.17 shows that:

و يتضح في الشكل 3.17 أن :

$$y_1 = OB + y$$

To determine y, which is the location of the centroid G, we take moments with respect to the axis BD:

يمثل y مركز المساحة G , ولايجاده نأخذ عزوم حول المحور BD كالآتي :

Moment of the two areas BHE and FJD + the moment of the area EFJH = A. y

عزم المساحتين BHE و FJD + عزم المساحة EFJH = A . y

A is the area of the gate which is equal to the sum of the two triangular areas and the rectangular area:

A هي مساحة البوابة التي تساوي مجموع مساحتي المثلثين ومساحة المستطيل , أي :

Triangle area =1/2 x (2.7- 1.2) 0.5 x 1.5 = 0.5625 m^2

A = 2 x 0.5625 + (1.5 x 1.2) = 2.925 m^2

(Area of the two triangles x centroid of each) + (area of the rectangle x its centroid) = A . y

(مساحة المثلثين x مركز مساحتيهما) + (مساحة المستطيل x مركز مساحته) = A . y

The centroid of the triangle is located at $\frac{1}{3}$ rd of its height, thus

و لما كان مركز مساحة المثلث يقع على بعد يساوي ثلث ارتفاعه, أي

$$1.5 \times \frac{1}{3} = 0.5 \text{ m}$$

The centroid of the rectangle is located at $\frac{1}{2}$ of its length, hence

ومركز مساحة المستطيل يقع في منتصف طوله , أي

$$1.5 \times \frac{1}{2} = 0.75 \text{ m}$$

Substituting:

و بالتعويض :

2.925 . y = (1.2 x 1.5 x 0.75) + (2 x 0.5625 x 0.5)

y = 0.654 m

y_1 = y + OB

y_1 = 0.654 + 1.1 = 1.754 m

We will now calculate the resultant force:

الآن نحسب القوة المحصلة :

$$F = 800 \times 9.81 \times 1.754 \times 2.925$$

$$F = 44.793 \times 10^3 \text{ N} = 44.793 \text{ kN}$$

y_2 , the location of centre of pressure C is determined by equation 3.17

لايجاد موقع مركز الضغط C, نحسب y_2 من المعادلة 3.17

$$y_2 = \frac{I_{0c}}{y_1 A} + y_1$$

Summing up the moment of inertial of the area EFJH, with respect to the axis passing through G, and the moments of inertia for the two areas BEH and DFJ will result in I_{0C}; using table 3.1 we have:

I_{0C} هـو عـزم قصـور المسـاحة EFJH حـول الخـط المـار بالمركز G مضافاً إليه عزم قصور المساحتين BEH و DFJ حول نفس الخط وبالاستفادة من الجدول 3.1 :

$$I_{0C} = 2 \times [(0.75 \times 1.5^3)/36] + [(1.2 \times 1.5^3)/12]$$

$$I_{0C} = 0.478 \text{ m}^4$$

$$y_2 = \frac{0.478}{1.754 \times 2.925} + 1.754$$

$$y_2 = 1.847 \text{ m}$$

$$BC = y_2 - OB$$

$$BC = 1.847 - 1.1 = 0.747 \text{ m}$$

The moment with respect to the hinge is equal to the resultant force multiplied by BC, therefore the required moment will be:

العزم حول المفصل يساوي القوة المحصلة مضروبة بالبعد BC

اذن العزم المطلوب هو :

44.793 x 0.747 = <u>33.46 kN.m</u>

Exercise

تمرين

If the upper edge is subjected to 1.3 m of water, repeat the calculations to find the moment.

اذا كانت الحافة العليا تقع تحت عمق 1.3 m من الماء احسب مقدار العزم .

$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$
(Use Excel)

3.10 Pressure distribution diagram

3.10 مخطط توزيع الضغط

The pressure diagram depicts the changes of pressure along the vertical height of a surface. It can be used to determine the resultant force. Figure 3.18 illustrates a pressure diagram for a vertical storage tank wall.

يمكن ايجاد القوة المحصلة ومركز الضغط برسم مخطط يمثل تغير مقدار الضغط على مدى ارتفاع السطح المعرض للضغط ففي الشكل 3.18 نجد مخططاً للضغط المسلط على الجدار الشاقولي لخزان يحتوي على سائل ما.

AB is the height of the liquid

BC is the value of the pressure

حيث يمثل AB ارتفاع السائل

و يمثل BC مقدار الضغط

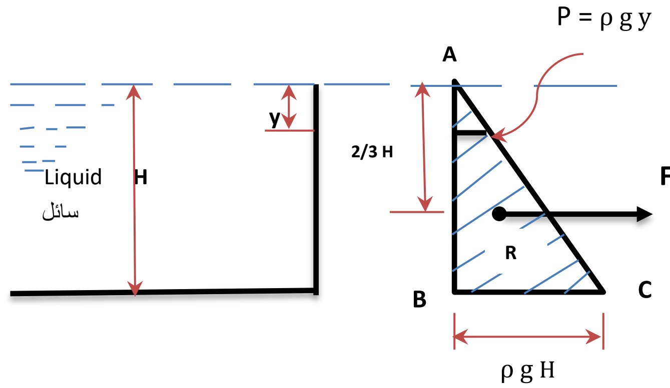


Fig 3.18 Pressure distribution diagram

الشكل 3.18 مخطط الضغط

If the liquid surface is open to the atmosphere then the gauge pressure at A will be zero. As the depth of liquid increases, the pressure will also increase linearly. For example, the value of the pressure at depth y is equal to (ρgy) and at depth H equal to (ρgH). Thus, the pressure P at liquid depth y will have a triangular relationship indicated by ABC. The area of the triangle is half the base multiplied by the height, and in terms of pressure it will be:

ان تعرض سطح السائل للضغط الجوي يجعل مقدار الضغط النسبي عند النقطة A مساو الصفر, ويزداد طرداً بازدياد العمق , مثلاً يصبح مقدار الضغط في العمق y يساوي (ρgy) وفي العمق H يساوي (ρgH) . وعليه يمكن تمثيل علاقة الضغط P بالعمق y بالمثلث ABC الذي تساوي مساحته حاصل ضرب نصف قاعدته في ارتفاعه , أو بدلالة الضغط :

$$\frac{1}{2}\ P \times H$$

And:

وان :

$$P = \rho\, g\, H$$

Hence the area of the triangle will be:

اذن تصبح مساحة المثلث :

$$\frac{1}{2}\ \rho\, g\, H\ (N/m^2)) \times H\ (m)$$

This expression is actually force per unit width, and if we plot a diagram for the whole wall we will get a ***prism,*** as seen in Fig 3.19; the volume will be:

ومن الواضح ان هذا المقدار هو قوة لوحدة العرض , واذا رسمنا مخططا للجدار باكمله فسنحصل على ***منشور*** كما مبين في الشكل 3.19 , ويساوي حجم المنشور في هذه الحالة :

$$[H\ (m) \times b\ (m) \times \frac{1}{2}\ \rho\, g\, H\ \ (Pa\ or\ N/m^2)]$$

وهو في الواقع مقدار القوة المحصلة.

This is in fact the magnitude of the resultant force.

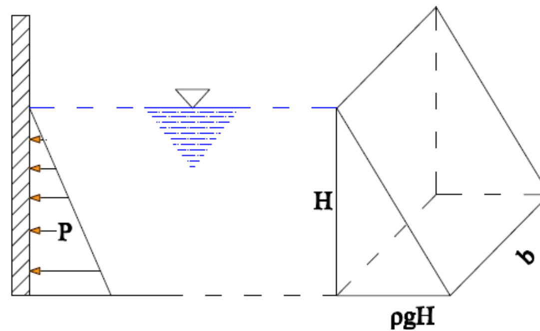


Fig 3.19 Pressure prism

الشكل 3.19 منشور الضغط

تؤثر القوة المحصلة لوحدة العرض (F/b) في مركز الضغط الذي يتمثل بمركز مساحة مخطط الضغط , أي النقطة R في الشكل 3.18 التي تقع بعمق $(\frac{2}{3} H)$ اذن :

The resultant force per unit width (F/b) acts through the centre of pressure. It is located at the centroid of the pressure prism, that is at R in Fig 3.18, which is at a depth of $(\frac{2}{3} H)$, Thus:

$$F/b = (\rho g H^2)/2$$

ونستطيع التوصل إلى هذه النتيجة باستخدام المعادلة 3.15 على النحو الآتي :

This result can readily be obtained from equation (3.15) as follows:

$$F = (\rho g h_1) A = (\rho g y_1) A$$

$y_1 = ½ H$ (average pressure acts at this point)

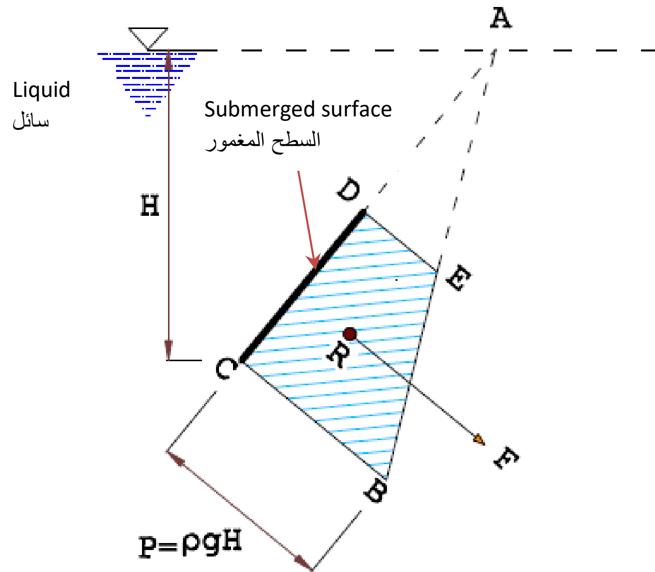
$$A = H x b$$

$$F = \rho g (\frac{1}{2} H) (H x b)$$

$$\therefore F/b = \rho g \frac{H^2}{2}$$

اما إذا كان الجسم المغمور مائلاً بزاوية معينة فيمكنن رسم مخطط ضغط عمودياً على سطحه المغمور كما مبين في الشكل 3.20

For a submerged inclined surface, a pressure diagram can be plotted at right angle to the surface as illustrated in Fig 3.20



الشكل 3.20 مخطط الضغط لسطح مائل مغمور في السائل

Fig 3.20 Pressure diagram for inclined surface

The pressure diagram is plotted as a straight line, starting at A, which is the intersection point of the liquid surface with the projection of the submerged surface, and ending at B. The pressure value ranges from zero at A to (ρ g H) at B. The resultant force per unit width is represented by the trapezoidal area DEBC, instead of the triangle ABC. This force acts at the centroid of the area DEBC indicated as R.

يرسم مخطط الضغط عمودياً على السطح المغمور كخط مستقيم يبدأ من نقطة تقاطع سطح السائل مع امتداد السطح المغمور A وينتهي بنقطة تقاطعه مع الخط العمودي على السطح B , حيث يتراوح مقدار الضغط من الصفر عند A إلى (ρ g H) عند النقطة B . كما تتمثل القوة المحصلة لوحدة العرض (F/b) بالمساحة المؤشرة DEBC بدلاً من مساحة المثلث ABC . وتؤثر هذه القوة في مركز المساحة DEBC في النقطة R .

Example 3.7

A rectangular surface, 4 m in height and 2 m width, submerged vertically in water. If the water is 1 m above the edge, draw the pressure distribution diagram, estimate the resultant force and determine the location of its action. Density of water is 10^3 kg/m^3.

مثال 3.7

ارسم مخطط الضغط ثم احسب مقدار القوة المحصلة وموقع نقطة تأثيرها لسطح مستطيل الشكل ارتفاعه 4 m وعرضه 2 m مغمور شاقولياً في الماء , علماً ان ارتفاع الماء فوق حافة المستطيل 1 m و كثافة الماء 10^3 kg/m^3.

Solution

الحل

(a) The pressure diagram is shown below

(أ) مخطط الضغط مبين في أدناه

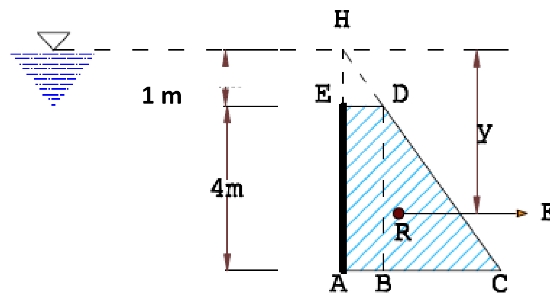


Fig 3.21 Pressure diagram

الشكل 3.21 مخطط الضغط

(b) The resultant force per unit width (F/b) is given by the shaded area (AEDC), which is equal to the area of the rectangle (AEDB) plus the area of the triangle (BDC). The line AC represents pressure whose value is (ρg x AH) and AB = ED represents (ρg x1m), thus BC will be:

(ب) مقدار القوة المحصلة لوحدة العرض (F/b) يساوي المساحة المؤشرة (AEDC) وهي تساوي مساحة المستطيل (AEDB) زائداً مساحة المثلث (BDC) . يمثل الخط AC ضغطاً مقداره (ρg x AH) أي (ρg x5m) كما يمثل الخط AB ضغطاً مقداره (ρg x1m) لانه يساوي الخط ED وعليه يصبح الخط BC يمثل ضغطاً مقداره :

$$5\,\rho\,g - \rho\,g = 4\,\rho\,g$$

The resultant force due to the total area will be

القوة المحصلة من مجمل المساحتين هي

$$F/b = (EA \times ED) + (\tfrac{1}{2}\ BC \times BD)$$

$$F/b = 4\,\rho\,g + \tfrac{1}{2}\,(4\,\rho\,g\,) \times 4$$

Since:

ولما كان

$$B = 2m$$

Therefore:

اذن :

$$\frac{F}{2} = (4 \times 10^3 \times 9.81) + (\tfrac{1}{2} \times 4 \times 10^3 \times 9.81 \times 4)$$

$$F = \underline{235440\ N}$$

(c) y can be found by adding up moments of the two areas AEDB and BDC. The sum is equal to the moment of the area AEDC with respect to ED

(ج) لايجاد y نأخذ عزم المساحة AEDC حول الخط ED الذي يساوي مجموع عزمي المساحتين AEDB و BDC

$$(AEDC) \times y = \tfrac{1}{2}\,(AB) + (BDC) \times \tfrac{2}{3}\,(BD)$$

$$(F/b) \times y = (4\,\rho\,g)\,\tfrac{1}{2}\ (4) + (\tfrac{1}{2}\,\rho\,g \times 4 \times 4) \times \tfrac{2}{3}\ (4)$$

Substituting for the known values:

وبالتعويض عن القيم المعلومة :

$$(235440/2) \times y = (4 \times 10^3 \times 9.81 \times \frac{1}{2} \times 4) + (\frac{1}{2} \times 10^3 \times 9.81 \times 4 \times 4 \times \frac{2}{3} \times 4$$

$$y = \underline{2.44\ m}$$

3.11 Forces Acting on Submerged Curved Surfaces

The force due to pressure, acting on a submerged curved surface, is made up of two components, one horizontal and the other is vertical. Both components are required to estimate the resultant force.

A side view for a submerged curved surface AB in a liquid, including the force F, its horizontal component F_R and vertical component F_V are shown in Fig 3.22.

3.11 القوى المؤثرة في السطوح المحدبة المغمورة

تتالف القوى الناجمة عن ضغط المائع المسلطة على مساحة محدبة مغمورة من مركبتين , احداهما أفقية والأخرى رأسية , ولحساب مقدار القوة المحصلة يجب حساب كل مركبة على انفراد .

يبين الشكل 3.22 مقطاعاً جانبياً AB لسطح محدب مغمور في سائل ما, ويتضح فيه القوة المحصلة F ومركبتيها الأفقية F_R والرأسية F_V .

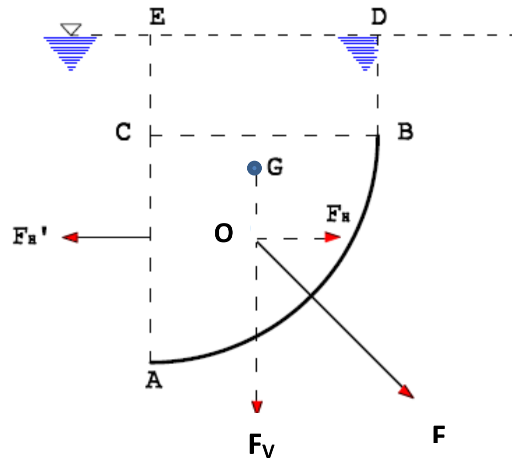


Fig 3.22 Forces acting on a submerged curved surface

الشكل 3.22 القوى المؤثرة في سطح محدب مغمور

EA is a vertical plane surface passing through A, and BC is a horizontal plane surface passing through B. It can be noticed that AC is the ***vertical projection*** for AB at the plane EA. Since the element ABC is at equilibrium, the force F_H must be equal to the force F'_H, which is acting on the projection of the surface AB at the plane EA. In order to maintain equilibrium, the two forces F_H and F'_H must act along the same straight line. Accordingly, the horizontal component of the force is equal to the force acting on the vertical surface projection at the centre of pressure of the projected plane. The ***vertical component*** is due to the weight of the element, bound by the area ABDEC, acting downwards at the centre of gravity G.

EA هو سطح مستو يمر رأسياً بالنقطة A , كما ان BC هو سطح مستو يمر أفقياً بالنقطة B . ويلاحظ أن AC هو في الواقع ***مسقط رأسي*** للسطح AB على المستوي EA , و بما ان جسيم المائع ABC مستقر في حالة توازن لذا يجب ان تكون القوة F_H مساوية للقوة F'_H , والأخيرة هي القوة المؤثرة في مسقط السطح AB الواقع على المستوي EA . ولابقاء حالة التوازن يجب ايضاً ان تعمل القوتان F_H و F'_H على امتداد خط مستقيم واحد . وبناء على ذلك يمكن القول أن المركبة الافقية للقوة تساوي القوة العاملة على مسقط السطح الرأسي التي تؤثر في نقطة مركز الضغط لذلك المسقط . اما ***المركبة الرأسية*** فهي ناتجة عن ثقل السائل المحدد بالمساحة ABDEC التي تؤثر في مركز الثقل G إلى الاسفل .

Fig 3.23 shows a curved surface AB subjected to hydrostatic pressure on the outside.

يتضح في الشكل 3.23 سطح محدب AB معرض إلى ضغط السائل من الخارج .

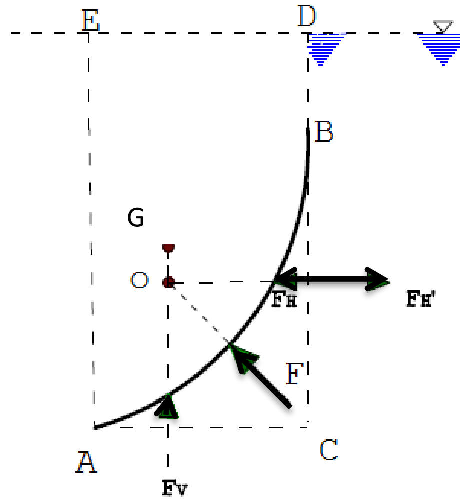


Fig 3.23 Forces acting on a convex surface

الشكل 3.23 القوى المؤثرة في سطح محدب من الخارج

In this case, the vertical component of the force F_G is equal to the weight of the liquid that may fill the space EABD. Its direction of action is upwards, toward the centre of gravity G. The force is determined by:

وهنا تصبح المركبة الرأسية للقوة F_G تساوي ثقل كتلة السائل التي قد تملأ المجال EABD وهي تعمل إلى الأعلى باتجاه مركز الثقل G.

يمكن حساب القوة المحصلة من المعادلة الآتية :

$$F = \sqrt{F_G^2 + F_V^2} \qquad (3.18)$$

and its line of action is towards O at an angle θ, where

التي تؤثر باتجاه النقطة O مائلة بزاوية θ بحيث

$$\tan\theta = F_V/F_H \qquad (3.19)$$

If the curved surface is shaped as a ***circular arc***, the resultant force will then act towards the centre of the circle as shown in Fig 3.24.

وفي حالة كون السطح المحدب ***قوساً دائري الشكل*** فالقوة المحصلة ستعمل باتجاه مركز الانحناء كما مبين في الشكل 3.24 .

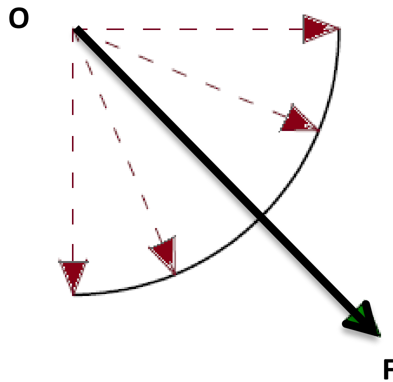


Fig 3.24 **الشكل 3.24**

Example 3.8

مثال 3.8

Fig 3.25 shows an arc-shaped discharge gate, 12 m in diameter. Determine the magnitude and action-direction of the resultant force. Density of water is 1000 kg/m^3, $g = 9.81\ m/s^2$

يبين الشكل 3.25 بوابة لتصريف الماء على هيأة قوس قطره 12 m احسب مقدار القوة المحصلة واتجاهها . كثافة الماء 1000 kg/m^3

$g = 9.81\ m/s^2$

Solution

الحل

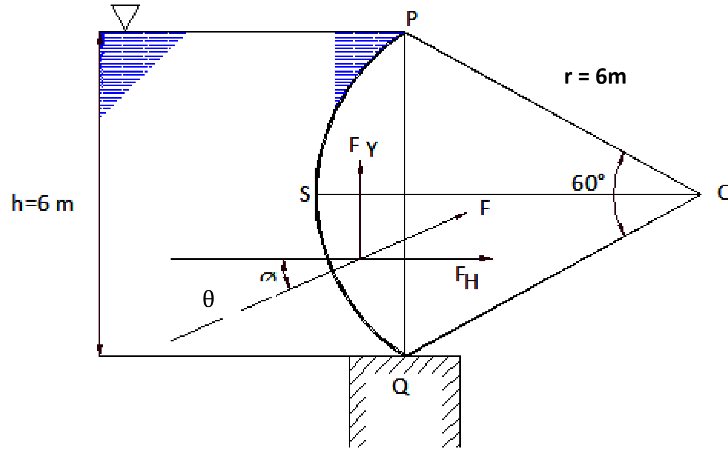


Fig 3.25

الشكل 3.25

The depth of water h is first calculated by

نحسب اولاً عمق الماء h من

$$h = 2 \times r \sin 30$$

$$h = 2 \times 6 \times \sin 60$$

$$h = 6\ m$$

The horizontal component is then calculated by applying equation (3.15):

ثم نحسب المركبة الافقية باستخدام المعادلة (3.15) التي تصبح :

$$F_H = \rho\ g\ h\ (\frac{h}{2})\ b$$

b is the width of the gate and therefore the force per unit width will be:

b هو عرض البوابة , لذا تصبح القوة لوحدة العرض :

$$F_H/b = \rho\ g\ \frac{h^2}{2}$$

Substituting for the known values:

نعوض عن القيم المعلومة :

$$F_H/b = 1000 \times 9.81 \times \frac{6x6}{2} = 176.58 \times 10^3\ N/m$$

The vertical component (F_V/b) is equal to the weight of the displaced liquid within PSQ

امـا المركبـة الرأسـية (F_V/b) فهـي تسـاوي ثقـل المـاء المزاح في المجال PSQ

$$F_V = [\text{volume (OPSQ) - volume (OPQ)}]\ \rho\ g$$

$$(F_V/b) = [\text{area (OPSQ) - area (OPQ)}]\ \rho\ g$$

$$(F_V/b) = [(\frac{60}{360})\ \pi \times 6^2 - 2 \times \frac{1}{2}\ 6 \sin 30^0 \times 6 \cos 30^0] \times 1000 \times 9.81$$

$$(F_V/b) = 32 \times 10^3\ N/m$$

$$F = \sqrt{F_G^2 + F_V^2}$$

$$(F/b) = \sqrt{(176.58 \times 10^3)^2 + (32 \times 10^3)^2}$$

$$(F/b) = \underline{179.46 \times 10^3\ N/m}$$

We now find the direction of action, that is the angle θ:

$$\tan\theta = F_V/F_H = (32 \times 10^3)/(176.58 \times 10^3) = 0.181$$

$$\theta = \tan^{-1} 0.181 = \underline{10.27^0}$$

Comment

The force will act toward the centre of the circle because the gate is arc-shaped.

ملاحظة

بما ان السطح على شكل قوس دائري , لذا ستعمل القوة باتجاه المركز .

3.12 Buoyancy

When a stationary body is submerged in a fluid, as shown in Fig 3.26, the horizontal resultant force will be zero. This is because the two projected side-planes fall exactly on the dividing plane WW'; consequently the two forces F_H are equal in magnitude and opposite in direction. Thus, the only remaining forces will act vertically and the resulting force is known as the ***up thrust force*** or ***buoyancy force***. It is equal to the vertical force acting on the surface ADC upwards F_{V1} minus the force acting downwards F_{V2}.

3.12 الطفو

عندما يغمر جسم في مائع ما , كما هو مبين في الشكل 3.26 , فالقوة المحصلة بالاتجاه الافقي تساوي الصفر , ويعود السبب إلى تطابق المسقطين الجانبيين للجسم على المستو WW' الذي ينصف الجسم شاقولياً , لذا تصبح القوتان F_H متساويتان المقدار ومتعاكستي الاتجاه. و يبقى تأثير القوى في الجسم بالاتجاه الرأسي فقط حيث تسمى محصلة هذه القوة ***بالقوة الدافعة*** أو ***قوة الطفو*** التي تساوي القوة المؤثرة في السطح ADC إلى الأعلى F_{V1} ناقصاً القوة المؤثرة في السطح إلى الأسفل F_{V2} .

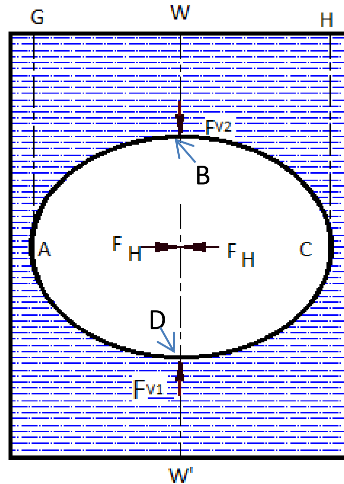


Fig 3.26 Forces acting on a submerged body

الشكل 3.26 القوى المؤثرة في الجسم المغمور

It is shown in Fig 3.26 that the force F_{V2} is equal to the weight of the liquid mass above the floating body within AGHCB. However, the force F_{V1} is equal to the weight of the liquid mass that would occupy the volume bound by ADCHG, when the immersed body is removed. The up thrust force will then equal to F_{V1} minus F_{V2}. In other words, the up thrust force is equal to the weight of the fluid displaced by the submerged body. The direction of the up thrust force is toward the centre of the displaced liquid, known as the ***center of buoyancy***. This result is referred to as ***Archimedes' principle***, which states *that the buoyancy force has a magnitude equal to the weight of the fluid displaced, by a partially or fully immersed body, and is directed vertically upward.*

يتضح في الشكل 3.26 ان القوة F_{V2} تساوي ثقل كتلة السائل في المجال AGHCB فوق السطح العلوي للجسم الطافي , وأن القوة F_{V1} تساوي ثقل كتلة المائع التي يمكن أن تشغل المجال ADCHG في حالة عدم وجود الجسم المغمور, وعليه تصبح القوة الدافعة تساوي F_{V1} ناقصاً F_{V2} أو بعبارة ثانية أن القوة الدافعة تساوي ثقل المائع الذي يزيحه الجسم المغمور . تعمل القوة الدافعة الى الاعلى باتجاه مركز ثقل المائع المزاح , الذي يسمى ***مركز الطفو*** . و تجدر الإشارة إلى ان هذا الاستنتاج هو في الواقع مطابق ***لقاعدة أرخميدس*** التي تنص *على أن قوة الطفو تساوي ثقل المائع المزاح بواسطة الجسم المغمور جزئيا او كليا , وهي تعمل شاقوليا الى الاعلى .*

3.13 Flotation Equilibrium

3.13 توازن الأجسام العائمة

Flotation is the stable condition of a floating body at the liquid surface. The immersed part of the body will displace an amount of liquid equivalent to its weight. In Fig 3.27, the up thrust force F will act upward toward the centre of buoyancy B; whilst the force due to the weight of the body W_t, will act downward toward the ***centre of gravity*** G.

العوم هو أستقرار الجسم لدى سطح السائل , حيث يزيح الجزء المغمور من الجسم ما يكافئ ثقله من السائل . ففي الشكل 3.27 تعمل القوة الدافعة F إلى الأعلى باتجاه مركز الطفو B , بينما تعمل قوة ثقل الجسم W_t إلى الأسفل باتجاه ***مركز الثقل*** G .

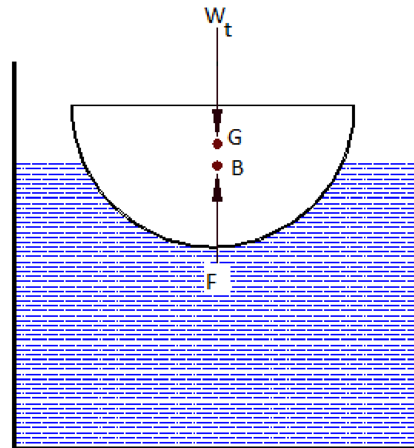


Fig 3.27 Floatation equilibrium

الشكل 3.27 توازن الجسم العائم

Forces are calculated as follows: تحسب القوى كالاتي :

$$W_t = m\,g$$

$$F = \rho_l\,g\,V$$

m = the mass of the floating body — m = كتلة الجسم

ρ_l = the density of the liquid — ρ_l = كثافة السائل

V = the volume of the displaced liquid — V = حجم السائل المزاح

To keep the body floating: ولإبقاء الجسم في حالة العوم فأن :

$$F = W_t$$

Substitution leads to: وبالتعويض :

$$\rho_l\,g\,V = m\,g$$

Or: أو

$$V = \frac{m}{\rho_l} \qquad (3.20)$$

Equilibrium of a floating body can either be stable or unstable. ***Stability*** is achieved when the body is displaced, it returns to the same equilibrium position.

يمكن أن يكون توازن الجسم الطافي مستقرأ أو غير مستقر , و ***التوازن المستقر*** هو ابقاء الجسم ثابت بموقعه, أو انه يعود إلى موقعه الأبتدائي بعد امالته .

3.14 Stability of Submerged and Floating Bodies

Stability depends on the positioning of the centre of gravity of the body relative to the centre of gravity of the displaced liquid, known as ***centre of buoyancy***. The two centre points B and G will remain in the same position, relative to the submerged body, regardless of whether the body is inclined or vertical, see Fig 3.28.

3.14 استقرار الاجسام المغمورة والاجسام العائمة

تعتمد حالة الاستقرار على موقع مركزثقل الجسم نسبة إلى موقع مركز ثقل المائع المزاح المسمى ***مركز الطفو*** .
فعندما يكون الجسم مغموراً في مائع معين تبقى النقطتان B و G في موقع ثابت نسبة إلى الجسم سواء أكان مائلاً او عمودياً , انظر الشكل 3.28 .

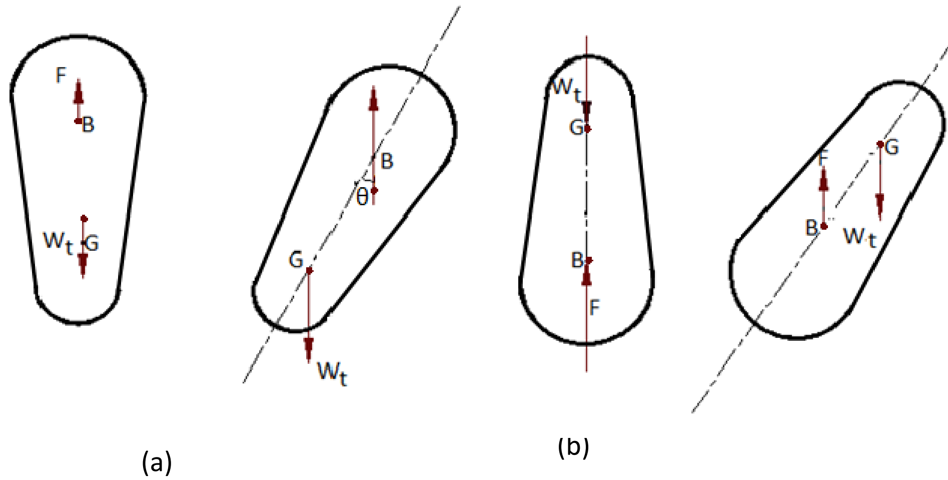


Fig 3.28 Stability of submerged bodies

(a) Stable state (b) unstable state

الشكل 3.28 استقرار الاجسام المغمورة

(a) حالة عدم الاستقرار (b) حالة الاستقرار

It is noted in Fig 3.28 that tilting the body at an angle θ relative to equilibrium position will generate a moment equal to (W x BG x tan θ). Since the angle θ is small, then (tan θ = 0), consequently, the moment magnitude will become (W x BG x θ). Now, if the centre of gravity G falls below the buoyancy centre then the moment will be a ***righting moment*** acting to return the body to equilibrium position, see Fig 3.8 (a).

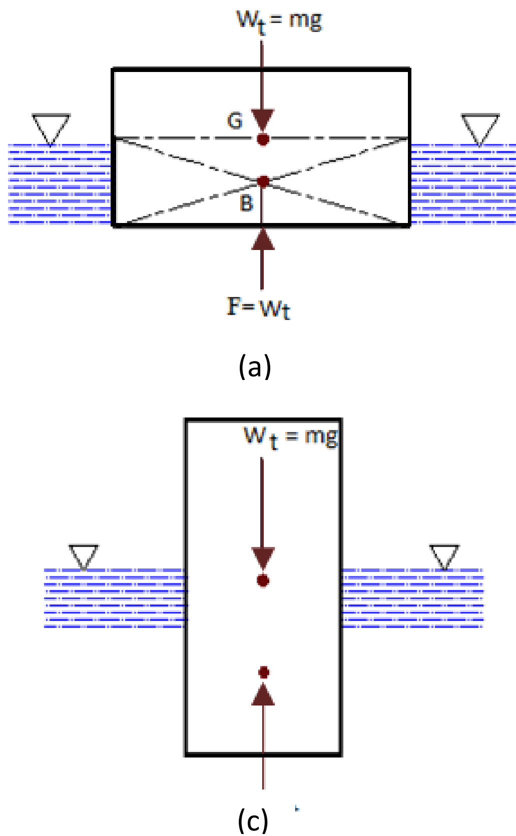
يلاحظ في الشكل 3.28 ان انحراف الجسم بزاوية θ عن موقع التوازن يسبب عزماً مقداره (W x BG x tan θ) . وهذه θ هي زاوية صغيرة فيمكن أعتبار (tan θ = 0) ويصبح مقدار العزم (W x BG x θ) . فاذا كان مركز الثقل G يقع أسفل مركز الطفو فالعزم هو ***عزم تقويم*** الذي يعمل على إعادة الجسم إلى حالة التوازن انظر الشكل 3.28 (a) .

However, if the centre of gravity falls above the centre of buoyancy, then the moment is an ***overturning moment*** causing instability, see Fig 3.28 (b).

أما اذا كان مركز ثقل الجسم يقع أعلى مركز الطفو فالعزم هو ***عزم تدوير*** و يصبح الجسم غير مستقر انظر الشكل 3.28 (b)

Fig 3.29 (a) shows a floating body in a stable equilibrium position. It can be noted that the force due to the weight of the body, acting at the centre of gravity W_t, is equal to the up thrust force F acting at the centre of buoyancy B. The two forces act in opposite directions but along the same line.

يبين الشكل 3.29 (a) جسماً عائماً في حالة التوازن , ويتضح أن قوة ثقل الجسم التي تعمل عند نقطة مركز الثقل W_t تساوي القوة الدافعة F التي تعمل عند مركز الطفو B. ويلاحظ ان القوتين تعملان باتجاهين متعاكسين ولكنهما على أمتداد خط مستقيم واحد.



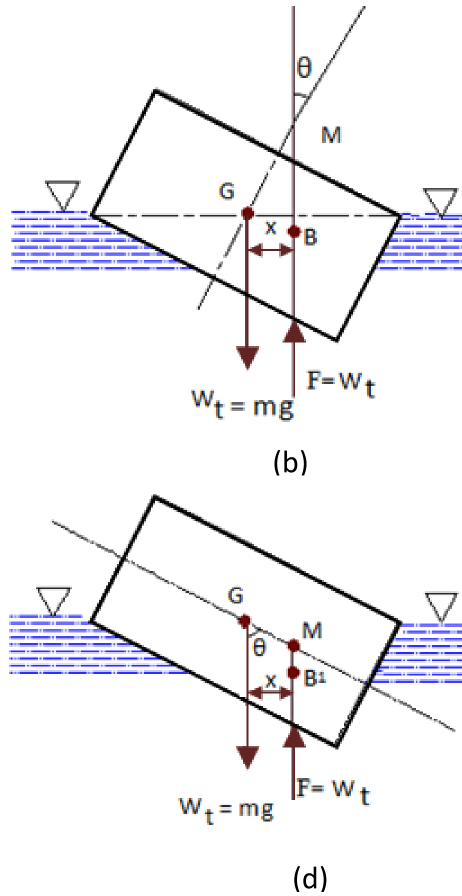


Fig 3.29 Stable and unstable equilibria

الشكل 3.29 التوازن المستقر و التوازن غير المستقر

If the floating body is tilted to an angle θ, as shown in Fig 3.29 (b), the force W_t, will act at G. The displaced volume of fluid will remain unchanged because F and W_t are equal in magnitude. However, the shape of the displaced liquid will change, and therefore the centre of buoyancy will shift from B to B_1 developing the moment (W_t θ). It can be noted now, that each of the forces F and W_t has a different direction. Fig 3.29 shows that the moment developed in (b) is, in fact, a righting moment, whilst that in (d) is an overturning moment. The stability of the floating body depends on the positioning of the point M known as the ***metacentre***; which is the intersection of the line passing through G and B with the line passing through B_1. MG is known as the ***metacentre height***. If M falls above G, MG will be positive and the body will be stable. The resulting righting moment has a magnitude (W_t x). However, if M is shifted to be below G then MG will be negative. The body will lose its stability and the resulting overturning moment (W_t x) will cause the body to overturn. If M falls on G then the body will be in a state known as ***neutral equilibrium***.

وعنـد إمالـه الجسـم بزاويـة θ , كمـا هـو مبـين فـي الشكل 3.29 (b) , تبقى القوة W_t تؤثر عند النقطة G حيث يبقى مقدار حجم المائع المزاح دون تغير بسبب مساواة القوتين W_t و F , بينما يتغير شكل المائع المزاح فيزحف مركزالطفو من النقطة B إلى B_1 , ومن ذلك ينتج عزم مقداره (W_t θ) . وتجـدر ملاحظـة القـوتين W_t و F اللتـين اصـبحتا الآن تعمـلان على امتداد خطين مختلفين . وأن هذا العزم هو في الواقع عزم تقـويم فـي الشـكل 3.29 (b) , وعـزم تـدوير فـي الشـكل 3.29 (d) . ويعتمد أستقرار الجسم هنا على موقع النقطة M التـي تسمى ***المركز البينـي*** للجسم الطـافي, وهـي نقطـة تقـاطع الخط المار بالنقطتين B و G والخط المار بمركز الطفوالجديد B_1 . ويطلق علـى المسـافة MG ***الأرتفـاع البينـي*** , فـاذا كانـت النقطـة M تقع فوق النقطة G سيبقى الجسم مستقر وينتج عزم تقـويم مقـداره (W_t x) و يعـد MG موجبـاً أمـا اذا زحفـت النقطة M إلى أسفل النقطة G فسيفقد الجسم توازنـه المستقر و ينتج عزم تـدوير مقـداره (W_t x) الـذي يسـبب انقـلاب الجسـم , ويعد MG في هذه الحالة سالباً . وفي حالة تطابق النقطتين G و M فيسكون الجسم في حالة ***التوازن المتعادل*** .



The metacenter M can be specified, for a boat tilted at a small angle θ, by equating the moment of the displaced volume V with respect to B, to the moment of the shaded triangular areas. See Fig 3.30. Here, the moment of the displaced water is (V x (BB_1)), and the moment resulting from movement of the liquid prism is

يمكن تحديد موقع المركز البينـي M عنـد ميلان قـارب مثلاً بزاويـة صـغيرة θ من مسـاواة عزم حجم السـائل المزاح V حـول النقطـة B بعـزم حجـم المسـاحتين المؤشـرتين , انظـر الشكل 3.30 ويلاحظ أن عزم حجم الماء المزاح هو (V x (BB_1)) , والعزم الناجم عن حركة منشور السائل هو

$$\left(\int_A x\,(x \tan\theta\, dA)\right.$$

Assuming θ to be a very small angle, therefore: وبافتراض ان الزاوية θ صغيرة جداً لذا :

$$x \tan\theta = x\,\theta$$

the integral will be $\int_A x(x\ \theta\, dA)$

Equating moments gives: و بمساواة العزوم نحصل على:

$$V\,(BB_1) = (\int_A x\,(x\,\theta\, dA)$$

$$V\,(BB_1) = \theta \int_A x^2 dA$$

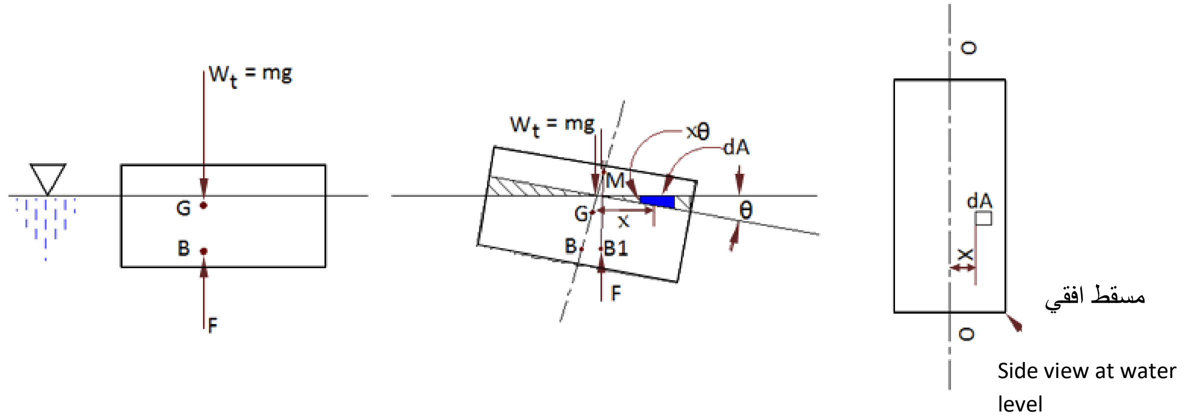


Fig 3.30 Stability of the boat in water **الشكل 3.30** استقرار القارب في الماء

($\int_A x^2 dA$) is clearly the moment of inertia I_c. ومن الواضح أن ($\int_A x^2 dA$) هو عزم القصور الذاتي I_c .

Thus: أذن :

$$BB_1 = \frac{I_c\ \theta}{V} \qquad (3.21)$$

Also we have: وكذلك أن

$$BB_1 = MB \tan\theta \approx MB\,.\,\theta$$

Substituting BB_1 in equation (3.21): وبالتعويض نحصل على:

$$MB = \frac{I_c}{V} \qquad (3.21\ A)$$

Since وبما ان

$$MG = MB - GB$$

Therefore: اذن :

$$MG = \frac{I_c}{V} - GB \qquad (3.22)$$

If a boat is tilted at small angle, we can locate the metacentre M by applying the above equation to estimate the metacentre height MG. It is worth noting that the stability of the body is enhanced by increasing the distance between the points M and G, therefore:

وهكذا نستطيع تحديد موقع المركز البيني M بحساب الأرتفاع البينـي MG عنـد مـيلان القـارب بزاويـة صـغيرة . وتجـدر الإشـارة إلـى أن تباعد النقطتين G و M يسـاعد علـى إسـتقرار الجسم , لذا يمكن القول :

If we have: إذا كان :

$$\frac{I_c}{V} > GB$$

the body is stable فالجسم مستقر

and if: واذا كان :

$$\frac{I_c}{V} < GB$$

the body is unstable فالجسم غير مستقر

Example 3.9

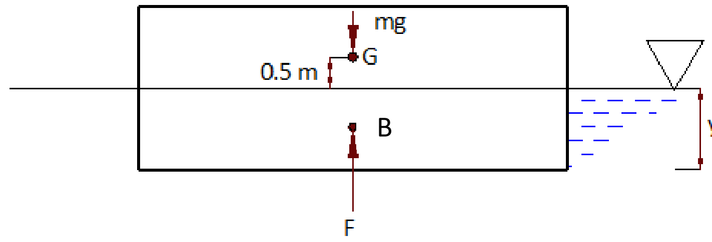
A boat 30 m in length and 10m in width displaces 5.096×10^5 kg of water. If the centre of gravity is 0.5 m above the water level, calculate the metacentre height and the righting moment. Consider the tilt angle to be 10^0 and the density of water is 10^3 kg/m^3.

مثال 3.9

قارب طولـه 30 m وعرضـه 10 m يـزيح 5.096×10^5 kg من الماء . ويقع مركز ثقلـه علـى ارتفـاع 0.5 m فوق سطح المـاء . أحسب الارتفاع البينـي وعزم التقويم لزاوية ميلان مقدارها 10^0 .

كثافة الماء هي 10^3 kg/m^3

Solution **الحل**



The boat before tilting القارب قبل الميلان

(a) Determination of MG shown in Fig 3.30

(أ) حساب الارتفاع البيني MG المبين في الشكل 3.30

We calculate the centre of gravity of the boat G relative to the buoyancy centre B, this will be the distance GB. The depth of water y is first determined as follows:

نحسب موقع مركز ثقل القارب G نسبة إلى موقع مركز الطفو B أي البعد GB. ولايجاده نحسب عمق الماء المزاح y لتحديد موقع النقطة :

Mass of displaced water = Density x volume

كتلة الماء المزاح = كثافة الماء x حجم الماء المزاح

$$(y \times 10 \times 30) \times 10^3 = 5.096 \times 10^5$$

$$y = 1.7 \text{ m}$$

Therefore the centre of buoyancy will be at:

أذن موقع مركز الطفو هو:

$$\frac{y}{2} = \frac{1.7}{2} = 0.85 \text{ m}$$

The centre of gravity will be at:

و يصبح موقع مركز ثقل القارب الآتي:

$$GB = 0.85 + 0.5 = 1.35 \text{ m}$$

Then we calculate MG using equation (3.22):

ثم نحسب MG باستخدام المعادلة (3.22):

$$MG = \frac{I_c}{V} - GB \qquad \text{(Equation 3.22)}$$

The moment of inertia for a rectangular shape is determined from table 3.1:

نوجد عزم القصور الذاتي للمستطيل من الجدول 3.1 :

$I_c = bc^3/12$ (in the y direction)

$I_c = cb^3/12$ (in the x direction)

$I_c = (30 \times 10^3)/12 = 2500$

$$\therefore MG = \frac{2500}{1.7 \times 10 \times 30} - 1.35$$

MG = 3.55 m

(b) Determination of the righting moment

(ب) ايجاد مقدار عزم التقويم

Fig 3.30 shows that:

يتضح في الشكل 3.30 بأن :

Righting moment = Force (F) x (BB_1)

عزم التقويم = (BB_1) x القوة المؤثرة على القارب (F)

But the force F is equal to the weight of the boat,

ولكن القوة الدافعة F تساوي ثقل القارب,

$$F = W_t = mg$$

Also:

كما ان :

The upward force = mass of displaced liquid x g

القوة الدافعة = كتلة السائل المزاح x التعجيل الجاذبي g

$$F = 5.096 \times 10^5 \times 9.81 = 4.99 \times 10^6 \text{ N}$$

$$BB_1 = (I_c\,\theta)/V = (I_c \tan\theta)/V \qquad \text{(Eqn. 3.21)}$$

بما أن

Since

$$I_c/V = 4.9$$

Therefore:

اذن :

$$BB_1 = 4.9 \tan 10 = 4.9 \times 0.176$$

$$BB_1 = 0.864 \text{ m}$$

$$\text{Righting moment} = F \times BB_1 = 0.864 \times 5 \times 10^6$$

عزم التقويم = $\underline{4.32\ 10^6 \text{ N.m}}$

Comment

If equation 3.21 is used without changing θ to tan θ, then the units of the angle should be changed from (θ^0) to (θ rad).

ملاحظة

اذا استخدمت المعادلة (3.21) بدون تغير θ الى (tan θ) فينبغي تحويل وحدات الزاوية من (θ^0) إلى (θ rad) .

3.15 Accelerated Fluid Masses

The fluid inside a moving vessel will not be affected by any movement at constant velocity. However, if the vessel is subjected to an accelerated movement then the pressure distribution within the fluid mass will change. As the fluid is in a static state relative to the container there will be no shear stresses developed. The pressure will therefore act vertically on the surrounding surfaces, and the fluid will be at ***relative equilibrium*** and follows the statics laws with some adjustment.

3.15 كتل الموائع المعجلة

عندما يندفع وعاء يحتوي مائعاً بسرعة ثابتة فلن يحصل أي تأثير في المائع بسبب حركة الوعاء. بينما لو اندفع الوعاء بتعجيل مستمر فأن توزيع الضغط في كتلة المائع سيتأثر بالتعجيل . ولما كان المائع في حالة سكون نسبة إلى الوعاء فلن تتولد اجهادات القص , وعليه يبقى الضغط يؤثر عموديا في السطوح المحيطة بالمائع ويكون المائع في حالة ***توازن نسبي*** فيخضع إلى قوانين سكون الموائع (الاستاتيك) بعد ادخال بعض التعديلات.



3.15.1 Pressure Distribution for a Horizontally Accelerated Liquid

Fig 3.31 shows a liquid inside a vessel moving horizontally with acceleration a. A surface element, mass m, will move with the same acceleration under the influence of force F at O, so that:

3.15.1 توزيع الضغط في السائل المعجل أفقياً

يبين الشكل 3.31 سائلاً موجوداً في وعاء مندفع أفقياً بتعجيل مقداره a . اذ سيتحرك جسيم على سطح المائع كتلته m بنفس التعجيل الذي تؤثر فيه القوة F في النقطة O بحيث :

$$F = m.a \qquad (3.23)$$

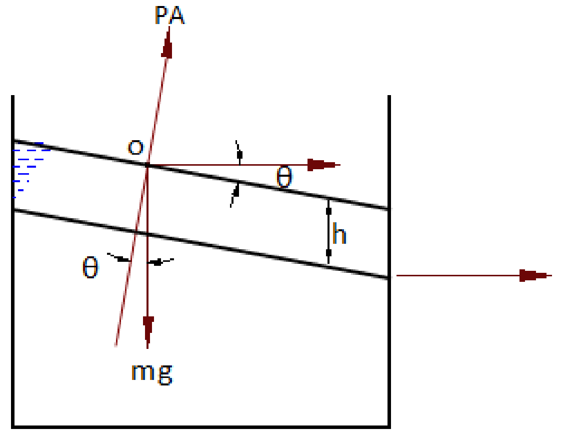


Fig 3.31 Influence of horizontal acceleration

الشكل 3.31 تأثير التعجيل الافقي

The force F is, in fact, the resultant force for both, the pressure force (P x A) acting upward on the surface, and the gravity force (mg) acting downward on the bottom of the container. The side pressures act in opposite directions, canceling each other; hence, the remaining force in the horizontal direction will be:

وتعد القوة F القوة المحصلة لقوتين هما قوة الضغط (P x A) التي تعمل إلى الأعلى بالاتجاه العمودي على السطح , وقوة الثقل (mg) التي تعمل إلى الاسفل بالاتجاه العمودي على قعر الوعاء . وإن الضغطين الجانبيين متعاكسا الاتجاه , ولهذا سيختزل احداهما الاخر و تبقى القوة بالاتجاه الأفقي :

$$F = m.g \tan \theta \qquad (3.24)$$

Combining equations (3.23) and (3.24):

وبدمج المعادلتين (3.23) و (3.24) نحصل على :

$$\tan\theta = \frac{a}{g} \qquad (3.25)$$

Note that equation 3.25 can be applied to calculate the angle θ for the tilted surface of a horizontally accelerated liquid. Since there is no movement in the vertical direction, the pressure at any point within the liquid will equal the height of the liquid multiplied by the density and acceleration due to gravity that is (h ρ g).

يتضح مما ورد سابقاً أن سطح السائل المعجل افقياً يميل بزاوية θ عن الأفق التي تحسب باستخدام المعادلة 3.25 . وتجدر الإشارة إلى أن الضغط في أية نقطة كانت سيساوي عمق تلك النقطة تحت سطح السائل المائل مضروباً بالكثافة والتعجيل الجاذبي , أي (h ρ g) وذلك لانعدام الحركة في الأتجاة الرأسي .

3.15.2 Pressure Distribution for a Vertically Accelerated Liquid

3.15.2 توزيع الضغط في السائل المعجل رأسياً

For the vertical acceleration of a vessel, the surface of the liquid remains horizontal as shown in Fig 3.32.

عندما يكون الوعاء معجل رأسياً, كما موضح في الشكل 3.32 يبقى سطح السائل في وضع أفقي ثابت .

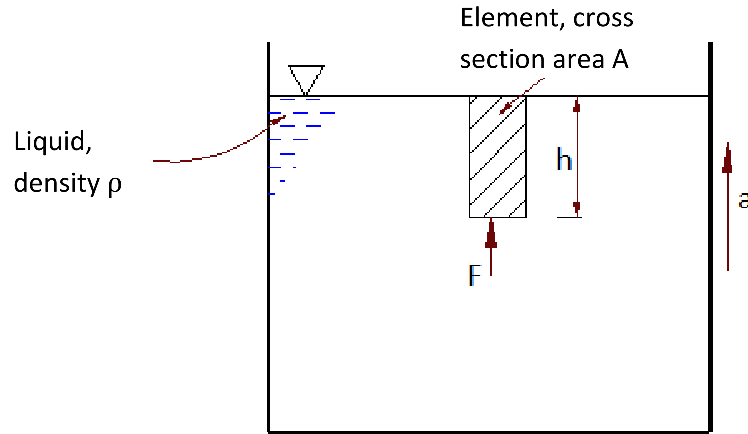


Fig 3.32 Influence of vertical acceleration

الشكل 3.32 تأثير التعجيل الرأسي

Consider an element of the liquid having cross section area A and moving upward with an acceleration a. Conducting force balance at a point at a depth h below the liquid surface:

تأمل منشوراً من السائل مساحة مقطعه العرضي A متأثراً بالتعجيل a إلى الأعلى .
فاذا اجريت موازنة قوى عند نقطة تقع بعمق h تحت سطح السائل ينتج:

$$F = (P \,.\, A) - (h\,\rho\, g\, A)$$

The resultant force is found by Newton's second law:

و تعطى القوة المحصلة من قانون نيوتن الثاني:

$$F = m.a$$

m is the mass of the element = (ρ h A)

m هي كتلة المنشورالتي تساوي (ρ h A)

$$\therefore F = (\rho\, h\, A)\, a$$

Substituting:

وبالتعويض نحصل على :

$$(\rho\, h\, A)\, a = P \,.\, A - \rho\, g\, h$$

Then simplifying:

ثم التبسيط :

$$P = \rho\, g\, h\left(1 + \frac{a}{g}\right) \qquad (3.26)$$

Equation (3.26) is used to estimate P at any depth h and plot the pressure distribution.

تعد المعادلة (3.26) معادلة توزيع الضغط التي يحسب بها مقدار الضغط P عند أي عمق h .

1.15.3 Equation for Accelerated Fluid Masses

3.15.3 معادلة عامة لكتل الموائع المعجلة

We apply Newton's second law to a small element of a fluid as shown in Fig 3.33

نطبق قانون نيوتن الثاني على جسيم صغير من المائع المبين في الشكل 3.33

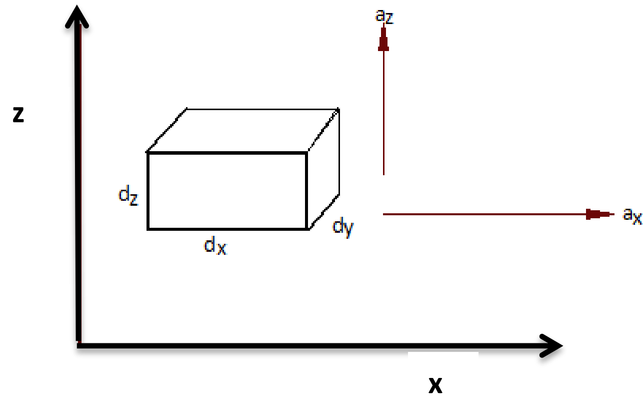


Fig 3.33 **الشكل 3.33**

The force F_x acting in the x direction is:

تعطى القوة F_x التي تؤثر بالاتجاه x كالآتي:

$$F_x = P\, dy\, dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) dy\, dz$$

$$F_x = - \frac{\partial P}{\partial x}\, dx\, dy\, dz$$

According to Newton's second law, the force F_x is equal to the mass of the element (ρ dx dy dz) multiplied by the acceleration a_x. Hence:

والقوة F_x أيضاً تساوي كتلة الجسيم (ρ dx dy dz) مضروبة بالتعجيل a_x و ذلك بموجب قانون نيوتن الثاني , اذن:

$$(\rho\, dx\, dy\, dz)\, a_x = - \frac{\partial P}{\partial x}\, dx\, dy\, dz$$

$$\therefore \frac{\partial P}{\partial x} = - \rho\, a_x$$

In the z direction, we have:

و لدينا في الاتجاه z :

$$F_z = P\,dx\,dy - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z}dz\right) dx\,dy - \rho\,g\,dx\,dy\,dz$$

ثقل الجسيم
Weight of element

$$F_z = -\frac{\partial P}{\partial z}dx\,dy\,dz - \rho\,g\,dx\,dy\,dz$$

Applying Newton's second law in the z direction:

وبتطبيق قانون نيوتن الثاني بالاتجاه z :

$$F_z = (\rho\,dx\,dy\,dz)\,a_z$$

و بالتعويض :

Substitution gives:

$$(\rho\,dx\,dy\,dz)\,a_z = -\frac{\partial P}{\partial z}dx\,dy\,dz - \rho\,g\,dx\,dy\,dz$$

Simplifying:

ثم التبسيط :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho\,(g + a_z)$$

Using ***partial differentials*** format we can write:

و باستخدام التحليلات الرياضية التي تخص ***التفاضل الجزئي*** يمكن كتابة :

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x}dx + \frac{\partial P}{\partial z}dz \qquad (3.27)$$

Substituting $\frac{\partial P}{\partial z}$ and $\frac{\partial P}{\partial x}$:

الآن نعوض عن $\frac{\partial P}{\partial z}$ و $\frac{\partial P}{\partial x}$ من المعادلتين اعلاه :

$$dP = (- \rho\, a_x)\, dx + (- \rho\, (g + a_z))\, dz$$

The pressure will be constant along the liquid surface and therefore (dP = 0); thus the equation will be:

إلا ان الضغط سيكون ثابتاً على امتداد سطح السائل و كذلك على امتداد أي خط مواز للسطح , ولهذا يصبح (dP = 0) وتختصر المعادلة إلى :

$$0 = - \rho\, a_x\, dx + (- \rho\, (g + a_z))\, dz$$

$$\frac{dz}{dx} = - \left(\frac{a_x}{g + a_z} \right) \qquad (3.28)$$

If the liquid is accelerated in any direction, then the differential $\frac{dz}{dx}$ will be the ***tan of the angle*** θ for the inclined liquid surface. For example, if the liquid attains acceleration a_s over a solid boundary tilted at an angle ∅, then the value of the acceleration a_x will be:

يمثل المقدار $\frac{dz}{dx}$ ***ظل الزاوية*** θ التي ينحرف بها سطح السائل عند تعجيله بأي اتجاه يكون , فمثلاً اذا كان السائل معجلاً بتعجيل a_s فوق تخم صلب مائل بزاوية ∅ فيسكون مقدار التعجيل a_x :

$$a_x = a_s \cos \emptyset$$

and the acceleration a_z:

والتعجيل a_z :

$$a_z = a_s \sin \emptyset$$

Substituting in equation (3.28):

وبالتعويض في المعادلة (3.28) نحصل على :

$$\tan \theta = - \left(\frac{a_s \cos \emptyset}{g + a_s \sin \emptyset} \right) \qquad (3.29)$$

Equation (3.29) is used to evaluate the surface-tilt angle θ of the liquid inside a container moving over an inclined surface at an angle ∅.

تستخدم المعادلة (3.29) لحساب زاوية انحراف سطح السائل θ الموجود في وعاء متحرك فوق منحدر مائل بزاوية ∅ .

The value of pressure at any point (z , x) can be determined by integrating equation (3.27):

ويمكن حساب مقدار الضغط في أي نقطة (z , x) بمكاملة المعادلة (3.27) :

$$P = \int dP = \int \frac{\partial P}{\partial x}\, dx + \int \frac{\partial P}{\partial z}\, dz$$

$$P = \int (-\rho\, a_x)\, dx + \int [-\rho\, (g + a_z)]\, dz$$

$$P = -\rho\, (x\, a_s \cos \emptyset - g\, z - z\, a_s \sin \emptyset) + C \qquad (3.29\ A)$$

C is a constant, and the application of the above equations will be demonstrated in the following example.

C هو مقدار ثابت, وسنوضح طريقة استخدام المعادلات التي أشتقت في المثال القادم .

Example 3.10

مثال 3.10

A rectangular vessel 2 m long, 1m wide and 1.2m in height, is used to transport water up a slope inclined at 30^0 as illustrated in Fig 3.34. If the density of water is 1000 kg/m^3, determine:

(a) The tilt angle of the water surface, when the vessel starts to ascend with an acceleration of 4 m/s^2.

(b) The maximum possible acceleration to ensure that the container will move to the top of the slope without spilling the water. The depth of the water in the container is 0.8 m. Also calculate the force acting at the bottom of the container.

يستعمل وعاء طوله 2 m وعرضه 1 m وارتفاعه 1.2 m لنقل الماء إلى أعلى منحدر مائل بزاوية قدرها 30^0 مع الأفق , كما هو موضح في الشكل 3.34 . فاذا كانت كثافة الماء (1000 kg/m احسب :

(أ) زاوية انحراف سطح الماء في الوعاء عندما يبدأ الوعاء الصعود بتعجيل قدره 4 m/s^2

(ب) أقصى تعجيل يمكن ان يندفع به الوعاء إلى اعلى المنحدر دون انسكاب الماء منه, علماً ان عمق الماء في الوعاء 0.8 m ثم اوجد مقدار القوة التي تؤثر في قعر الوعاء .

Solution **الحل**

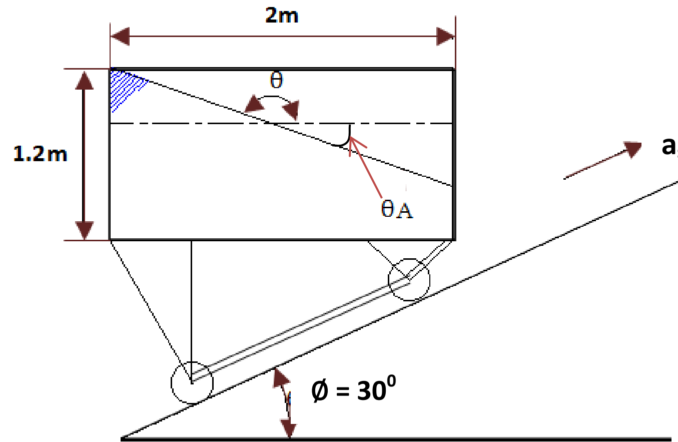


Fig 3.34 **الشكل 3.34**

(a) We determine θ by equation (3.29)

(أ) نوجد θ باستخدام المعادلة (3.29)

$$\tan \theta_A = -\frac{a_s \cos \emptyset}{g + a_s \sin \emptyset}$$

$$\tan \theta_A = -\frac{4 \cos 30}{9.81 + 4 \sin 30} = -0.2933$$

(the - ve sign is to indicate direction)

$$\theta_A = 16.347^0$$

$$\theta = 180 - 16.347 = \underline{163.653^0}$$

(b) To keep the water in, z_{max} in Fig 3.35 must remain less the than the height of the container, that is:

(ب) لابقاء الماء في الوعاء دون انسكابه يجب ان يكون z_{max} في الشكل 3.35 أقل من ارتفاع الوعاء , أي :

$$z_{max} \leq 1.2 \text{ m}$$

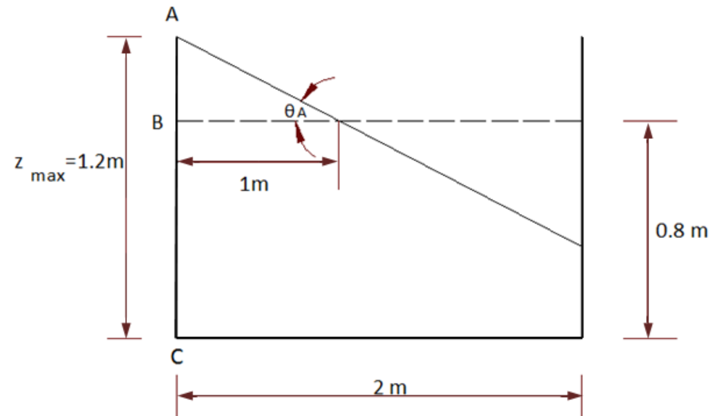


Fig 3.35 **الشكل 3.35**

z_{max} = AB + BC

1.2 = 1x |tan θ_A| + 0.8

|tan θ_A| = 1.2 – 0.8 = 0.4 m

tan θ = - 0.4 (- ve slope because the surface is inclined downwards) (انحراف السطح هو بالاتجاه السالب)

$$\tan \theta_A = -\frac{a_s \cos \emptyset}{g + a_s \sin \emptyset}$$

$$-0.4 = -\frac{a_s \cos 30}{9.81 + a_s \sin 30}$$

3.924 + 0.2 a_s = 0.866 a_s

a_s = 3.924/0.666 = <u>5.89 m/s²</u>

Determination of the force acting at the bottom of the container

ايجاد القوة المؤثرة في قعر الوعاء

Force = Pressure x area of bottom of container

القوة = الضغط x مساحة قعر الوعاء

Equation (3.29 A) is

لدينا المعادلة (3.29 A)

$$P = -\rho\,(x\,a_s \cos\emptyset - g\,z - z\,a_s \sin\emptyset) + C$$

The force is acting vertically, therefore it will not be affected by the horizontal acceleration; thus the equation will be reduced to:

و لما كانت القوة المؤثرة في القعر لن تتأثر بالتعجيل الأفقي لذا تختصر المعادلة إلى :

$$P = z\,(\rho\,a_s \sin\emptyset) + \rho\,g + C$$

z is the depth of water (0.8 m) and (C = 0). Introducing the known quantities:

و هنا z هو عمق الماء ويساوي (0.8 m) وإن (C = 0) , والآن نعوض بالقيم المعلومة فنحصل على :

$$P = 0.8\,[1000 \times 5.89 \sin 30 + 1000 \times 9.81 = 10204\ N/m^2$$

$$F = P\,.A = 10204 \times 1 \times 2 = 20204\ N = \underline{20.408\ kN}$$

Comment

The negative sign should be considered carefully when we solve similar problems.

ملاحظة

ينبغي مراعاة اشارة الناقص عند استخدام المعادلات في حل مسائل مماثلة .

3.16 Pressure Distribution for a Rotating Mass of Fluid

3.16 المائع في حالة الدوران – توزيع الضغط

If a fluid is contained in a tank, which is rotating around a vertical axis with an ***angular velocity*** ω, as shown in Fig 3.36, the fluid mass will then attain relative equilibrium and rotate with the

اذا كان المائع موجودا في وعاء يدور حول محور رأسي ***بسرعة زاوية*** قدرها (ω) , كما هو مبين في الشكل 3.36 , فأن كتلة المائع ستصل إلى حالة توازن نسبي فتدور بنفس السرعة

same velocity, forming what is known as a ***forced vortex***.

مكونة ما يسمى ***بالدوامة القسرية***.

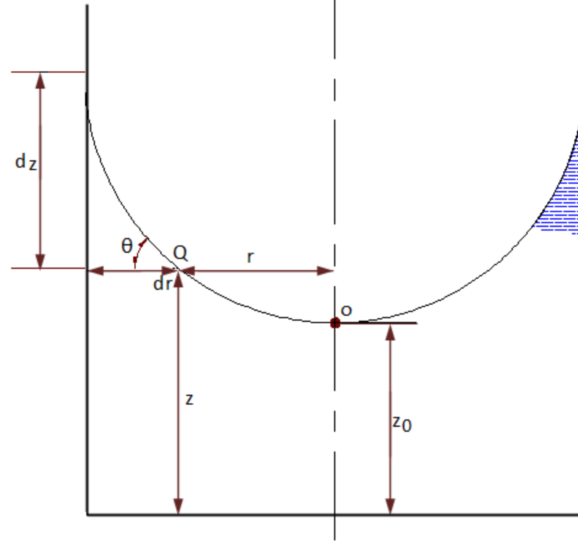


Fig 3.36 Rotating fluid

الشكل 3.36 المائع في الدوران

The rotation of a fluid is encountered in ***centrifugal pumps*** and in industrial separators such as ***centrifuges***.

تحصل هذه الحالة في بعض المعدات الصناعية مثل دوران السائل في داخل ***مضخة الطرد المركزي*** , كذلك دوران المائع في حوض ***فرازة الطرد المركزي*** .

The rotating fluid is subjected to two forces in the vertical direction; these are the pressure force and the gravity force. It is also influenced in the horizontal direction by two forces, namely, the pressure force and ***centrifugal force.***

عندما يكون المائع في حالة الدوران فانه يتأثر بقوتين بالاتجاه الرأسي هما قوة الضغط و قوة الجاذبية , ويتأثر بقوتين باتجاه نصف القطر هما قوة الضغط و ***قوة الطرد المركزي***.

Consider a cylindrical element with cross section area dA and depth dz in an equilibrium state, as shown in Fig 3.37. Accordingly, the forces acting in the vertical direction will have to be at equilibrium, that is:

تأمل جسيماً من المائع اسطواني الشكل مساحة مقطعه dA وعمقه dz في حالة توازن , كما هو مبين في الشكل 3.37 فالقوى المؤثرة فيه شاقوليا ستكون متوازنة ايضا , اي ان :

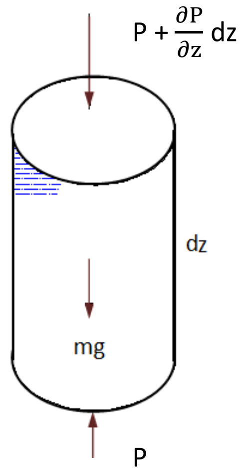


Fig 3.37 Vertical forces acting on a fluid element

الشكل 3.37 القوى المؤثرة في جسيم المائع في الاتجاه الرأسي

$$[\,P + \frac{\partial P}{\partial z}\,dz\,]\,dA + m\,g = P\,.\,dA$$

$$m = (dA\,.\,dz\,)\,\rho$$

$$\therefore [\,P + \frac{\partial P}{\partial z}\,dz\,]\,dA - PdA = -\,dA\,dz\,\rho\,g$$

Simplifying:

و بالتبسيط نحصل على :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\,\rho g \qquad (3.30)$$

Equation (3.30) is used to calculate pressure variation in the z direction. For the pressure distribution in the radial direction, we consider an element of fluid having cross section area dA; as shown in Fig 3.38. It is in a state of equilibrium due to the equal and opposite effect of the pressure and centrifugal forces.

تستخدم المعادلة (3.30) لحساب مقدار تغير الضغط بالاتجاه z والان سندرس توزيع الضغط باتجاه نصف القطر. ففي الشكل 3.38 يتضح جسيم من المائع مساحة مقطعه dA في حالة توازن تحت تأثير قوتي الضغط والطرد المركزي .

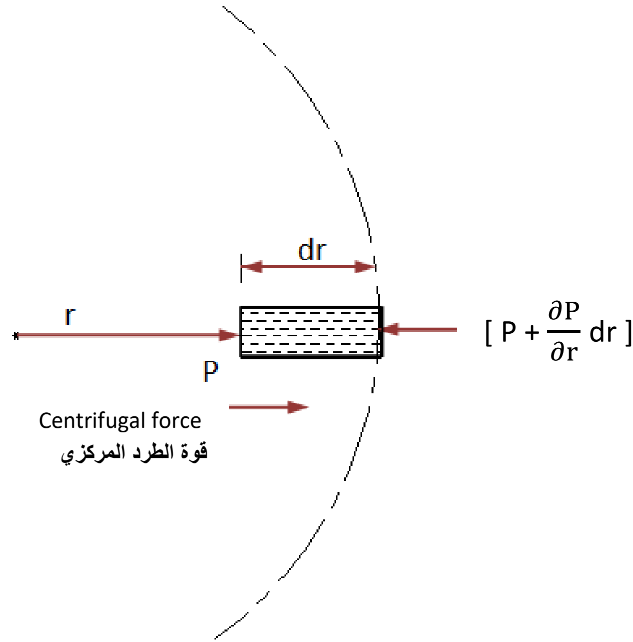


Fig 3.38 Radial forces acting on the fluid element

الشكل 3.38 القوى المؤثرة في جسيم المائع باتجاه نصف القطر

The centrifugal force is equal to the mass of the element m multiplied by the angular acceleration ($\omega^2 r$). At equilibrium, we have:

تعطى قوة الطرد المركزي من حاصل ضرب كتلة الجسيم m في التعجيل باتجاه نصف القطر الذي يساوي ($\omega^2 r$) , وتصبح معادلة الاتزان :

$$[P + \frac{\partial P}{\partial r} dr] dA - P\, dA = m\, \omega^2 r$$

Substituting the density in terms of volume

وبالتعويض عن بدلالة الكثافة والحجم نحصل على

$$\frac{\partial P}{\partial r}\, dr\, dA = dA\, dr\, \rho\, \omega^2\, r$$

Cancelling dr dA:

وباختصار dr dA :

$$\frac{\partial P}{\partial r} = r\, \rho\, \omega^2 \qquad (3.31)$$

The Pressure distribution, which is the value of pressure at any point within the mass of the rotating fluid, can be determined as follows:

يمكن ايجاد توزيع الضغط , أي مقداره عند أي نقطة كانت في كتلة السائل الدوار على النحو الآتي :

In mathematical terms we can express:

لدينا من علم الرياضيات:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial z}\, dz + \frac{\partial P}{\partial r}\, dr$$

$$P = \int \frac{\partial P}{\partial z}\, dz + \int \frac{\partial P}{\partial r}\, dr$$

Substituting for $(\frac{\partial P}{\partial z})$ and $(\frac{\partial P}{\partial r})$ from equations (3.30) and (3.31) and integrating we get:

نعوض عن $(\frac{\partial P}{\partial z})$ و $(\frac{\partial P}{\partial r})$ من المعادلتين (3.30) و (3.31) و تجري مكاملة فنحصل على :

$$P - P_0 = -(z - z_0)\, \rho\, g + (\rho\, \omega^2\, r^2)/2 \qquad (3.32)$$

Where, P_0 and z_0 are the pressure and height of the liquid column at the central axis of the rotating tank. This can be expressed as follows: If $r = 0$ then $z = z_0$ and $P = P_0$

حيث P_0 و z_0 هما الضغط وارتفاع السائل حين تكون قيمة نصف القطر تساوي الصفر , أي الضغط والارتفاع على امتداد خط مركز الوعاء الدوار, ويمكن التعبيير عن ذلك : عندما ($r = 0$) فأن ($z = z_0$) و ($P = P_0$)

The angle of the line passing through point Q at the accelerated liquid surface can be evaluated by applying an equation similar to (3.25). In this case the acceleration a will be substituted by the centrifugal acceleration ($\omega^2\, r$) giving:

ويمكن حساب زاوية انحراف النقطة Q على سطح السائل المعجل مركزيا باستخدام معادلة مماثلة للمعادلة (3.25) حيث يستبدل التعجيل a بالتعجيل ($\omega^2\, r$) فتصبح المعادلة :

$$\tan\theta = \omega^2 r/g \qquad (3.33)$$

Fig 3.36 reveals that

يلاحظ في الشكل 3.36 أن

$$\tan\theta = \frac{dz}{dr}$$

$$\therefore \frac{dz}{dr} = \omega^2 r/g$$

Integrating:

وبمكاملة هذه المعادلة نحصل على:

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C \qquad (3.34)$$

C is the integration constant.

C هو ثابت التكامل .

The relationship (3.34) is clearly a parabola equation, and C can be eliminated because at point O, z = 0. z here is the depth between O and line passing through Q; see Fig 3.39.

ومن الواضح أن المعادلة (3.34) هي معادلة قطع مكافئ ويمكن حذف الثابت C لأن z = 0 عند النقطة O وذلك باعتبار z هو العمق بين النقطة O والخط المار بالنقطة Q , انظر الشكل 3.39 .

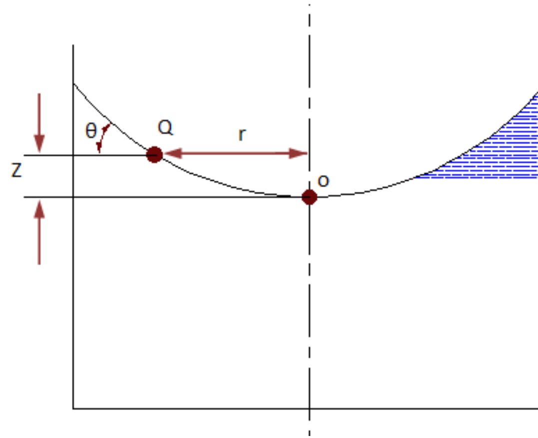


Fig 3.39 **الشكل 3.39**

Substituting in equation (3.34):

وبالتعويض في المعادلة (3.34) ينتج :

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \qquad (3.35)$$

Example 3.11

A cylindrical vessel has diameter 0.1 m and height 0.3 m rotates around a vertical axis. If the vessel contains water with depth 0.225 m before commencing to rotate, calculate the angular velocity in rad/s for the cases:

(a) When the water starts to spill over from the vessel
(b) When the depth of the water along the central axis equal to zero

مثال 3.11

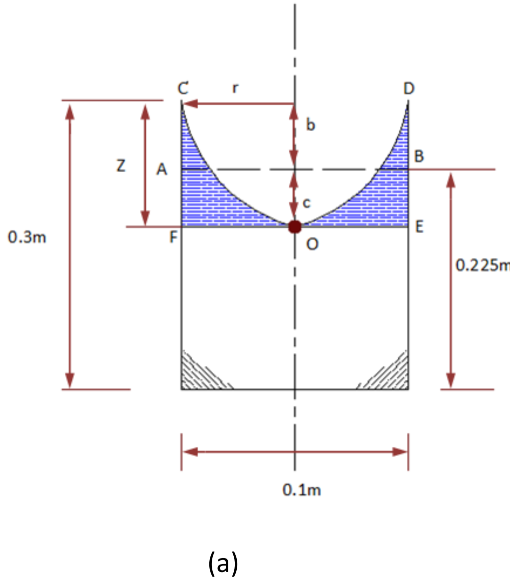
وعاء اسطواني الشكل قطره 0.1 m وارتفاعه 0.3 m يدور حول محوره الرأسي فاذا كان الوعاء يحتوي ماء بعمق 0.225 m قبل دورانه . احسب السرعة الزاوية بوحدات rad/s وذلك :

(أ) عندما ينسكب الماء من الوعاء

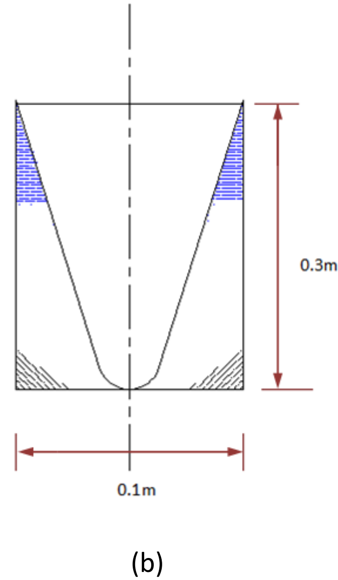
(ب) عندما يكون عمق الماء عند المحور يساوي الصفر

Solution

الحل



(a)



(b)

Fig 3.40 **الشكل 3.40**

(a) The volume of the ***paraboloid of a revolution*** is equal to half of the volume of the cylinder around it, therefore the volume COD will be:

(أ) ان حجم ***الجسم المكافئ الدوراني*** يساوي نصف حجم الاسطوانة المحيطة به, اذن الحجم COD هو :

$$COD = \tfrac{1}{2} \pi r^2 z$$

The hatched volume CFOED, making up the cylinder will be:

وان حجم الجزء المتبقي من الاسطوانه المؤشر(CFOED) هو :

$$CFOED = \tfrac{1}{2} \pi r^2 z = \tfrac{1}{2} \pi r^2 (c + b)$$

If AB represents the level of water before rotation, then:

فاذا كان AB يمثل مستوى الماء قبل الدوران, اذن :

The volume (CFOED) = cylindrical volume (ABEF)

الحجم (CFOED) = الحجم الاسطواني (ABEF)

$$= \tfrac{1}{2} \pi r^2 (c + b) = \pi r^2 b$$

ولما كان (c = b)

Since (c = b)

$$\therefore z = (c + b) = 2c$$

$$z = 2\,(0.3 - 0.225) = 0.15 \text{ m}$$

The radius of the vessel is:

وان نصف قطر الوعاء هو:

$$r = \tfrac{1}{2}\,(0.1) = 0.05 \text{ m}$$

Applying equation (3.35)

نطبق المعادلة (3.35)

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

$$\omega^2 = 2\,g\,z/r^2$$

$$\omega = \frac{\sqrt{(2\,g\,z)}}{r} = [\sqrt{(2 \times 9.8 \times 0.15)}\ ] \ / \ 0.05$$

$$\omega = \underline{34.31 \text{ rad/s}}$$

(b) When the level of water is at the bottom of the vessel as in Fig 3.40 b

(ب) عندما ينخفض مستوى الماء عند المحور إلى القعر كما مبين في الشكل 3.40 b

In this case we have:

لدينا في هذه الحالة :

r= 0.05 m

z = 0.3 m

$$\therefore \quad \omega = \frac{\sqrt{(2\,g\,z)}}{r} = [\sqrt{(2 \times 9.8 \times 0.3)}]/0.05]$$

$$\omega = \underline{48.52 \text{ rad/s}}$$

3.17 Symbols 3.17 الرموز

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Area	L^2	m^2	A	المساحة
Acceleration	LT^{-2}	m/s^2	a	التعجيل
Width	L	m	b	العرض
Length	L	m	c	الطول
Constant	-	-	C	ثابت
Force	MLT^{-2}	N	F	القوة
Gravity Acceleration	LT^{-2}	m/s^2	g	التعجيل الجاذبي
Depth, pressure head	L	m	h	ارتفاع السائل , عمود الضغط
Height	L	m	H	الارتفاع
Moment of Inertia	L^4	m^4	I_{oc}	عزم القصور الذاتي
Moment of area	L^4	m^4	I_c	عزم قصور المساحة
Mass	M	kg	m	الكتلة
Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2 (Pa)	P	الضغط
Atm. Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2 (Pa)	P_0	الضغط الجوي
Radius	L	m	r	نصف القطر
Volume	L^3	m^3	V	الحجم
Weight	MLT^{-2}	N	W_t	الثقل
Angle	-	deg	θ,Ø	زاوية
Angular velocity	T^{-1}	rad/s	ω	السرعة الزاوية
Density	ML^{-3}	kg/m^3	ρ	الكثافة

Note: rpm stands for revolutions per minute

ملاحظة : rpm هو عدد الدورات في الدقيقة الواحدة

$$rad/s = 2\pi\,(rpm/60)$$

3.18 Problems

3.18 مسائل

$g = 9.81\ m/s^2$, $\rho_w = 10^3\ kg/m^3$

3.1 Calculate the pressure at a depth of 2000 m below sea water level. Take the density of the salty water 1002 kg/m^3.

3.1 احسب مقدار الضغط عند نقطة تقع 2000 m تحت سطح ماء البحر مفترضاً كثافة الماء المالح تساوي 1002 kg/m^3 .

Ans. ج

19.66 MPa

3.2 Determine the absolute pressure and gauge pressure at a depth of 14 m in water. The density of water is 10^3 kg/m^3 and the atmospheric pressure value is 101 kPa.

3.2 احسب مقدار الضغط المطلق والضغط النسبي (ضغط المقياس) عند نقطة تقع بعمق 14 m في الماء. علماً ان كثافة الماء 10^3 kg/m^3 ومقدار الضغط الجوي السائد 101 kPa .

3.3 Determine the absolute pressure at a depth of 8 m in petroleum liquid, its density 800 kg/m^3. The prevailing atmospheric pressure is 0.97 bar.

3.3 جد مقدار الضغط المطلق بعمق 8 m في سائل نفطي كثافته 800 kg/m^3 علماً ان الضغط الجوي السائد 0.97 bar

Ans. ج

159.78 kPa

3.4 At what depth in oil of density 800 kg/m^3 will the pressure be 1 bar?

3.4 احسب العمق الذي يولد ضغطاً مقداره 1 bar في سائل نفطي كثافته 800 kg/m^3 .

3.5 Calculate the pressure due to:

(a) 400 mm column of mercury, specific gravity 13.6

3.5 احسب مقدار الضغط الناجم عن :

(أ) عمود زئبق ارتفاعه 400 mm , معتبراً كثافة الزئبق النسبية تساوي 13.6

(b) 400 mm column of oil, specific weight 7.9 kN/m³

(ب) عمـود نفـط ارتفاعـه 400 mm متخـذاً الـوزن النوعي 7.9 kN/m³

Ans. ج

(a) 53.40 kPa, (b) 3.16 kPa

3.6 A storage tank, open to the atmosphere, contains oil floating above a layer of water. If the height of the oil layer is 3 m and that of the water 2 m, calculate the gauge and absolute pressure acting at the bottom of the tank. The density of oil is 750 kg/m³ and that of water 10^3 kg/m³; the atmospheric pressure is 1 bar.

3.6 خزان مفتوح إلى تأثير الضغط الجوي يحتوي سائلاً نفطياً كثافته 750 kg/m³ وماء كثافته 10^3 kg/m³ . فاذا كان عمق الماء 3 m وعمق النفط 2 m فوق الماء , احسب مقدار الضغط النسبي والضغط المطلق لدى قعر الخزان , علماً ان الضغط الجوي السائد يساوي 1 bar .

3.7 What is the reading of the pressure gauge in Fig 3.41, and what is the value of the absolute pressure of the air contained inside the vessel? The barometer reads 760 mm of mercury and the density of mercury is 13600 kg/m³ and that of water 10^3 kg/m³.

3.7 كم يقرأ مقياس الضغط في الشكل 3.41 , وما مقدار ضغط الهواء المطلق في الخزان . علماً ان البارومتر يقرأ 760 mm من الزئبق . وأن كثافة الزئبق 13600 kg/m³ و كثافة الماء 10^3 kg/m³ .

Ans. ج

9.81 kn/m² , 111.2 kN/m²

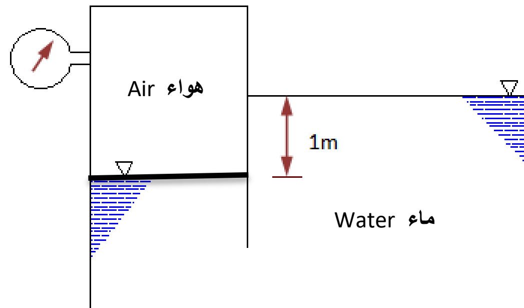


Fig 3.41 **الشكل 3.41**

3.8 If the reading of the pressure gauge in Fig 3.42 is 6.5 bar what will the value of pressure be at A , B and C.

3.8 اذا كان مقياس الضغط في الشكل 3.42 يقرأ 6.5 bar فما مقدار الضغط عند النقاط A و B و C .

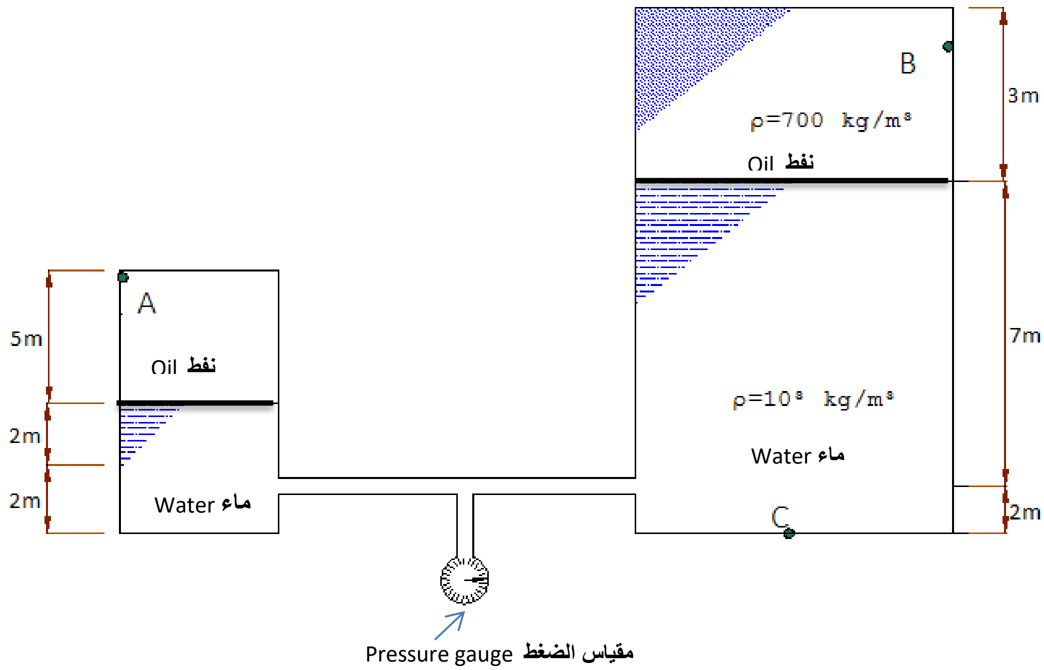


Fig 3.42 **الشكل 3.42**

Ans. ج

5.96 bar , 5.41 bar, 6.69 bar

3.9 A Bourdon gauge reads vacuum pressure of 32.45 cm-mercury whilst the barometer reads 99.947 kPa. Calculate the absolute pressure registered by the Bourdon gauge.

3.9 يسجل مقياس بوردن ضغط فراغ مقداره 32.45 cm من الزئبق في الوقت الي يقرأ البارومتر 99.947 kPa . احسب ضغط المقياس المطلق .

3.10 The pressure gauge in Fig 3.34 reads vacuum pressure of 12 cm-mercury. Determine the height of the liquid columns A, B and C. The density of mercury is 13600 kg/m^3.

3.10 يسـجل مقيـاس الضـغط في الشكل 3.34 ضـغط فراغ مقداره 12 cm من الزئبق . احسب ارتفـاع مستوى السوائل الـثلاث فـي الانابيـب A و B و C علمـاً أن كثافـة الزئبـق 13600 kg/m^3 .

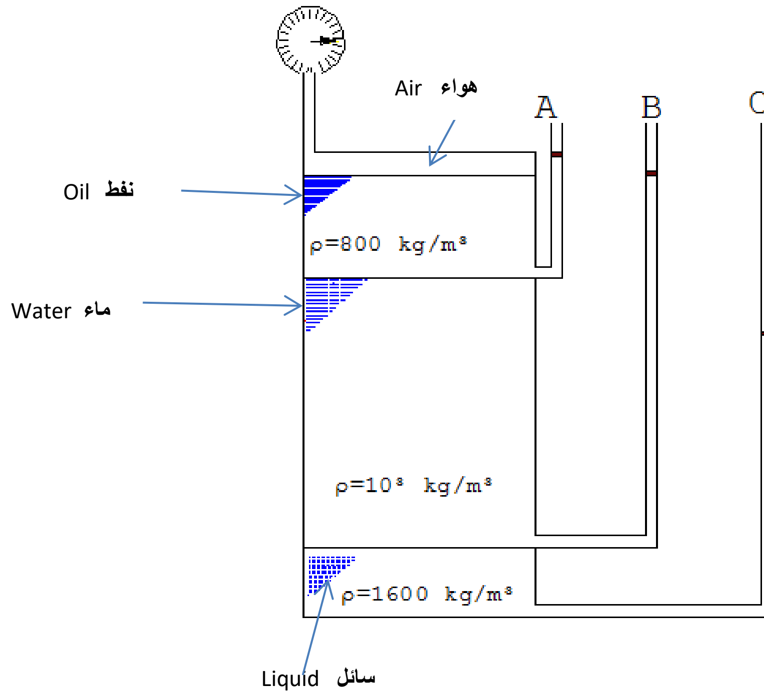


Fig 3.43 **الشكل 3.43**

Ans. ج

28.960 m , 27.168 m , 18.480 m

3.11 Calculate the pressure difference between A and B in Fig 3.44; given that a = 1.7 m , b = 0.85 m and h = 0.6 m

3.11 أحسب فرق الضغط بين النقطتين A و B في الشكل 3.44 علماً أن (a = 1.7 m) (b = 0.85 m) (h = 0.6 m)

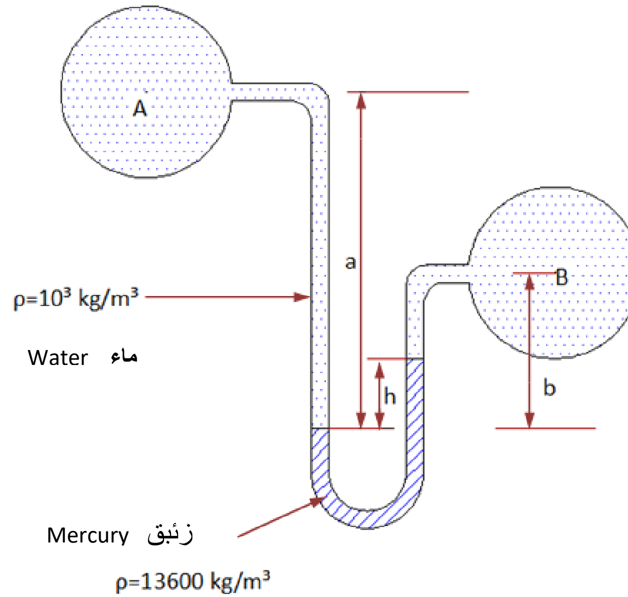


Fig 3.44 **الشكل 3.44**

3.12 If the water pressure at B in Fig 3.45 is 172.37 kN/m^2, determine the value of pressure at A.

3.12 ما مقدار الضغط عند النقطة A في الشكل 3.45 علماً أن ضغ الماء عند النقطة B يساوي 172.37 kN/m^2 وأن :

Given:

b = 457.2 mm, a = 304.8 mm

d = 457.2 mm, c = 609.6 mm

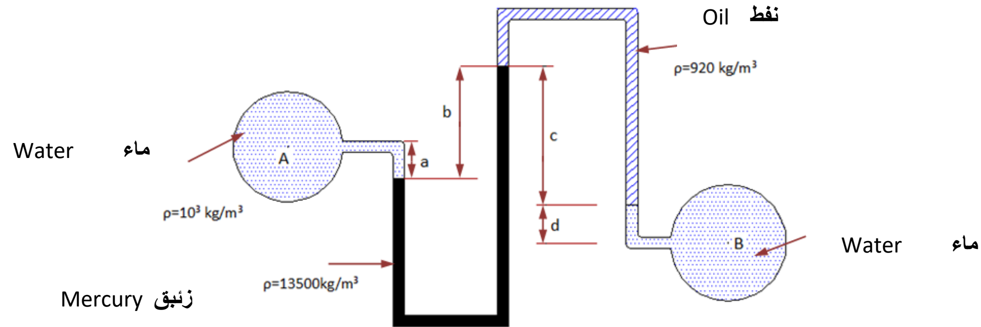


Fig 3.45 **الشكل 3.45**

Ans. ج

220.39 kPa

3.13 If the pressure gauge in Fig 3.4 is reading vacuum equivalent to 500 mm-mercury, what will be the reading of the manometer when the valve is opened? In which direction will the mercury rise?

3.13 كم سيقرأ المانومتر المبين في الشكل 3.46 وبأي اتجاه سيرتفع الزئبق عندما يفتح الصمام . علماً أن مقياس الضغط يسجل ضغط فراغ يكافئ 500 mm من الزئبق .

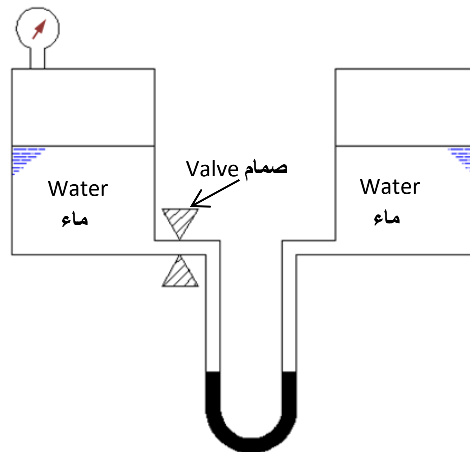


Fig 3.46 **الشكل 3.46**

3.14 A circular plate has diameter of 1.25 m, submerged in water in an inclined position. The water level is 0.6 m above the upper edge, and 1.5 m above the lower edge. Determine the water force acting on the surface of the plate. Also, calculate the depth of the pressure centre point from the surface. Density of water is 10^3 kg/m^3.

3.14 صفيحة دائرية قطرها 1.25 m مغمورة في الماء بشكل مائل , فاذا كان ارتفاع الماء فوق الحافة العليا 0.6 m وارتفاعه فوق الحافة السفلى 1.5 m جد مقدار القوة التي يؤثر بها الماء في سطح الصفيحة ثم احسب عمق نقطة مركز الضغط عن سطح الماء . كثافة الماء 10^3 kg/m^3 .

Ans. ج

12.65 kN , 1.10 m

3.15 A rectangular vessel having length of 4 m and width of 2 m and height of 6 m contains liquid, specific gravity 0.7. If the depth of the liquid in the vessel is 5.3 m, calculate the force acting on the bottom and on the sides of the vessel. Determine the position of the centre of pressure acting on the sides.

3.15 وعاء مستطيل المقطع طوله 4 m وعرضه 2 m وارتفاعه 6 m يحتوي سائلاً نفطياً كثافته النسبية 0.7 . فاذا كان ارتفاع السائل في الوعاء 5.3 m احسب مقدار القوى التي تؤثر في قعر الوعاء و جوانبه ثم اوجد موقع مركز الضغط المسلط على الجوانب .

3.16 an inclined surface is submerged in oil of density 900 kg/m^3, as shown in Fig 3.47. If the surface width is 2m and its higher edge is attached to a hinge, calculate the force acting on the surface and determine the force point of action.

3.16 أوجد مقدار القوة وموقع نقطة تأثيرها في سطح مائل مغمور في نفط كثافته 900 kg/m^3 كما مبين في الشكل 3.47, علماً أن عرض السطح 2 m وان حافته العليا متصلة بمفصل .

Ans. ج

477 kN , 4.66 m

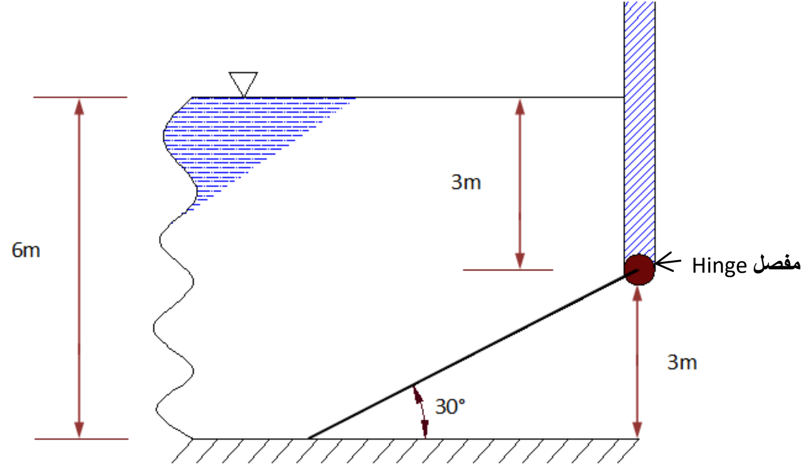


Fig 3.47 **الشكل 3.47**

3.17 A pipeline, diameter 1.1 m, contains oil trapped on one side of a ***gate valve***. The pressure magnitude along the central line of the pipeline is equal to 19.6 x 10^4 Pa. Estimate the force acting on the gate of the valve and find the pressure centre point.

3.17 أنبوب قطره 1.1 m يحتوي نفطاً كثافته النسبية 0.87 محبوساً على جانب ***صمام بوابي*** متصل بالانبوب . فاذا كان مقدار الضغط على امتداد الخط المار بمركز الانبوب يساوي 19.6 x 10^4 Pa جد القوة المؤثرة على بوابة الصمام ثم اوجد موقع مركز الضغط.

3.18 A ***rectangular gate*** hinged at A, as shown in Fig 3.48, kept closed by weight W_t. The length of the gate is 0.9 m , width is 1.2 m and the total weight of the gate and the extra weight is 9801 N. Find the height of water h required to open the gate; G is the centre of gravity for the total weight.

3.18 ***بوابة مستطيلة*** الشكل متصلة بمفصل عند النقطة A ، كما يتضح في الشكل 3.48 , حيث تبقى مسدودة بواسطة الثقل W_t المثبت عليها. فاذا كان طول البوابة 0.9 m وعرضها 1.2 m ومقدار ثقل البوابة والثقل الاضافي معاً يساوي 9810 N , جد ارتفاع الماء h الذي سيؤدي إلى فتح البوابة. علماً ان النقطة G هي مركز الثقل الكلي .

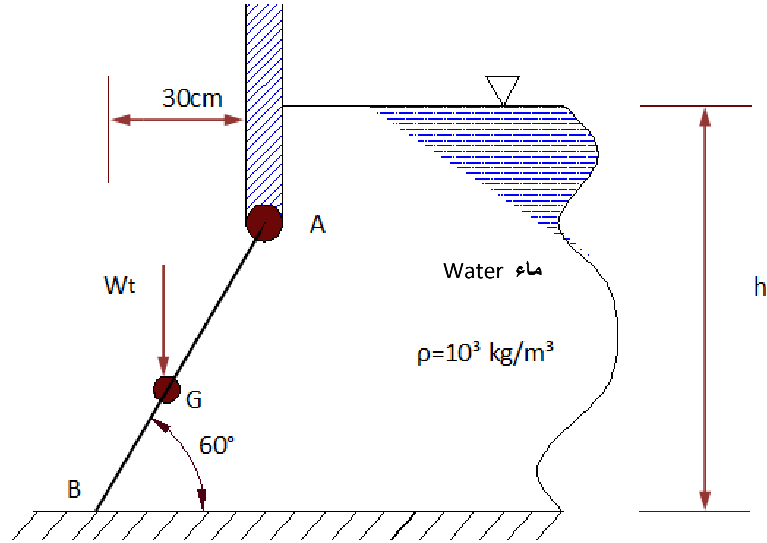


Fig 3.48 **الشكل 3.48**

Ans ج

0.88 m

3.19 A rectangular tank contains water to a depth of 1.2 m as shown in Fig 3.49. There is an air layer at pressure 35 kN/m^2 above the water. The height of the tank is 1.8 m and the length of its side is 3 m. What will be the magnitude of the resultant force acting the side? Where will the centre of pressure be located? Draw a pressure diagram. Density of water is 1000 kg/m^3.

3.19 خزان مستطيل المقطع يحتوي ماء بعمق 1.2 m كما مبين في الشكل 3.49 وهواء بضغط 35 kN/m^2 فوق الماء , فاذا كان ارتفاع الخزان 1.8 m وطول أحد جدرانه 3 m , ما مقدار القوة المحصلة على هذا الجدار . جد أيضاً موقع مركز الضغط نسبة إلى قعر الخزان ثم ارسم مخططاً للضغط . كثافة الماء 1000 kg/m^3 .

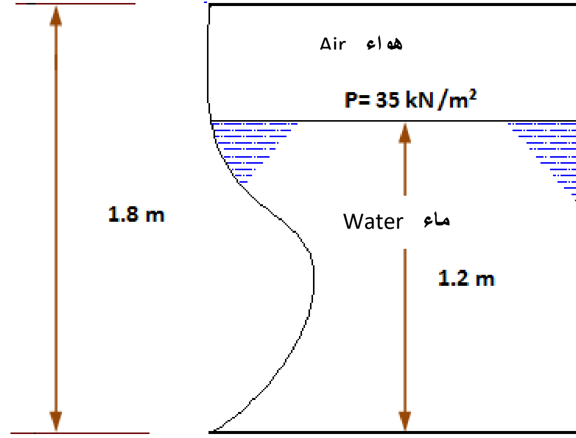


Fig 3.49 **الشكل 3.49**

3.20 A cubical storage tank, dimensions 1.6 m x 1.6 m x 1.6 m, contains water to a depth of 0.7 m. The rest of the tank volume is filled with a petroleum liquid of specific gravity 0.9. Calculate the force acting on the side of the tank and determine the location of the pressure centre point. (Use pressure diagram)

3.20 خزان طوله 1.6 m وعرضه 1.6 m وارتفاعه 1.6 m يحتوي ماء بعمق 0.7 m , فاذا كان الحجم المتبقي من الخزان مملوءاً سائلاً نفطياً كثافته النسبية 0.9, احسب مقدار القوة المؤثرة في احد جوانب الخزان ثم عين موقع مركز الضغط نسبة إلى قعر الخزان . (استخدم مخطط الضغط)

3.21 A hinged gate is shaped as an ***arc*** of diameter 1 m. The gate is to stop water flowing out as shown in Fig 3.50. If the width of the gate is 3 m, calculate the force F required to keep the gate closed.

3.21 بوابة مفصلية يشكل مقطعها **قوساً** قطره 1 m تمنع تدفق الماء كما مبين في الشكل 3.50 , فاذا كان عرض البوابة 3 m احسب مقدار القوة اللازمة F لابقاء البوابة مسدودة .

Ans. ج

11.715 kPa

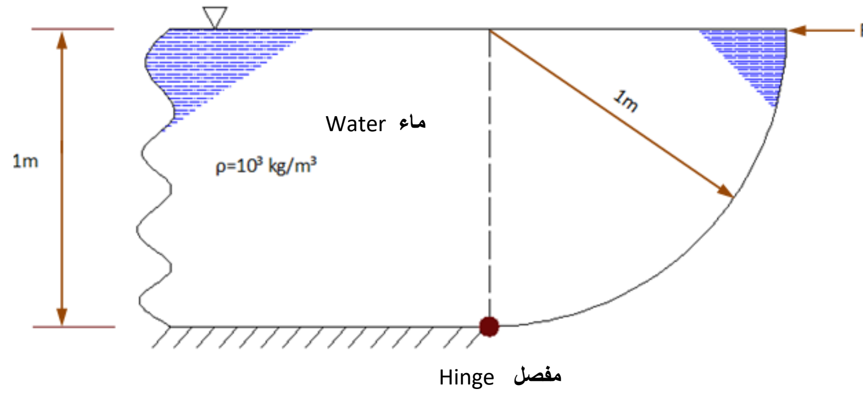


Fig 3.50 **الشكل 3.50**

3.22 Fig 3.51 illustrates a ***semicircular*** gate ABC submerged under water on the curved side. The water depth on the other ***plane side*** is 1 m. If the width of the gate is 1 m, determine the two ***force components*** acting on the gate. Density of is water 10^3 kg/m^3.

3.22 يبين الشكل 3.51 بوابة ***نصف دائرية*** (ABC) يغمرها الماء من الجانب المحدب بينما يرتفع إلى عمق 1 m على ***الجانب المستوي***. فاذا كان عرض البوابة 1 m احسب مقدار ***مركبتي القوة*** على البوابة . كثافة الماء 10^3 kg/m^3 .

Ans. ج

Horizontal component 14.715 kN المركبة الافقية

Vertical component 15.409 kN المركبة الراسية

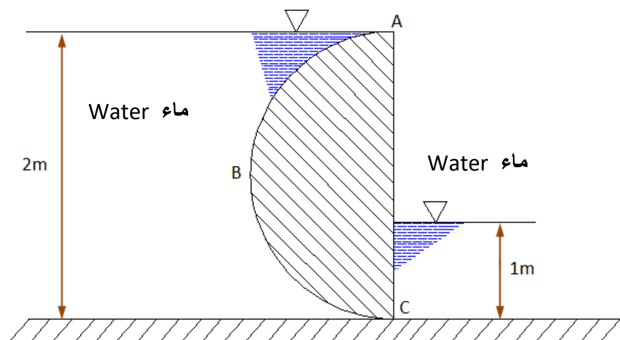


Fig 3.51 **الشكل 3.51**

3.23 A metal cylinder has diameter of 3 m and length of 1.5 m. It is subjected to water current in an open canal 1.5 m wide. If the level of water on each side of the cylinder is as shown in Fig 3.52, determine the resultant force acting on the cylinder and find the direction of the line of action. Calculate also the minimum weight of the cylinder to keep it unmoving at the bottom of the canal.

3.23 جسم معدني اسطواني الشكل قطره 3 m و طوله 1.5 m يعترض تيار الماء في قناة مفتوحة عرضها 1.5 m فاذا كان مستوى الماء على جانبي الأسطوانة كما مبين في الشكل 3.52, احسب مقدار القوة المحصلة المؤثرة في الأسطوانة واتجاه تأثيرها , ثم أوجد اقل ثقل للاسطوانة يكفي لابقاءها ثابتة لدى قعر القناة .

Ans. ج

92.477 kN , 57^0 31´ , 78.010 kN

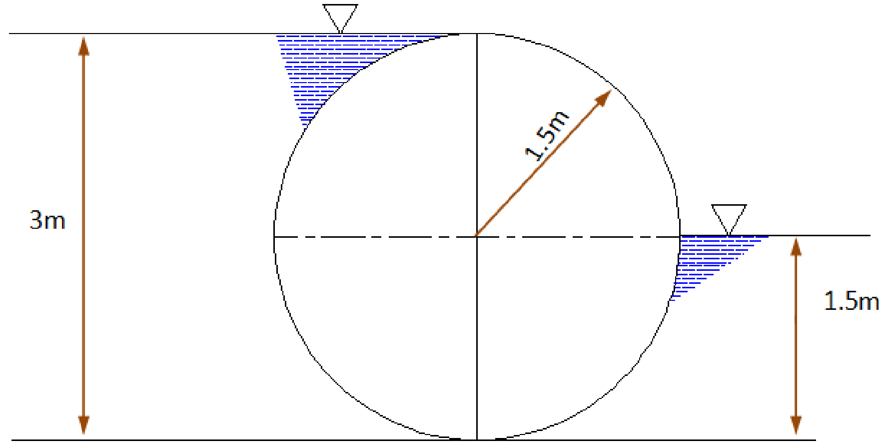


Fig 3.52 **الشكل 3.52**

3.24 A ship displaces 125 m^3 of sea water, determine:

(a) The mass of the ship if the density of water is 1025 kg/m^3

(b) The displaced volume of water if the density is 1000 kg/m^3

3.24 تزيح باخرة 125 m^3 من ماء البحر, جد

(أ) كتلة الباخرة اذا كانت كثافة الماء 1025 kg/m^3

(ب) الحجم المزاح عندما تكون كثافة الماء 1000 kg/m^3

3.25 A metal pipe has an internal diameter of 1.2 m and external diameter 1.25 m. The pipe is submerged under water and is used to transport gas across a river. It is anchored to the river bed in such a manner that each two anchor points are 3 m apart. Determine the buoyancy force per meter length of pipe. Calculate also the force acting upward at each anchor point. Density of metal is 7900 kg/m^3 and that of water is 1000 kg/m^3.

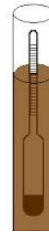
3.25 انبوب معدني قطره الداخلي 1.2 m و الخارجي 1.25 m ينقل غازاً عبر نهروهو مغمور في الماء . فاذا كان الانبوب مثبت لدى القعر عند نقاط تبعد ثلاثة امتار بعضها عن بعض . احسب قوة الطفو لكل متر من الانبوب ثم جد مقدار القوة المؤثرة إلى الأعلى عند كل نقطة تثبيت. كثافة المعدن 7900 kg/m^3 وكثافة الماء 1000 kg/m^3

Ans. ج

12038.6 N/m , 13747.2 N

3.26 Fig 3.53 illustrates a ***hydrometer*** having mass m and bulb-volume V. If the cross section area of the upper part is A and the height of the submerged length is x formulate an expression relating x and the density of the liquid ρ and then draw a graph to illustrate the relationship.

3.26 يبين الشكل 3.53 ***مكثاف*** كتلته m و حجم بصلته V , فاذا كانت مساحة مقطع الجزء العلوي منه A وطول الجزء المغمور منه x جد العلاقة بين x وكثافة السائل ρ ثم ارسم خطاً بيانياً يبين ذلك



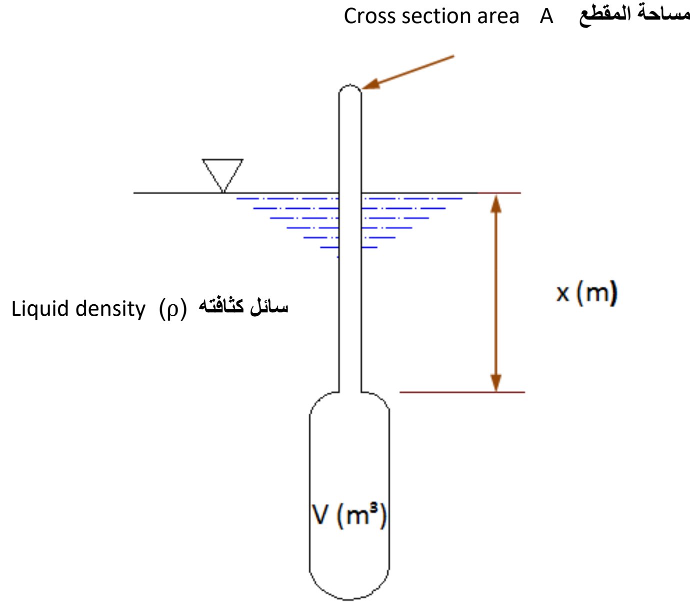


Fig 3.53 الشكل 3.53

3.27 Fig 3.54 illustrates a cylinder having diameter of 1.8 m and height 1.2 m. The mass of the cylinder is 1019.3 kg which is floating vertically in salty water of density 1025 kg/m^3. If an object weighing 2 kN is placed on the top of the cylinder, calculate the maximum height of centre of gravity (z) for the object to keep the cylinder in a state of stable equilibrium.

3.27 يبين الشكل 3.54 جسماً اسطوانياً قطره 1.8 m وارتفاعه 1.2 m وكتلتـه 1019.3 kg يطفو شـاقولياً في مـاء مالح كثافته 1025 kg/m^3 . فاذا وضع حمل ثقله 2 kN فوق الجسم أحسب أقصى ارتفاع لمركز ثقل الحمل (z) بحيث يبقى الجسم في حالة توازن مستقر . علماً ان مركز ثقل الجسم يقع على ارتفاع 0.45 m من اسفله .

Ans. ج

1.74 m

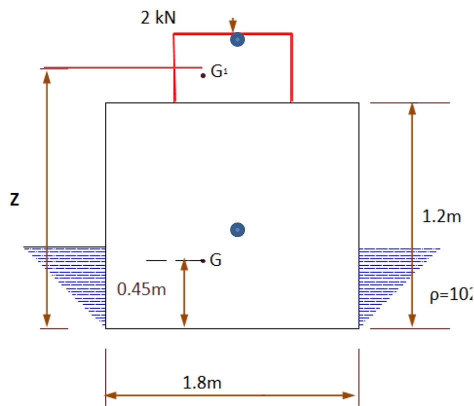


Fig 3.54 الشكل 3.54

3.28 A rectangular vessel, 5 m length, 4 m width and 3 m in height, contains water to a depth of 2 m. It is moving with an acceleration of 3 m/s^2 in the following directions:

(a) Horizontally
(b) Vertically upwards
(c) Vertically downwards
(d) Up a slope inclined at 30^0 with the horizontal

3.28 وعاء مستطيل المقطع طوله 5 m وعرضه 4 m وارتفاعه 3 m يحتوي ماء بعمق 2 m يتحرك بتعجيل قدره 3 m/s^2 بالاتجاهات الآتية :

(أ) أفقياً
(ب) شاقولياً إلى الأعلى
(ت) شاقولياً إلى الأسفل
(ث) إلى أعلى منحدر مائل بزاوية 30^0 مع الأفق.

Estimate the tilt angle for the water surface in the vessel; calculate also the forces acting on the bottom of the vessel and on its sides for the four cases. Density of water is 1000 kg/m^3.

احسب الزاوية التي ينحرف بها سطح الماء في الوعاء و مقدار القوى المؤثرة في قعر الوعاء و جوانبه القائمة للحالات الاربع , كثافة الماء 1000 kg/m^3

Ans. ج

Angle الزاوية

17^0 , 0^0 , 0^0 , 12.5^0

Force acting on bottom القوة المؤثرة في القعر

392 kN , 512 kN , 272 kN , 452.4 kN

Work out the other forces احسب القوى الاخرى

3.29 A closed cylindrical vessel with a diameter of 0.25 m and height of 0.12 m contains liquid to a depth of 0.085 m. The vessel is rotating around a vertical axis; calculate the angular velocity when the height of the liquid at the axis is zero.

3.29 وعاء أسطواني الشكل مغلق قطره 0.25 m و ارتفاعه 0.12 m يحتوي سائلاً بعمق 0.085 m , فاذا كان الوعاء يدور حول محوره الرأسي , أحسب سرعة دورانه عندما يصبح عمق السائل عند خط المحور الرأسي يساوي الصفر .

3.30 Short research projects

Investigate the following topics using the internet and other sources of literature. Write a report on your findings including references

3.30.1 The use of manometers as measuring instruments in the oil industry

3.30.2 Conduct a laboratory experiment to ***calibrate*** Bourdon gauge to read common pressure units. Search for new methods to measure pressure

3.30.3 The use of different types of gates to manufacture water storage tanks and to build dams

3.30.4 The application of concepts of statics to transportation of oil products, land and by sea

3.30.5 The floatation of giant oil tankers in sea water

3.30.6 The effect of liquid rotation in the design of some industrial equipment

3.30 مشاريع بحثية قصيرة

استخدم الانترنت ومصادر اخرى للبحث في الموضوعات التالية ثم أعد تقريرا لكل بحث متضمنا ذكر المصادر المعتمدة

3.30.1 استخدام المانومترات آلات قياس في الصناعات النفطية

3.30.2 اجري تجربة في المختبر تتضمن ***معايرة*** مقياس بوردن ليقرأ وحدات ضغط شائعة الاستخدام. ابحث عن طرق حديثة لقياس الضغط

3.30.3 استخدام انواع مختلفة من البوابات في صناعة خزانات المياه وفي تشيد السدود

3.30.4 تطبيق مفاهيم سكون الموائع على وسائل نقل المواد النفطية في البر والبحر

3.30.5 طفو ناقلات النفط العملاقه في مياه البحر المالحة

3.30.6 تاثير دواران السائل في تصميم بعض المعدات الصناعية

Fluid Mechanics 2021 **ميكانيك الموائع**

M.Taki Al-Kamil *محمد تقي الكامل*

Chapter 4 الفصل الرابع

Learning objectives of chapter 4

When you complete this chapter you should be able to:

1. Differentiate between ideal and real gases
2. Discuss the application of the basic concepts of thermodynamics to gases
3. Apply control volume analysis to develop quantity conservation equations
4. Solve engineering problems involving Bernoulli and continuity equations
5. Apply conservation of energy and momentum equations to solve industrial problems

اهداف دراسة الفصل الرابع

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

1. ادراك الفرق بين الغاز المثالي والغاز الحقيقي
2. مناقشة تطبيق المفاهيم الاساسية في علم ديناميك الحرارة على الغازات
3. استخدام تحليلات حجم التحكم لاشتقاق معادلات حفظ الكمية
4. حل مسائل هندسية باستخدام معادلة برنولي ومعادلة الاتصال
5. تطبيق معادلات حفظ الطاقة وحفظ الزخم في حل المسائل الصناعية

4.1 Introduction

4.1 المقدمة

In Chapter 3 we looked at the effects of pressure within a static fluid. Many important industrial applications of the concept were realized, including manometers, pressure gauges and the design of storage tanks. We also noticed that the accelerated masses of fluid obey the laws of statics despite the movement of the container. The second branch of fluid mechanics is concerned with the study of fluid flow (fluid dynamics); good examples include the flow of water in rivers, movement of winds, flow through pipelines, flow inside industrial equipment and the ***flow though packed beds***.

درسنا في الفصل الثالث تأثيرات الضغط في الموائع السكانة التي لها تطبيقات مهمة في الصناعة كاستخدام مقاييس الضغط والمانومترات و تصميم الخزنات وبواباتها الجانبية . وقد تبين لنا أيضاً ان كتلة السائل المعجلة تنظم إلى قواعد الموائع الساكنة على الرغم من حركة الوعاء التي يحتويها .
ويتخصص الجانب الثاني لعلم ميكانيك الموائع بدراسة حالة جريان الموائع الممثلة بانسياب الماء في الانهار وحركة الرياح وجريان الموائع في الأنابيب أو المعدات الصناعية وكذلك ***الجريان خلال طبقات الجسيمات الصلبة*** .

Unlike fluid statics, fluid dynamics is characterized by the existence of shear forces. When a fluid moves over a solid boundary, then its velocity will equal that of the boundary. Velocity will increase as the vertical distance away from the boundary increases. The variation in velocity, known as the ***velocity gradient***, causes the rise of ***shear stresses*** between the moving fluid layers. The pressure drives the fluid into a pipeline or a channel to flow according to a certain flow regime: ***laminar*** or ***turbulent***. The regime is defined by the influence of shear stresses and continuity force.

تختلف حالة الجريان عن حالة السكون بوجود قوى القص التي سبق ان تحدثنا عنها , فاذا انساب المائع فوق تخم صلب فان سرعته ستساوي التخم على امتداد خط التماس و تزداد بازدياد البعد الرأسي عنه . وهكذا ينتج ما يسمى ***بتدرج السرعة*** ويؤدي هذا التدرج في السرعة إلى ظهور ***اجهادات القص*** بين طبقات المائع الجاري . ويندفع المائع في انبوب أو قناة بسبب الضغط ثم يتخذ نمطًا معينا نتيجة تأثير اجهادات القص وقوة الاستمرار , وقد يكون نمط الجريان ***انسيابيا*** او ***اضطرابيا*** .

The flow regime influences phenomena such as ***heat transfer*** and ***mass transfer*** from or to a fluid. This in turn has a direct effect on the design of industrial equipment. Flow analysis requires knowledge of values for energy and ***momentum*** at various points within a system. To do that, we need equations for ***conservation of mass, energy*** and ***momentum***. However, first we will define the ***compressible fluid*** which is the gas, and the ***incompressible fluid*** or liquid; then we will derive the laws for gas behavior.

يؤثر نمط جريان الموائع في ظواهر عديدة فمثلا توجد علاقة بينه و بين مقدار ***انتقال الحرارة*** أو ***انتقال الكتلة*** من وإلى المائع , وهذا بدوره يؤثر في تصميم المعدات الصناعية .
ولاجراء بعض التحليلات التي تخص الجريان يقتضي ان ندرس أولا كيف نحسب مقدار الطاقة ومقدار ***الزخم*** في نقاط مختلفة من منظومة الجريان . وهذا يتطلب ايجاد علاقات تستند إلى قوانين ***حفظ الكتلة*** و ***حفظ الطاقة*** و ***حفظ الزخم*** . وقبل ان نتطرق إلى هذه العلاقات سنبين ما المقصود ***بالمائع الانضغاطي*** مثل الغاز ***والمائع غير الانضغاطي*** مثل السائل ثم نشتق القوانين التي تنطبق على الغازات دون السوائل .

4.2 Liquid & Gas

Liquid is a fluid whose volume does not change when subjected to pressure at constant temperature. The volume change is given by

4.2 السائل والغاز

السائل هو المائع الذي لايتأثر حجمه بتغيير مقدار الضغط المسلط عليه عند ثبوت درجة الحرارة ويتمثل هذا التعريف بالمعادلة

$$\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T = 0 \qquad (4.1)$$

v (m^3/kg) is the ***specific volume*** and P (Pa or N/m^2) is the pressure whilst T (K) denotes the absolute temperature.

Hence, liquid is an ***incompressible*** fluid, whilst gas is a ***compressible*** fluid whose volume will change according to the change in pressure. Moreover, the volume of the gas changes according to laws linked to the process of change. For example, the process could be a change of pressure at constant temperature, or a change of volume at constant pressure and variable temperature.

وهنا [v (m^3/kg)] هو ***الحجم النوعي*** , و يمثل الرمز [P (Pa or N/m^2)] الضغط و [T (K)] درجة الحرارة المطلقة.

فالسائل اذن هو مائع غير قابل للانضغاط لذا يدعى مائع ***غير انضغاطي*** . أما الغاز فهو مائع ***انضغاطي*** يمتاز باستجابة حجمه إلى الضغط , اذ يتغير حجمه وفق قوانين محددة و تعتمد هذه القوانين بدورها على نوع عملية تغير الضغط . فمثلا قد يتغير الضغط بثبوت درجة الحرارة وكذلك يمكن أن يتغير حجم الغاز بثبوت الضغط عند تغير درجة الحرارة حسب قوانين معينة .

4.2.1 Ideal Gas

The ***ideal gas*** is fluid which obeys the law

4.2.1 الغاز المثالي

الغاز المثالي هو المائع الذي يتبع القانون

$$P\,V = m\,RT \qquad (4.2)$$

The symbols denote:

P = Pressure

V = Volume

M = Mass

R = Gas Constant

ويمثل كل من :

P = الضغط

V = الحجم

m = الكتلة

R = ثابت يخص الغاز

T = Absolute temperature

T = درجة الحرارة المطلقة

Equation (4.2) is used for one particular gas, because each gas has a unique value of R. However, the following universal ideal gas law will apply to all gases

والمعادلة (4.2) تخص غاز معين لان قيمة R تختلف من غاز إلى آخر, وهنالك صيغة عامة لقانون الغاز المثالي وهي

$$P V = n R_0 T \qquad (4.3)$$

Where n is the number of moles and R_0 is known as the ***universal gas constant***; its value is 8.314 kJ/kmol.K for any gas under study.

وهنا n هو عدد المولات و R_0 هو ***ثابت الغازات العام*** مقداره (8.314 kJ/kmol.K) لاي غاز يكون.

Dividing equation (4.2) by equation (4.3):

و بتقسيم المعادلة (4.2) على المعادلة (4.3) نحصل على :

$$\frac{n}{m} = \frac{R}{R_0}$$

The number of moles n is equal to the mass m divided by the ***molecular weight*** M, thus:

والمعروف ان عدد المولات n يساوي الكتلة m مقسومة على ***الوزن الجزيئي*** M أي :

$$n = \frac{m}{M}$$

Substituting for n we will obtain

وبالتعويض عن n نحصل على

$$\frac{m/M}{m} = \frac{R}{R_0}$$

thus

أي أن

$$R_0 = M R \qquad (4.4)$$

Example 4.1

مثال 4.1

Calculate the universal gas constant, at ***atmospheric standard conditions***, in f.p.s and in SI units.

احسب مقدار ثابت الغازات العام تحت ***الظروف القياسية*** بوحدات (f.p.s) و (SI) .

الحل

Solution

لدينا عند الظروف القياسية :

At standard atmospheric conditions we have:

	f.p.s units	SI units
P	14.7 psia	101.325 kN/m^2
n	1 lb mol	1 kmol
V	359 ft^3	22.414 m^3
T	492 ^0R	273.15 K

Assuming ideal gas behavior and applying equation (4.3)

نفرض ان الغاز يسلك سلوكا مثاليا ونطبق المعادلة (4.3)

$$P\,V = n\,R_0\,T$$

$$R_0 = P\,V/n\,T$$

We first substitute for the unknowns in f.p.s:

نعوض اولا عن القيم المجهولة بوحدات نظام f.p.s :

$$1\text{ ft} = 12\text{ in}\ ,\ 1\text{ ft}^2 = 144\text{ in}^2$$

$$P = 14.7/144 = 0.10208\ lb_f/\ ft^2$$

$$R_0 = \frac{(0.10208)\text{x}\,359}{1\text{ x }492} = \underline{0.0745\ (ft.\ lb_f)/(lb\ mol\ .\ ^0R)}$$

and in SI units

وفي نظام SI

$$R_0 = \frac{101.325 \text{ x } 1000 \text{ x } 22.4}{1 \text{ x } 273.15} = \underline{8314 \ \text{J/kmol. K}}$$

Exercise

If the density of 1 kg of air at 20 ^{0}C and 100 kN/m^2 is 1.2 kg/m^3 estimate the number of moles under these conditions.

تمرين

اذا علمت ان كثافة 1 kg من الهواء عند درجة 20 ^{0}C وضغط 100 kN/m^2 هي 1.2 kg/m^3 فما هو عدد مولات الهواء تحت هذه الظروف؟

(R_0 = 8.314 kJ/kmol.K)

4.2.2 Ideal Gas Mixtures

Dalton's law states that the ***total pressure*** for a mixture of ideal gases is equal to the sum of the ***partial pressures*** of the individual gases. Each gas is assumed to be occupying the total volume of the mixture; the law is written as follows

4.2.2 خلائط الغازات المثالية

ينص ***قانون دالتون*** على ان ***الضغط الكلي*** لخليط من الغازات المثالية يساوي مجموع ***الضغوط الجزئية*** لمكونات الخليط فيما لو شغل كل منها الحجم الكلي للخليط , ويكتب بالصيغة الاتية

$$P = p_A + p_B + p_C + ...$$

$$P = \Sigma \, p_i \qquad (4.5)$$

Where P is the total pressure and p_A, p_B and p_C are the partial pressures for the mixture components. The partial pressure for any unknown component of the mixture is denoted by p_i.

حيث ان P هو الضغط الكلي و p_A , p_B , p_C هي الضغوط الجزئية لمكونات الخليط . و يمثل p_i الضغط الجزئي لاي عنصر من المكونات .

If the volume of the mixture is denoted V, its temperature T, the number of mole occupying the volume n, the ***partial volumes*** of the components of the mixture V_A, V_B, V_C or V_i

فاذا كان حجم الخليط V ودرجة حرارته T وعدد مولاته n الذي يساوي مجموع مولات الغازات المكونة للخليط , و كانت ***الحجوم الجزئية*** لمكونات الخليط , V_A , V_B , V_C او V_i

and the universal gas constant R_o, then the ideal gas law can be applied to the gas mixture:

وكان ثابت الغازات R_0 فيمكن تطبيق قانون الغاز المثالي على الخليط أولاً :

$$P\,V = n\,R_0 T \qquad (a)$$

and then to each component

ثم على مكونات الخليط

$$p_i\,V = n_i\,R_0\,T \qquad (b)$$

$$P\,V_i = n_i\,R_0\,T \qquad (c)$$

We can also write

وأن

$$n = n_A + n_B + n_C + \ldots\ldots\ldots.$$

$$n = \Sigma\,n_i \qquad (d)$$

Dividing equation (b) by (a) we obtain:

فعندما نقسم المعادلة (b) على المعادل (a) نحصل على :

$$p_i / P = n_i / n$$

or

أو

$$p_i / P = n_i / \Sigma\,n_i$$

Dividing equation (c) by (a) we arrive at

وعندما نقسم المعادلة (c) على المعادلة (a) نحصل على

$$V_i / V = n_i / \Sigma\,n_i$$

Here, $(n_i / \Sigma\,n_i)$ is the ***mole fraction*** denoted as y_i which is equal to the ***volume fraction*** (V_i / V).

حيث $(n_i / \Sigma\,n_i)$ هو ***الكسر المولي*** يرمز له y_i الذي يساوي ***الكسر الحجمي*** (V_i / V) .

Thus

اذن

$$p_i = y_i P \quad (4.6)$$

$$V_i = y_i V \quad (4.7)$$

It is worth noting that the concept of gas mixtures is used to estimate the viscosity of a gas mixture $\bar{\mu}$ and the average molecular weight $\bar{M}$ by applying the following equations

و تجدر الملاحظة بأن دراسة خلائط الغازات قد تكون ضرورية لحساب لزوجة الخليط $\bar{\mu}$ مثلا , كذلك لحساب متوسط الوزن الجزيئي للخليط $\bar{M}$, حيث يمكن استخدام المعادلات التالية

$$\bar{M}/\bar{\mu} = y_A M_A/\mu_A + y_B M_B/\mu_B + y_C M_C/\mu_C + \ldots\ldots \quad (4.8)$$

$$\bar{M} = y_A M_A + y_B M_B + y_C M_C + \ldots\ldots \quad (4.9)$$

Example 4.2

مثال 4.2

A gas mixture consists of carbon dioxide, carbon monoxide, nitrogen, and oxygen. If the partial pressures for the components are:

يتكون خليط غازات من ثاني اوكسيد الكاربون وأول اوكسيد الكاربون ونايتروجين واوكسجين . فاذا كانت الضغوط الجزئية لمكونات الخليط كالأتي :

N_2 = 595 mmHg, CO = 50 mmHg, CO_2 = 75 mmHg, O_2 = 26 mmHg

Calculate the total pressure and the ***composition*** of the mixture.

احسب الضغط الكلي للخليط و ***نسب مكونات*** الخليط .

Solution

الحل

We assume that the gas mixture obeys Dalton's law; equation (4.5)

نفترض ان الخليط هوخليط من الغازات المثالية يتبع قانون دالتون , لدينا من المعادلة (4.5)

$$P = \Sigma p_i$$

$$\therefore P = p_{CO2} + p_{CO} + p_{N2} + p_{O2}$$

$$P = 75 + 50 + 595 + 26 = 746 \text{ mmHg}$$

$$y_i = p_i/P \qquad \text{(eqn. 4.6)}$$

$$\therefore y_{CO2} = p_{CO2}/P = 75/746 = 0.101$$

Similarly we obtain the other components fractions

و بنفس الطريقة نحسب المكونات الاخرى حيث نحصل على

$$y_{CO} = 0.067$$

$$y_{N2} = 0797$$

$$y_{O2} = 0.035$$

Comment

ملاحظة

The percentage composition for the mixture will be:

نستنتج ان النسب المئوية لمكونات الخليط هي :

N_2 = 79.7% , CO = 6.7% , CO_2 = 10.1 , O_2 = 3.5%

These can either be volume or mole percentage.

وهي كنسب حجمية او مولية .

4.2.3 Real Gas

4.2.3 الغاز الحقيقي

At low temperature and at extremely high pressure, gases do not obey the ideal gas law. That is to say, equation (4.3) will not be accurate and needs to be modified to

لاتسلك الغازات سلوكاً مثالياً عند درجات حرارة منخفضة وضغوط فائقة , أي أن المعادلة (4.3) تصبح غير نافعة كمعادلة تصف تغير حالة الغاز تحت تلك الظروف وتعدل إلى

$$PV = Z\, n\, R_0\, T \qquad (4.10)$$

The symbol Z denotes the ***compressibility factor***; it is a function of pressure and temperature. Generally, equation (4.10) instead of equation (4.3) is applied to study the behavior of ***real gases*** or ***non-ideal*** gases. The value of Z, for any gas, can be estimated from Fig 4.1. The diagram includes experimental data from various sources. The diagram is based on values of ***reduced temperature*** T_R and ***reduced pressure*** P_R.

يمثل Z ***معامل الانضغاطية*** وهو دالة لكل من الضغط ودرجة الحرارة . وتمنح المعادلة (4.10) معادلة تغير الحالة التي هي أكثر عموماً من المعادلة (4.3) للتعبير عن سلوك ***الغازات الحقيقة*** او الغازات ***غير المثالية*** كما تعرف احياناً . ويمكن استخراج قيمة Z لاي غاز يكون من المخطط المبين في الشكل 4.1 الذي يضم قيماً تجريبية من مصادر مختلفة, ويلاحظ أن كل من درجة الحرارة والضغط هما ***درجة حرارة مخفضة*** T_R ***وضغط مخفض*** P_R .

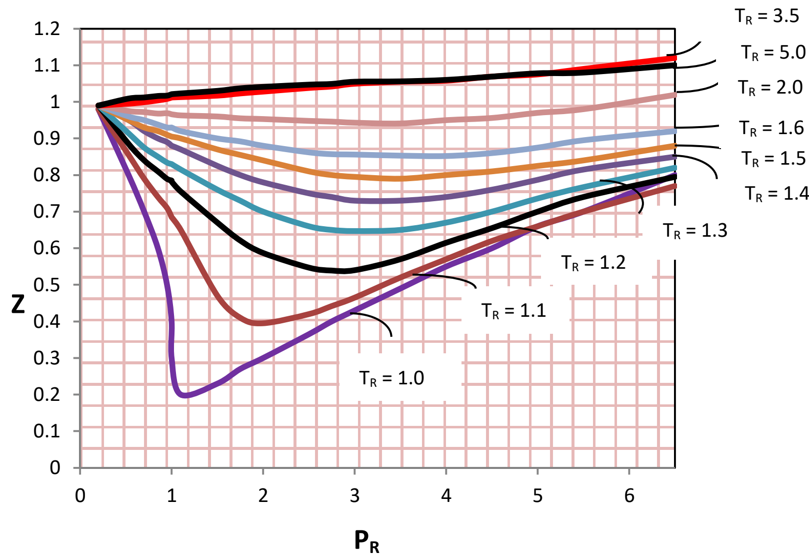


Fig 4.1 Compressibility factor diagram

الشكل 4.1 مخطط معامل الانضغاطية

Similar charts can be cited in literature and in the Internet, including the Nelson-Obert generalized compressibility chart
Relevant information is available on:
https://en.wikipedia.org/wiki/Compressibility_factor

$$P_R = P/P_c \qquad (4.11)$$

$$T_R = T/T_c \qquad (4.12)$$

P_c is the ***critical pressure*** and T_c is the ***critical temperature***.

P_c هو ***الضغط الحرج*** و T_c هي ***درجة الحرارة الحرجة .***

The above equations indicate that the reduced pressure is equal to the real pressure divided by the critical pressure. The reduced temperature is equal to the real temperature divided by the critical temperature.

تشير المعادلات اعلاه الى ان الضغط المخفض هو الضغط الحقيقي مقسوم على الضغط الحرج ودرجة الحرارة المخفضة هي الحقيقية مقسومة على درجة الحرارة الحرجة .

It is important to note that the derivation of the ideal gas law is based on neglecting the attraction forces between molecules; therefore the pressure will be overestimated. It is also based on considering that the particles of an ideal gas are extremely small; consequently they do not contribute to the total volume. There are numerous other equations of state that can be used to account for non-ideality; one of them is the ***van der Waals equation***, which is:

تجدر الملاحظة ان اشتقاق قانون الغاز المثالي مبني على اهمال قوى التجاذب بين الجزيئات مما يؤثر في تقدير الضغط , وعلى اهمال الحجم الحقيقي للجزيئات الذي يؤثر بدوره في تقدير حجم الغازات . وهناك عدد من المعادلات التي تمنح علاقة تربط بين خواص الغاز الحقيقي منها ***معادلة فان درولز***

وهي :

$$[P + \frac{a\,n^2}{V^2}]\,[V - (nb)\,] = n\,R_0\,T \qquad (4.13)$$

Where a is a constant to compensate for the attractive forces, and b is a constant to compensate for the volume of gas particles or molecules.

حيث a هو ثابت يعوض عن تأثير قوى التجاذب وان b هو ثابت يعوض عن تاثير حجم الجزيئات .

Example 4.3

مثال 4.3

Determine the volume of a container to store 1 kmol of methane at 320 K and 30 MN/m^2 assuming

احسب حجم الوعاء اللازم لخزن 1 kmol من غاز الميثان بدرجة حرارة قدرها 320 K و ضغط 30 MN/m^2 مفترضا

(a) Methane is an ideal gas

(b) Methane is a real gas which obeys van der Waals equation, where:

(أ) على أن غاز الميثان غاز مثالي

(ب) على أن غاز الميثان غاز حقيقي يتبع معادلة فان دروالز حيث:

$$[\ b = 0.0427\ m^3/kmol,\ a = 229.3\ (kN/m^2)\ (m^3)^2 / (kmol)^2\ ]$$

Note: we can use (Pa = N/m^2) for pressure units

ملاحظة: يمكن استخدام وحدات الضغط (Pa = N/m^2)

(c) It is possible to use the compressibility chart, knowing that

(جـ) امكان استخدام مخطط معامل الانضغاطية علماً ان

$$[\ T_c = 191\ K\ ,\ P_c = 4.64\ MN/m^2\ ]$$

Solution

الحل

(a) Applying the ideal gas law

(أ) باستخدام قانون الغاز المثالي

Given

لدينا

$$R_0 = 8.314\ kJ/kmol\ K\ ,\ T = 320\ K\ ,\ P = 30 \times 10^3\ kN/m^2 \text{ or } (kPa)\ ,\ n = 1\ kmol$$

Substituting in equation (4.3)

نعوض في المعادلة (4.3)

$$P\,V = n\,R_0\,T$$

$$V = \frac{8.314 \times 320}{30 \times 1000}$$

$$V = \underline{0.0887\ m^3}$$

(b) Applying van der Waals equation

(ب) باستخدام معادلة فان در والز

Substituting in van der Waals equation:

نعوض في معادلة ڤان درو الز :

$$[P + (an^2 / V^2)] [V - (nb)] = n R_0 T$$

$$[30 \times 10^3 + (229.3/V^2)] [V – 0.0427] = 1 \times 8.314 \times 320$$

$$30 \times 10^3 V^3 – 5233 V^2 + 229.3 V = 9.79$$

The above equation can be solved by ***trial and error***. We assume a value for the volume V and then calculate the value of the left hand side of the equation. The calculations are repeated, by assuming different values of V, until the two sides of the equation are equal. Applying this method we obtain the following answer:

يمكن حل المعادلة الأخيرة بطريقة ***التجربة و الخطأ*** أي افتراض قيمة للحجم V ومن ثم حساب قيمة الطرف الأيسر للمعادلة , فان لم يتساو مع الطرف الايمن يعاد افتراض قيمة اخرى للحجم وهكذا حتى يتساوى طرفا المعادلة , وبتطبيق هذه الطريقة نحصل على :

V = <u>0.1358 m^3</u>

Exercise

تمرين

Solve by trial and error using Excel.

استخدم برنامج اكسل لانجاز التجربة والخطأ .

(c) Using the compressibility factor diagram

(جـ) باستخدام مخطط معامل الانضغاطية

$$T_R = T/T_c = 320/191 = 1.68$$

$$P_R = P/P_c = 30/4.64 = 6.46$$

We find the value of Z from Fig 4.1:

نستخرج قيمة Z من الشكل 4.1 وهي :

$$Z = 0.88$$

Now we apply equation (4.10)

الان نستخدم المعادلة (4.10)

$$P V = 0.88 n R_0 T$$

$$V = (0.88 \times 1 \times 8.314 \times 320)/ (30 \times 10^3)$$

V = <u>0.0780 m3</u>

Comment

Note that the value of V varies from one method to another. The answer 0.0887 m^3 shows that the ideal gas model gives an inaccurate result. The chart method is closer to reality because it is based on experimental data.

ملاحظة

نلاحظ ان قيمة V مختلفة مما يدل على أن افتراض السلوك المثالي الذي يعطي حجماً قدره 0.0887 m^3 هو بعيد عن الجواب الحقيقي , و تعد طريقة مخطط معامل الانضغاطية الأقرب الى الواقع لانها معتمدة على قياسات مختبرية .

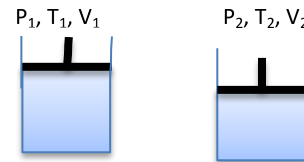
4.3 Thermodynamic Concepts

In this section we will investigate some topics in thermodynamics, related to the behavior of gases, and relevant to ***compressible flow***. Thermodynamics is a science concerned with the study of relations between ***work*** and ***heat***. In fact, it involves the conversion of heat to work through certain processes of the working fluid, or vice versa. The ***working fluid*** can be a gas or a condensing vapour. Some of the important processes include changes in pressure and temperature that cause expansion or compression of a gas. The condensing of vapour to liquid is another change of state process. The mechanical engineer applies some thermodynamic relations to design internal combustion engines, fridges, power stations and other heat engine equipment. Whilst the chemical engineer, applies the concepts of thermodynamics in designing most of the industrial units that involve ***thermal processes***.

The thermodynamic system is defined as a volume in space, or a well-defined amount of material bound by a ***boundary***, such as the flow of fluid inside a pipeline. The ***state of the system*** is fixed by specifying variables such as pressure, specific volume, and temperature. These are known as ***state variables*** and any change in a variable will result in a ***process***; the process will lead to a change in the state of the system.

4.3 مفاهيم في علم ديناميك الحرارة

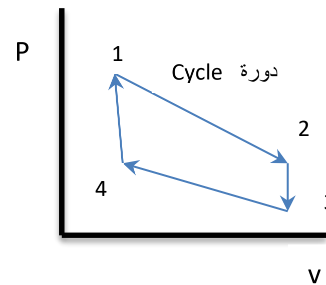
سنبحث باختصار بعض المفاهيم من علم ديناميك الحرارة المتعلقة بسلوك الغازات التي لها علاقة ***بالجريان الانضغاطي*** . يتخصص هذا العلم بدراسة العلاقات بين ***الشغل*** و ***الحرارة*** , حيث ان المنظومات الديناميكية تستنبط الشغل من الحرارة او العكس نتيجة حدوث عمليات معينة ***للمائع الشغال*** . وقد يكون هذا المائع غازاً او بخاراً يتحول إلى سائل , ومن اهم هذه العمليات هي تغيرات الضغط ودرجة الحرارة التي تؤدي إلى تقلص او تمدد المائع أو تحويله من غاز إلى سائل او العكس . ويعتمد المهندس الميكانيكي هذا العلم في تصميم المحركات ذات الاحتراق الداخلي وتصميم الثلاجات ومحطات القوى وغيرها من المحركات الحرارية , اما المهندس الكيميائي فيطبق مفاهيم ديناميك الحرارة في تصميم معظم الوحدات الصناعية التي تتضمن ***عمليات حرارية***.



تعرف المنظومة الديناميكية الحرارية باي حجم محدد في الفضاء او باي كمية من المادة محاطة ***بتخم*** مثل المائع الجاري في انبوب. وتحدد ***حالة المنظومة*** بتعين متغيرات مثل الضغط والحجم النوعي ودرجة الحرارة التي تدعى ***متغيرات الحالة*** , وان أي تغير بقيم هذه المتغيرات يسمى ***عملية*** , وحدوث العملية يؤدي إلى تغير في حالة المنظومة.

For example, we can say: the state of the gas at point 1, in a pipeline, is specified by T_1, P_1, v_1. This state will change to T_2, P_2, v_2 at point 2, after the occurrence of a certain process. The process for such a change can be ***reversible***, meaning a series of ***equilibrium states***, or ***irreversible***, deviating from the equilibrium states. Remember the previous definition of the equilibrium state; it indicated that the system can be returned to its initial state after the occurrence of a reversible process. Whereas, the irreversible process is normally accompanied by energy loss, therefore it will not revert to its initial state unless the energy loss is compensated. Most of the processes are irreversible and a good example is the movement of a piston inside a cylinder; the process is always accompanied by loss of energy due to friction. However, to be able to calculate the work done by the piston we normally ignore the energy losses and assume a reversible process.

فمثلاً نقول ان حالة الغاز عند النقطة 1 في الانبوب محددة بالمتغيرات T_1, P_1, v_1 التي تحولت إلى T_2, P_2, v_2 عند النقطة 2 بسبب حدوث عملية ما . وان العمليات قد تكون ***انعكاسية*** حيث تمثل سلسلة من ***حالات الاتزان*** او ***غير انعكاسية*** تشذ عن حالات الاتزان . واذا تذكرنا معنى حالة الاتزان فيتضح انه بالامكان اعادة المنظومة إلى حالتها الابتدائية بعد حدوث العملية الانعكاسية. اما العملية غير الانعكاسية فهي مقترنة بضياع في الطاقة , لهذا لايمكن اعادة المنظومة لحالتها الابتدائية ما لم تضاف اليها طاقة تعويضية . وان معظم العمليات هي عمليات غير انعكاسية, ومثال ذلك حركة المكبس في اسطوانة المحرك التي تقترن دائماً بضياع في الطاقة بسبب الاحتكاك, ولكننا نفترض ان هذه العملية هي عملية انعكاسية لنتمكن من حساب مقدار الشغل المنجز حيث تهمل الطاقة الضائعة التي يصعب تخمينها نظرياً .



Sometimes, the system operates according to a ***cycle***; the cycle is made up of a number of ***successive processes*** that can take the system back to its initial state.

وتشتغل المنظومة احياناً بصيغة ***دورة***, والدورة هي عدد ***العمليات المتعاقبة*** التي تعيد المنظومة إلى حالتها الابتدائية .

4.3.1 Forms of Energy

4.3.1 أنواع الطاقة

- **Internal energy**

- **الطاقة الداخلية**

It is the energy arising as a result of the physical state associated with the structure and motion of the fluid molecules. It is denoted U and has the units of J/kg.

هي الطاقة الناجمة عن الحالة الفيزيائية للمائع المتمثلة بحركة وتركيب الجزيئات. ويرمز لها U ووحداتها J/kg .

❖ **Kinetic energy**

❖ **الطاقة الحركية**

Kinetic energy, denoted KE, is associated with the flow of the fluid. It is a function of velocity $\bar{u}$ and has the units J/kg. The kinetic energy is estimated according to the following formula

هي الطاقة المقترنة بجريان المائع وتعتمد على سرعة الجريان $\bar{u}$ ويرمز لها KE وحداتها J/kg وتحسب من السرعة كالآتي

$$KE = \frac{1}{2} \bar{u}^2 \qquad (4.14)$$

❖ **Potential energy**

❖ **الطاقة الكامنة**

Potential energy is due to the position of the object within the gravity field of earth; denoted PE, it has the units of J/kg. It is given by

هي التي تعتمد على موقع المادة في مجال الجاذبية الارضية و يرمز لها PE ووحداتها J/kg و تعطى من

$$PE = g\,z \qquad (4.15)$$

z is the height of the object relative to an ***arbitrary datum***.

z هو ارتفاع عينة المادة من ***مستوى اسناد اختياري*** .

❖ **Pressure energy**

❖ **طاقة الضغط**

Pressure energy is the work required to push the fluid into the system without changing its volume. It is denoted E_{pr}, has the units of J/kg and is given by multiplying the pressure by specific volume.

وهي تمثل الشغل اللازم لدفع المائع في المنظومة دون تغير حجمه, وتعطى من حاصل ضرب الضغط بالحجم النوعي ويرمز لها E_{pr} ووحداتها J/kg .

$$E_{pr} = P\,v \qquad (4.16)$$

❖ **Total energy per unit mass E**

❖ **الطاقة الكلية لوحدة الكتلة E**

It is the sum of all the energies per unit mass,

وهي مجموع الطاقات لوحدة الكتلة أي

$$E = U + KE + PE + E_{pr}$$

$$E = U + \frac{1}{2}\bar{u}^2 + g z + P v \qquad (4.17)$$

4.3.2 Work and the First law

Work done on the gas, or done by the gas, is denoted w and has the units J/kg. It is given by the following relationship

4.3.2 الشغل والقانون الاول لديناميك الحرارة

يرمز للشغل w ووحداته هي J/kg . ويعرف الشغل المنجز على الغاز أو الذي ينجزه الغاز بالعلاقة

$$w = \int_1^2 P\, dv \qquad (4.18)$$

The above definition applies only to changes of volume via reversible processes. It does not apply to irreversible processes, because some of the energy will be lost from the system in the form of heat. The integration of equation (4.18) depends on the relationship between pressure and volume; this in turn depends on the type of change in volume. The work resulting from the expansion of a compressed gas is normally considered positive, whilst that done on compressing the gas is negative.

ينطبق هذا التعريف في حالة كون عملية تغير الحجم عملية انعكاسية , اما اذا كانت العملية غير انعكاسية فان قسماً من الطاقة سيتحول إلى حرارة ويتسرب خارج المنظومة , فلا يصح التعريف . كما وتعتمد مكاملة المعادلة (4.18) على العلاقة بين الضغط والحجم التي بدورها تعتمد على نوع عملية تغير الحجم . ويعطى الشغل المنجز نتيجة تمدد الغاز المضغوط علامة زائد فيعد شغلاً موجبا , أما الشغل الذي يبذل على الغاز من مصدر خارجي فيعد سالباً و يعطى علامة ناقص .

The first law of thermodynamics states that *the increase in internal energy is equal to the net amount of heat q J/kg transferred to the system minus the net work done by the system w J/kg.*

ينص القانون الاول لديناميك الحرارة على *ان الزيادة بمقدار الطاقة الداخلية يساوي مقدار صافي الحرارة الداخلة إلى المنظومة q J/kg ناقصاً صافي الشغل الذي تنجزه المنظومة w J/kg* , أي ان

$$(U_2 - U_1) = q - w \qquad (4.19)$$

The first law is actually one form of the energy conservation law, and for an ***infinitesimal process*** the law will be:

والقانون هو شكل من اشكال قانون حفظ الطاقة, و ***للعملية المتناهية الصغر*** يصبح القانون الاول :

$$dU = \delta q - \delta w \qquad (4.20)$$

4.3.3 Enthalpy and Entropy

4.3.3 الانثالبي والانتروبي

Enthalpy H (J/kg) is a ***thermodynamic property*** and one of the ***state variables*** defined by the following relationship

الانثـالبي (J/kg) H هـي خاصـة مـن ***خـواص المنظومـة الدينمكية الحرارية*** واحد ***متغيرات الحالة*** وتعرف هذه الخاصـة بالعلاقة

$$H = U + P v \qquad (4.21)$$

Entropy s (J/kgK) is another thermodynamic property defined for the reversible process as follows

والانتروبـي (J/kgK) s هـي الاخـرى خاصـة مـن خـواص المنظومة الدينمكية الحرارية التي تعرف بالعلاقة الاتيـة للعملية الانعكاسية فقط

$$\frac{\delta q}{T} = ds \qquad (4.22)$$

For irreversible processes, there will be energy loss, and the relationship changes to

اما اذا كانت العملية عملية غير انعكاسية فهنالك ضياع بالطاقة و تصبح المعادلة

$$\frac{\delta q}{T} < ds \qquad (4.23)$$

or

او

$$ds = \frac{\delta q}{T} + \frac{\delta L_f}{T} \qquad (4.24)$$

δL_f is the amount of energy lost due to the conversion of mechanical energy to heat. Equation (4.24) can be integrated to

حيث أن δL_f يمثل مقدار الطاقة الضائعة بسبب تحول الطاقة الميكانيكية إلى طاقة حرارية , ويمكن مكاملـة المعادلـة (4.24) إلى

$$\int_1^2 T\, ds = \Sigma\, \delta q + \Sigma\, \delta L_f = q + L_f \qquad (4.25)$$

Thermal Energy – Temperature Relation

العلاقة بين الطاقة الحرارية ودرجة الحرارة

For constant volume-reversible processes, we can apply the first law as follows:

عندما تحدث عمليات انعكاسية بثبوت الحجم فيمكن تطبيق القانون الاول كالآتي:

We have

لدينا

$$dU = \delta q - \delta w$$

$$\delta w = Pdv$$

$$\therefore dU = \delta q - Pdv$$

Since the volume is constant, thus

والمعلوم أن الحجم ثابت , اذن

$$dv = 0.0$$

Substituting for dv to reduce the equation to:

و بالتعويض عن dv تختصر المعادلة إلى :

$$dU = \delta q = C_v \,.\, dT \qquad (4.26)$$

C_v is the ***specific heat capacity at constant volume***, it has the units of J/kgK.

C_v هي ***السعة الحرارية النوعية للغاز بثبوت الحجم*** ووحدتها هي J/kgK .

If the process is irreversible then the work will be:

أما في حالة كون العملية غير انعكاسية فسيصبح الشغل:

$$\delta w = P\,dv - \delta L_f \qquad (4.27)$$

Substituting for δw in the first law

وبالتعويض عن δw في القانون الاول نحصل على

$$dU = \delta q - (P\,dv - \delta L_f)$$

For a constant volume process we obtain

و باعتبار الحجم ثابتاً ينتج

$$dU = \delta q + \delta L_f = C_v\, dT + \delta L_f \qquad (4.28)$$

Enthalpy–Temperature Relation

العلاقة بين الانثالبي ودرجة الحرارة

A thermodynamic process at constant pressure gives a relationship between H and T as follows:

عندما تحدث عملية ديناميكية حرارية بثبوت الضغط فيمكن التوصل إلى علاقة بين H و T على النحو الاتي :

$$H = U + P\,v \qquad \text{(Equation 4.21)}$$

Differentiating the above relationship:

وبالتفاضل نحصل على

$$dH = dU + P\,dv + v\,dP$$

Combining equations (4.20) and (4.27) will give

ويؤدي دمج المعادلتين (4.20) و (4.27) الى

$$dU = \delta q - (P\,dv - \delta L_f)$$

Substituting:

وبالتعويض :

$$dH = [\, \delta q - (P\,dv - \delta L_f) \,] + P\,dv + v\,dP$$

$$\therefore\ dH = \delta q + \delta L_f + v\,dP \qquad (4.28\ A)$$

For a reversible process at constant pressure, we have ($\delta L_f = 0.0$) and ($dP = 0.0$) and therefore:

فاذا كانت العملية عملية انعكاسية أي ($\delta L_f = 0.0$) و كان الضغط ثابتاً أي ($dP = 0.0$) سنحصل على :

$$dH = \delta q = C_P\, dT \qquad (4.29)$$

In the above equation C_P denotes the ***specific heat capacity at constant pressure***, having the units J/kgK. By combining equations (4.28) and (4.29) we arrive at the definition of the specific heat capacity for fluids as follows

و هنا C_P هي ***السعة الحرارية النوعية بثبوت الضغط*** , وحداتها J/kgK . ومن المعادلتين (4.28) و (4.29) نستنتج العلاقتين الآتيتين لتعريف السعة الحرارية النوعية للموائع

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_V \qquad (4.30)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P = C_P \qquad (4.31)$$

For ideal gases C_P and C_v are not affected by temperature and therefore considered constant, consequently the equations become

و فيما يخص الغازات المثالية يفترض أن C_P و C_v ثابتتان , أي انهما لن تتأثرا بتغير درجة الحرارة , فتصبح المعادلتان

$$\frac{dU}{dT} = C_V \qquad (4.32)$$

$$\frac{dH}{dT} = C_P \qquad (4.33)$$

An ideal gas having constant heat capacity is called ***perfect gas***. Integrating equations (4.32) and (4.33) will give:

و يسمى الغاز المثالي ثابت السعة الحرارية ***الغاز التام*** . والآن نستطيع مكاملة المعادلتين (4.32) و (4.33) لنحصل على :

$$(U_2 - U_1) = C_v\,(T_2 - T_1) \qquad (4.34)$$

$$(H_2 - H_1) = C_P\,(T_2 - T_1) \qquad (4.35)$$

Subtracting equation (4.32) from equation (4.33):

وعندما نطرح المعادلة (4.32) من المعادلة (4.33) ينتج

$$(C_P - C_V) = \frac{dH}{dT} - \frac{dU}{dT}$$

Since: ولما كان :

$$H = U + P v$$

Thus: اذن :

$$\frac{dH}{dT} - \frac{dU}{dT} = \frac{d(Pv)}{dT}$$

Substituting: و بالتعويض :

$$(C_P - C_v) = \frac{d(Pv)}{dT}$$

For each kilogram of perfect gas we have

ولكـل كيلـوغرام مـن الغـاز التـام , أي المثـالي ثابـت السـعة الحرارية , لدينا

$$Pv = RT$$

$$(m = 1)$$

Substituting for Pv gives

وبالتعويض عن Pv نحصل على

$$(C_P - C_v) = \frac{d(RT)}{dT}$$

أي أن :

Thus:

$$(C_P - C_v) = R \qquad (4.36)$$

4.4 Change of State Gas Processes

4.4 عمليات تغير حالة الغاز

4.4.1 Isothermal Process

4.4.1 العملية بثبوت درجة الحرارة

This is the process of changing pressure and volume from an initial state of the gas to a final one at constant temperature.

وهي العملية التي تجري بثبوت درجة الحرارة , حيث يتغير كل من الضغط والحجم من الحالة الابتدائية إلى النهائية , وتسمى احيانا العملية الايسوثرمية .

If we consider ideal gas conditions then we can develop a relationship for such a process based on the ideal gas law as follows:

واذا اعتبرنا الغاز مثاليا فيمكن ايجاد علاقة تخص العملية ابتداء بقانون الغاز المثالي :

$$P\,v = m\,R\,T$$

Since temperature is constant, therefore the right hand side of the equation (m R T) will also be constant and can be denoted C. Thus

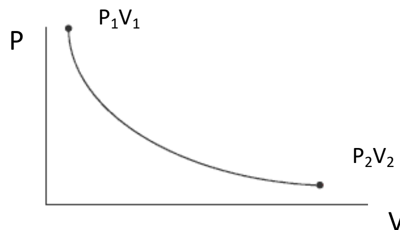
وبما ان درجة الحرارة ثابتة لذا يصبح المقدار (m R T) ثابتا ويمكن التعويض عنه بالثابت C , اي ان

$$P\,v = C \qquad (4.37)$$

For a change from state (1) to state (2), equation (4.37) is written as:

وحين حدوث التغير من الحالة (1) إلى الحالة (2) نكتب المعادلة (4.37) بالصيغة :

$$P_1\,v_1 = P_2\,v_2 \qquad (4.38)$$



4.4.2 Isobaric Process

4.4.2 العملية بثبوت الضغط

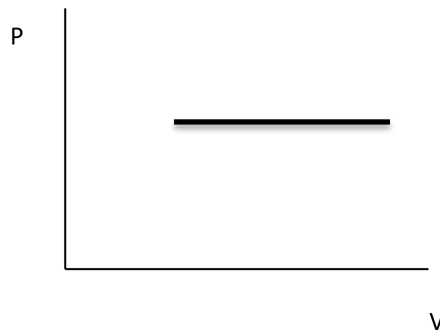
For an ideal gas the isobaric process is given by:

يمكن تمثيل العملية بثبوت الضغط للغاز المثالي كالآتي

$$\frac{V}{T} = \frac{m\,R}{P}$$

$$\frac{V}{T} = C \qquad (4.39)$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad (4.40)$$



4.3.3 Isochoric Process

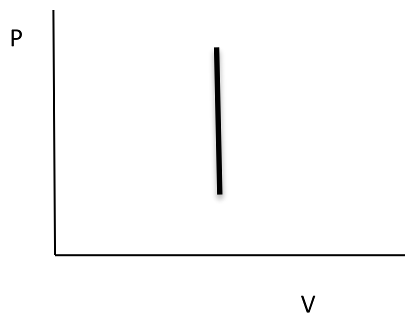
4.4.3 العملية بثبوت الحجم

The isochoric process is given by

العملية بثبوت الحجم للغاز المثالي هي

$$\frac{P}{T} = C \qquad (4.41)$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \qquad (4.42)$$



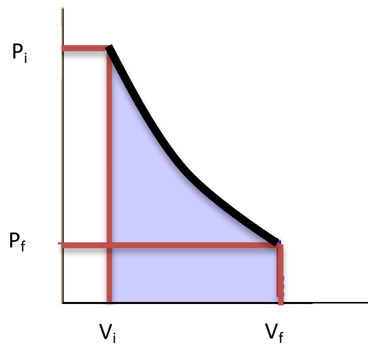
4.4.4 Adiabatic Process

4.4.4 العملية بدون تبادل حراري (الاديباتية)

This process takes place without heat exchange, it is given by:

تدعى هذه العملية احيانا العملية الاديباتيـة ويمكن التعبير عنها بالمعادلة:

$$\Delta q = 0.0 \qquad (4.43)$$



4.4.5 Isentropic Process

4.4.5 العملية بثبوت الانتروبي

This is a reversible constant entropy process with no heat exchange, where dS = 0.0, given by:

تسـمى هـذه العمليـة الايسـنتروبية , هـي فـي الواقـع عمليـة انعكاسية خالية من التبادل الحراري فيها (dS = 0.0) و تتبع القانون:

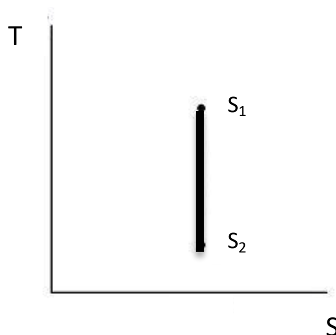
$$P\,v^{\gamma} = C \qquad (4.44)$$

$$P_1 v_1^{\gamma} = P_2\, v_2^{\gamma} \qquad (4.45)$$

For an ideal gas we define γ:

حيث أن للغاز المثالي تعطى γ من :

$$\gamma = \frac{C_P}{C_v} \qquad (4.46)$$



4.4.6 Polytropic Process

4.4.6 العملية البوليتروبية

It is a reversible process that leads to a change of state and obeys the following relationship:

هي عملية انعكاسية تؤدي إلى تغير حالة الغاز حسب العلاقة الاتية :

$$P\, v^k = C \qquad (4.47)$$

$$P_1 v_1^k = P_2\, v_2^k \qquad (4.48)$$

The value of k depends on the amount of heat transfer to the environment and will be in the range 1.0 – γ. The polytropic process takes place with changes in temperature and includes heat exchange. The ideal gas law and equation (4.47) can be applied for this process, so that:

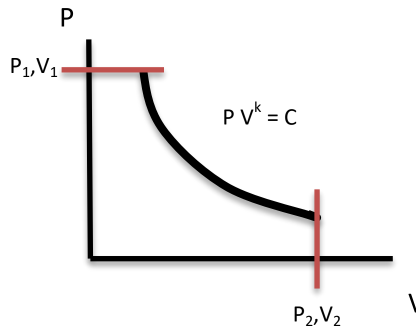
و يتخذ k قيم بين 1.0 و γ ويعتمد مقداره على كمية انتقال الحرارة إلى خارج المنظومة و تجدر الاشارة إلى ان العملية البوليتروبية ليست ثابتة درجة الحرارة وفي نفس الوقت ليست خالية من التبادل الحراري وفي طبيعة الحال يمكن تطبيق قانون الغاز المثالي لهذه العملية اضافة إلى المعادلة (4.47) اي :

$$P\, v = m\, R\, T$$

$$\therefore \frac{P_1\, v_1}{T_1} = \frac{P_2\, v_2}{T_2} \qquad (4.49)$$

Equation (4.49) can also be applied to isentropic processes.

و كذلك تنطبق المعادلة (4.49) على العملية ثابتة الانتروبي .



Example 4.4

مثال 4.4

0.1 m^3 of a gas was compressed according to

ضغطت كمية من الغاز حجمها 0.1 m^3 بموجب القانون

$$P\, V^k = C$$

The initial conditions were (25 ^{0}C , 120 kPa) and the final pressure 1.2 MPa. Calculate

علما ان الظروف الابتدائية كانت (25 ^{0}C , 120 kPa) والضغط النهائي 1.2 MPa احسب

(a) The work done on the gas
(b) The change in internal energy
(c) The amount of heat transferred

(ا) مقدار الشغل المبذول على الغاز
(ب) مقدار التغير في الطاقة الداخلية
(ج) مقدار الحرارة المنتقلة

Given

علما ان

$$k = 1.2 \;,\; R = 0.285 \text{ kJ/kgK} \;,\; C_P = 1.005 \text{ kJ/kgK}$$

Solution

الحل

$$T_1 = 25 + 273 = 298 \text{ K} \;,\; V_1 = 0.1 \text{ m}^3 \;,\; P_1 = 120 \times 10^3 \text{ N/m}^2 \text{ (Pa)}, P_2 = 1.2 \times 10^6 \text{ N/m}^2 \text{ (Pa)}$$

Assuming

نفترض

1. Reversible process for the pressure change
2. Ideal gas behaviour

1. ان عملية رفع الضغط هي عملية انعكاسية
2. يسلك الغاز سلوكا مثاليا

(a) The total work is given by (w .m), we have

(ا) الشغل الكلي هو (w .m) ولدينا

$$w = \int_1^2 P\, dv$$

$$w \,.\, m = \int_1^2 P\, dV \qquad \text{(A)}$$

$$PV^k = C \quad , \quad P = C/V^k \qquad \text{(B)}$$

$$w \,.\, m = \int_1^2 \frac{C}{V^k} dV$$

$$w \,.\, m = C \int_1^2 \frac{1}{V^k} dV$$

$$w \,.\, m = C \frac{1}{-k+1} (V_2^{-k+1} - V_1^{-k+1})$$

Meanwhile

ولما كان

$$C = P V^k = P_1 V_1^{\ k} = P_2 V_2^{\ k}$$

We can now substitute for C by ($P_2 V_2^k$) in the left hand side term and by ($P_1 V_1^k$) in the right hand side term to arrive at:

فيمكننا التعويض عن C بالمقدار ($P_2 V_2^k$) في الحد الأيسر وبالمقدار ($P_1 V_1^k$) في الحد الايمن و نحصل على :

$$w.m = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - k}$$

أو بصيغة ثانية :

Or, in another form:

$$w.m = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{k - 1} \qquad \text{(C)}$$

To calculate work, we must first determine the value of V_2:

و ينبغي حساب قيمة V_2 أولاً لإيجاد الشغل:

$$P_1 v_1^k = P_2\, v_2^k \qquad \text{(Eq. 4.48)}$$

بدلالة الحجم الكلي V :

In terms of total volume V:

$$P_1 V_1^k = P_2\, V_2^k$$

Substituting for the known values

نعوض عن القيم المعلومة

$$120 \times 10^3 \times 0.1^{1.2} = 1.2 \times 10^6 \times (V_2)^{1.2}$$

$$V_2 = 0.01467 \text{ m}^3$$

Then we substitute in equation (C):

ثم نعوض في المعادلة (C) :

$$w\,.m = [(120 \times 10^3 \times 0.1) - (1.2 \times 10^6 \times 0.0167)]/(1.2 - 1)$$

$$w\,.\,m = \underline{-28020\ J}$$

Comment

ملاحظة

The amount of total work is equal to (-28020 J); the minus sign indicates that the work is done on the gas.

الشغل الكلي يساوي (J 28020 -) وتشيرعلامة الناقص هنا إلى أن الشغل هو شغل مبذول على الغاز .

(b) We now calculate the change in internal energy by applying equation (4.43), but we must first determine the temperature T_2

(ب) نحسب الآن مقدار التغير بالطاقة الداخلية باستخدام المعادلة (4.43) , ونبدأ بايجاد قيمة درجة الحرارة T_2

$$\frac{P_1\,v_1}{T_1} = \frac{P_2\,v_2}{T_2} \qquad \text{(Eq. 4.49)}$$

In terms of total volume:

بدلالة الحجم:

$$\frac{P_1\,V_1}{T_1} = \frac{P_2\,V_2}{T_2}$$

Substitution leads to:

$$(120 \times 10^3 \times 0.1)/298 = (1.2 \times 10^6 \times 0.01467)/T_2$$

$$T_2 = 437.166\ K$$

Then we calculate m

ثم نحسب m

$$m = P_1\,V_1/R\,T_1$$

$$m = (120 \times 10^3 \times 0.1)/(0.285 \times 298)$$

$$m = 0.141\ kg$$

We use equation (4.36) to calculate C_v

ونحسب C_v باستخدام المعادلة (4.36)

$$C_P - C_v = R \qquad \text{(Eq. 4.36)}$$

$$C_v = 1.005 - 0.285 = 0.720 \text{ kJ/kgK}$$

Equation (4.43) can be written as

و لدينا من المعادلة (4.43)

$$(U_2 - U_1)\, m = m\, C_v\, (T_2 - T_1)$$

$$= 0.141 \times 0.720 \times 10^3\, (437.166 - 298)$$

$$\Delta U.\, m = \underline{14.128 \text{ kJ}}$$

(c) We calculate the amount of heat transfer by applying the first law of thermodynamics

(ج) نحسب مقدار الحرارة المنتقلة باستخدام القانون الأول لديناميك الحرارة

$$q = w + \Delta U$$

$$q\,.\,m = w\,.\,m + \Delta U\,.\,m$$

$$q\,.\,m = -\,28.020 + 14.128$$

$$q\,.\,m = \underline{-\,13.892 \text{ kJ}}$$

Comment

ملاحظة

The negative sign indicates that the heat is lost from the system.

تشيرعلامة الناقص هنا إلى ان الحرارة المنتقلة هي حرارة مفقودة من المنظومة .

Exercise

تمرين

Repeat the calculations for example 4.4 assuming the change of state for the gas follows ($P V^{\gamma} = C$) and (C_v = 0.720 kJ/kgK).

اعد حسابات المثال 4.4 مفترضا ان حالة الغاز تتغير بموجب العلاقة ($P V^{\gamma} = C$) وان مقدار C_v هو (0.720 kJ/kgK) .

4.5 Flow and Stream Tubes

We learned in Chapter 2 that the velocity of a fluid moving over a solid boundary changes in value across the vertical direction to flow. The variation of velocity can be further clarified by considering imaginary lines called ***streamlines***. A streamline is defined as a curve drawn in a fluid in such a manner that it is instantaneously ***tangent*** to the ***velocity vector*** of flow. This means it is possible to determine the velocity direction at any instance, by specifying the point where the velocity vector is tangent to the streamline. The flow regime remains unchanged between any two streamlines. The constant velocity across the section can therefore be represented by parallel lines along the flow direction, see Fig 4.2.

4.5 الجريان وأنبوبة الأنسياب

كنا قد وضحنا في الفصل الثاني أن سرعة جريان المائع فوق تخم صلب تتغيرعبر المستوى العمودي على المجرى . ويمكننا توضيح مثل هذا التغيير باستخدام خطوط وهمية تسمى ***خطوط الانسياب*** , والخط الأنسيابي هو منحنى في المائع الجاري بحيث يكون ***مماس*** الى ***خط اتجاه السرعة*** في أي نقطة واقعة عليه في تلك اللحظة , أي يمكن تعيين اتجاه السرعة في لحظة معينة من نقطة تماس متجه السرعة مع خط الانسياب في تلك اللحظة . ويكون الجريان ثابتاً بين كل خطين انسيابين كما و يمكن تمثيل السرعة الثابتة عبر المقطع العرضي باتخاذ خطوط انسيابية متساوية البعد , أي متوازية على امتداد الجريان انظر الشكل 4.2 .

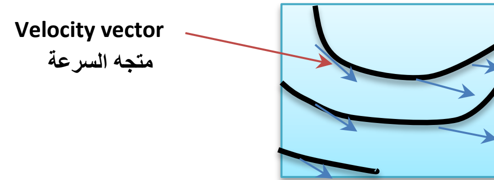




Fig 4.2 Stream lines

الشكل 4.2 خطوط الانسياب

As the velocity increases, the lines will get closer to each other; this is illustrated in Fig 4.3 when the fluid passes through a restriction in the pipeline.

أما اذا ازدادت سرعة المائع في المجرى فستقترب خطوط الانسياب من بعضها , كما يحدث عند مرور مائع عبر مقطع ضيق في الأنبوب . انظر الشكل 4.3 .

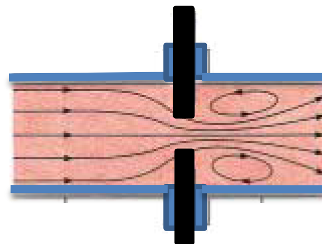


Fig 4.3 streamlines through a restriction in flow

الشكل 4.3 خطوط الانسياب في تضيقة في الجريان

A group of streamlines is known as a ***stream tube***, see Fig 4.4. Since the flow of the fluid is along the length of the stream tube only, the fluid will not be able to cross the tube surface in the radial direction. Accordingly, the fluid is assumed to be flowing within an imaginary boundary. The concept of stream tubes is useful for fluid flow analysis, because it helps to consider isolated elements of the fluid.

وتسمى مجموعة من الخطوط الأنسياب ***انبوبة الأنسياب*** , أنظر الشكل 4.4 . ونظراً لجريان المائع في الاتجاه الطولي لأنبوبة الأنسياب فقط , فلا يمكن أن يعبر المائع سطح الأنبوبة بأتجاه نصف القطر وكأنه يجري في داخل انبوب لـه جدران خيالية . و يفيد مفهوم انبوبة الأنسياب في تحليل جريان المائع لانه يسمح بأتخاذ جسيمات معزولة في المائع لأجراء التحليلات عليها .

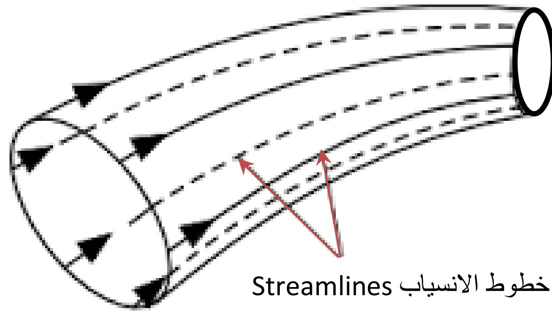
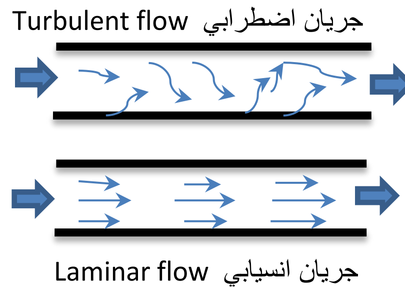


Fig 4.4 Stream tube

الشكل 4.4 انبوبة الانسياب

If the velocity does not change at any instance and at all points within the fluid bulk, then the flow is named ***uniform flow***. However, if the velocity changes from one point to another then it is a ***non-uniform flow***. Flow which is independent of time is known as ***steady flow***, whilst the flow that varies in value with time is called ***unsteady flow*** or accelerated flow. Flow in which the fluid travels smoothly or in regular paths is ***laminar flow***, in contrast to ***turbulent flow***, in which the fluid undergoes irregular fluctuations and mixing.

يعد ***الجريان منتظماً*** عندما تكون سرعته ثابتة المقدار والاتجاه في جميع نقاط المائع في تلك اللحظة , أما اذا تغيرت السرعة من نقطة إلى الأخرى فيدعى ***جريان غير منتظم*** . ويطلق على الجريان ثابت المقدار مع الزمن ***الجريان المستقر***, بينما يسمى الجريان متغير المقدار مع الزمن ***الجريان غير المستقر*** أي أنه جرياناً معجلاً . ويعد ***الجريان أنسيابياً*** عندما يكون هادئاً و ***اضطرابياً*** عندما تكون السرعة عالية لحد يثير الدوامات في المائع.



4.6 Control Volume

In order to apply the principles of conservation of energy, mass or momentum and conduct mathematical analysis, we will need to specify what is known as a ***control volume***. This is an arbitrary region in space that can be selected and fixed so that we can control the flow of energy or material though it. The control volume can be ***infinitesimal*** or ***finite*** as required. The derivation of differential equations for conservation of energy, mass or momentum depends on estimating the rate of change (d/dt), of energy, material or momentum, inside the control volume. Such changes are estimated by ***Reynolds transport theorem***, stating

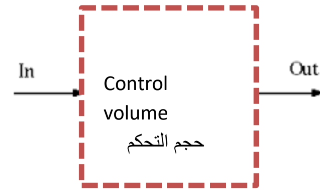
(Rate of change of material remaining in the control volume) = (Rate of change for inlet) – (Rate of change of outlet)

In this chapter the flow analysis will be limited to ***one dimensional flow***. To clarify, see Fig 4.5 which shows the fluid entering the control volume at surface (1) and exiting at (2)

4.6 حجم التحكم

عندما نطبق أسس حفظ الطاقة والمادة او الزخم نحتاج إلى تعيين ***حجم تحكم*** لتبسيط التحليلات الرياضية , وهو حجم اختياري محدد في الفضاء نستطيع من خلاله ان نتحكم بجريان المادة أو انتقال الطاقة . ويمكن أن يكون حجم التحكم ***متناهي الصغر*** أو ***محدود*** حسب الحاجة . ويعتمد أشتقاق المعادلات التفاضلية التي تخص حفظ الطاقة والمادة والزخم على اساس أن معدل التغير (d/dt) للكمية المتبقي في داخل حجم التحكم , سواء أكانت طاقة أم مادة , يعطى من ***نظرية رنولدز للانتقال*** التي تنص

(معدل تغير الكمية المتبقية في حجم التحكم) = (معدل تغير الكمية الداخلة) - (معدل تغير الكمية الخارجة)



وسنقتصر التحليلات في هذا الفصل على ***الجريان ببعد واحد*** , ولتوضيح ما ذكرناه تأمل الشكل 4.5 حيث يدخل المائع إلى حجم التحكم عند السطح (1) و يخرج عند السطح (2)

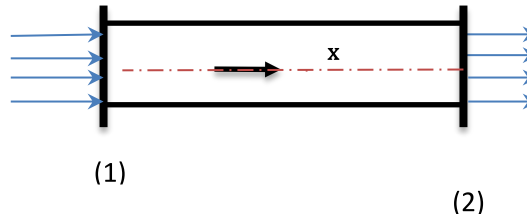


Fig 4.5 One dimensional flow

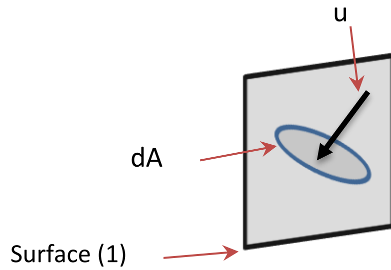
الشكل 4.5 الجريان ببعد واحد

To simplify flow analysis, we usually consider the wall of the pipe as the boundary for the control volume. The symbol x denotes the direction of the one dimensional flow.

ويحدد حجم التحكم بالجدران لتسهيل التحليلات فقط , ولكن لا يتخذ ذلك كشرط اساسي , ويمثل x البعد باتجاه الجريان .

Let us assume ψ to be a quantity per unit mass under study, for example energy per unit mass. Now, to be able to derive an equation for the rate of quantity ψ entering and exiting the control volume, we select an infinitesimal area dA at point (1). This area will be considered as a vector, with a direction perpendicular to surface (1) in the flow direction, and has a value equal to dA. The symbol u denotes the velocity vector perpendicular to the area dA. See Fig 4.6

ولنفترض أن ψ كمية لوحدة الكتلة قيد الدراسة (مثلاً طاقة لوحدة الكتلة) . ولغرض اشتقاق معدل دخول وخروج الكمية ψ من حجم التحكم نتخذ مساحة متناهية الصغر dA عند النقطة (1) , حيث تمثل هذه المساحة كمية متجهة مقدارها dA ولها اتجاه عمودي على السطح (1) باتجاه الجريان , ويمثل u السرعة المتجهة العمودية على المساحة dA , انظر الشكل 4.6



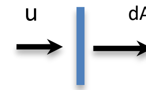


Fig 4.6 الشكل 4.6

As the ***differential volumetric rate*** dQ is equal to the velocity multiplied by the cross section area:

بما ان ***معدل الجريان الحجمي التفاضلي*** (dQ) يساوي السرعة مضروبة بمساحة المقطع أي :

$$dQ = u\, dA \qquad (4.50)$$

Thus the ***mass flow rate*** dG will be given by

لذا يصبح ***معدل الجريان الكتلي*** (dG) الآتي

$$dG = dQ\, \rho = u\, \rho\, dA \qquad (4.51)$$

and the ***differential quantity*** moving across the area dA per unit time will be (ψ dG)

ومقدار ***الكمية التفاضلية*** الذي يخترق المساحة (dA) في وحدة الزمن هو (ψ dG)

$$\therefore\ \psi\, dG = \psi\, u\, \rho\, dA$$

By integrating the differential quantity we obtain the net rate of quantity transfer from the control volume, this will be

وبمكاملـة الكميـة التفاضـلية نحصـل علـى معـدل انتقـال الكميـة الصافي من حجم التحكم

$$\int_{A} \psi\, u\, \rho\, dA$$

The above integral is equal to the difference between the rate of quantity exiting and that entering the control volume. Now, we can evaluate the quantity remaining in the control volume ψ, by integration over surface 1 and surface 2 as follows:

أي أن معدل تغير الكمية الخارجة ناقصاً معدل الكمية الداخلة يساوي مقدار التكامل اعلاه. والآن نحسب مقدار الكمية ψ المتبقي في حجم التحكم من السطح (1) إلى (2) باجراء التكامل كالاتي:

$$\int_{x1}^{x2} \int_{A} \psi\, u\, \rho\, dA\, dx$$

The rate of change of the remaining quantity will then be

ويصبح معدل تغير الكمية المتبقية

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{x1}^{x2} \int_{A} \psi\, u\, \rho\, dA\, dx\right]$$

Applying the principles of conservation of quantity we obtain

وبناء على تعريف معادلة حفظ الكمية ينتج

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{x1}^{x2} \int_{A} \psi\, \rho\, dA\, dx\right] + \int_{A} \psi\, u\, \rho\, dA = 0 \qquad (4.52)$$

4.7 The Continuity Equation

4.7 معادلة الأتصال

We now apply equation (4.52) to the concept of conservation of material, meaning the rate of change of mass.

الآن نطبق المعادلة (4.52) على ظاهرة حفض المادة اي معدل تغير الكتلة .

Thus, the quantity ψ becomes equal to 1, because it is mass divided by mass. The continuity equation will therefore be:

وهنا تصبح الكمية ψ تساوي الواحد , لأن الكمية تصبح كتلة مقسومة على كتلة, ونحصل على المعادلة الاتصال كالاتي :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{x1}^{x2}\int_{A} 1\,.\,\rho\, dA\, dx\right] + \int_{A} 1\,.\,u\,\rho\, dA = 0 \qquad (4.53)$$

or

أو

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\int_{x1}^{x2}\int_{A} \rho\, dA\, dx\right] + (u_2\,\rho_2\,A_2 - u_1\,\rho_1\,A_1) = 0 \qquad (4.54)$$

Since the flow of fluid through most industrial units is steady and does not change with time, therefore we can write:

و نظراً لاستقرار الجريان في معظم العمليات الصناعية , أي لا تغير مع الزمن , لذا نفترض أن :

$$\frac{\delta}{\delta t} = 0$$

For ***steady state flow***, equation (4.45) is reduced to

وتختصر المعادلة (4.45) في ***حالة الجريان المستقر*** إلى

$$u_1\,\rho_1\,A_1 = u_2\,\rho_2\,A_2 \qquad (4.55)$$

In terms of mass flow rate we obtain:

وبدلالة معدل الجريان الكتلي :

$$G_1 = G_2 \qquad (4.56)$$

Equation (4.45) or (4.56) is known as the ***mass conservation equation*** or the ***continuity equation.***

و تمثل المعادلة (4.55) أو (4.56) ***معادلة حفظ الكتلة*** أو ***معادلة الاتصال*** .

وقد حصلنا على المعادلة (4.55) مفترضين السرعة u_1 عند المقطع (1) والسرعة u_2 عند المقطع (2) ثابتتان . أما اذا كانت السرعة متغيرة عبر مساحة المقطع فيجب أن نستخدم ***متوسط السرعة*** بدلا عن السرعة وتعريفها هو

Equation (4.55) was derived based on the assumption that the velocity u_1 at section (1) and the velocity u_2 at section (2) are constant. However, if the velocity varies across the section then we need to use the ***average velocity***; defined by the following equation

$$\bar{u} = \frac{1}{A} \int_A u \, dA \qquad (4.57)$$

4.8 The Energy Equation

4.8 معادلة الطاقة للمائع الجاري

لدينا من المعادلة (4.17)

Equation (4.17) can be re-written as follows

$$E = U + ½ u^2 + g z + P v$$

وبتطبيق معادلة حفظ الكمية باعتبار ψ تساوي الطاقة E نحصل على :

Applying the quantity conservation principle by assuming ψ is energy E, we get:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\int_{x1}^{x2} \int_A E \, \rho \, dA \, dx] + \int_A E \, u \, \rho \, dA = 0 \qquad (4.58)$$

وفي حالة استقرار الجريان :

For steady state flow we can write:

$$\frac{\delta}{\delta t} = 0$$

لذا تختزل المعادلة (4.58) إلى

Consequently equation (4.58) will be reduced to

$$\int_A E \, u \, \rho \, dA = 0 \qquad (4.59)$$

Substituting E in equation (4.59) using equation (4.17), we arrive at:

وبالتعويض من المعادلة (4.17) عن E في المعادلة (4.59) :

$$\int_A \left(U + ½\, u^2 + g\, z + P\, v\right) u\, \rho\, dA = 0 \qquad (4.60)$$

or

أو أن

$$\int_{A1}^{A2} (U + g\, z + P\, v)\; u\, \rho\, dA + \int_{A1}^{A2} ½\, u^3\, \rho\, dA = 0 \qquad (4.61)$$

If we assume the values v, ρ, P, z and U to be constant across any section in the control volume, then we can integrate the left hand side term through sections (1) and (2). Substituting for $(\int_A u\, dA)$ in the above equation by the average velocity ($\bar{u}$ x A) according to equation (4.57) will give

ولو اعتبرنا المقادير (v, ρ, P, z, U) ثابتة في أي مقطع في حجم التحكم فيمكن مكاملة الحد الأيسر بين المقطعين (1) و (2) . وبالتعويض عن المقدار ($\int_A u\, dA$) بمتوسط السرعة ($\bar{u}$ x A) كما ورد في المعادلة (4.57) , سنحصل على

$$\int_{A1}^{A2} (U + g\, z + P\, v)\, u\, \rho\, dA = (U_2 + g\, z_2 + P_2\, v_2)\, \bar{u}_2\, \rho_2\, A_2 - (U_1 + g\, z_1 + P_1\, v_1)\, \bar{u}_1\, \rho_1\, A_1 \qquad (4.62)$$

In order to integrate the right hand side term of equation (4.61), we need to apply the concept of the ***average quantity*** across the section area. The average of any quantity, which may change across the section area, will be denoted y and defined in a manner similar to that of the average velocity given in equation (4.57). That is:

ولمكاملة الحد الآخر للمعادلة (4.61) نستخدم فكرة ايجاد ***متوسط الكمية*** عبر المساحة . فكما عرفنا متوسط السرعة عبر مساحة المقطع بالمعادلة (4.57) يمكن تعميم هذا التعريف لأي كمية y قد تتغير عبر المقطع, أي :

$$\bar{y} = \frac{1}{A} \int_A y\, dA \qquad (4.63)$$

In equation (4.61), we have

وفي المعادلة (4.61) لدينا التكامل

$$\int_{A1}^{A2} ½\, u^3\, \rho\, dA$$

Considering y to be u^3 and $\bar{y}$ to be $\overline{u^3}$ then we can apply equation (4.63) to u^3 and write:

وعلى أن y يساوي u^3 و $\bar{y}$ يساوي $\overline{u^3}$ نستطيع تطبيق المعادلة (4.63) على مكعب السرعة u^3 لنحصل على :

$$\overline{u^3} = \frac{1}{A}\int_A u^3\, dA$$

or

أو ان

$$\int_A u^3\, dA = \overline{u^3}A \qquad (4.64)$$

By substituting equation (4.64) into equation (4.61), we can then integrate the right hand side term as follows

وبتعويض المعادلة (4.64) في المعادلة (4.61) يمكننا مكاملة الحد الأيمن كالآتي

$$\int_{A1}^{A2} ½\, \rho\, u^3\, dA = ½\, \rho_2\, (\overline{u^3})_2\, A_2 - ½\, \rho_1\, (\overline{u^3})_1\, A_1 \qquad (4.65)$$

We now define the ***correction factor*** α by the following equation

الان نعرف ***معامل التصحيح*** α بالمعادلة الآتية

$$\alpha = \frac{(\bar{u})^3}{\overline{u^3}} \qquad (4.66)$$

then we substitute in equation (4.65)

ثم نعوض في المعادلة (4.65)

$$\int_{A1}^{A2} ½\, \rho\, u^3\, dA = \rho_2\, [(\bar{u}_2)^3/2\alpha]\, A_2 - \rho_1\, [(\bar{u}_1)^3/2\alpha]\, A_1 \qquad (4.67)$$

Substituting the integrals of equations (4.62) and (4.67) into equation (4.61), we obtain:

و بالتعويض عن قيم التكاملين من المعادلتين (4.62) و (4.67) في المعادلة (4.61) نحصل على :

$$[(U_2 + g\,z_2 + P_2\,v_2)\,\bar{u}_2\,\rho_2\,A_2 - (U_1 + g\,z_1 + P_1\,v_1)\,\bar{u}_1\,\rho_1\,A_1]$$

$$+ \rho_2\,[(\bar{u}_2)^3/2\alpha]\;A_2 - \rho_1\,[(\bar{u}_1)^3/2\alpha]\;A_1 = 0 \qquad (4.68)$$

At steady state, equation (4.55) gives

في حالة الأستقرار تعطينا معادلة حفظ الكتلة (4.55) الآتي

$$\bar{u}_1\,\rho_1\,A_1 = \bar{u}_2\,\rho_2\,A_2$$

Thus we can cancel ($\bar{u}_1\,\rho_1\,A_1$) and ($\bar{u}_2\,\rho_2\,A_2$) in equation (4.68) to write

اذن يمكن اختزال ($\bar{u}_1\,\rho_1\,A_1$) و ($\bar{u}_2\,\rho_2\,A_2$) من المعادلة (4.68) التي ستختصر إلى

$$(U_2 - U_1) + (g\,z_2 - g\,z_1) + (P_2\,v_2 - P_2\,v_2) + [(\bar{u}_2{}^2/2\alpha) - (\bar{u}_1{}^2/2\alpha)] = 0$$

أو بصيغة أخرى :

or in another form:

$$\Delta U + g\,\Delta z + \Delta\,(P\,v) + \Delta\left(\frac{\bar{u}^2}{2\alpha}\right) = 0 \qquad (4.69)$$

Equation (4.69) shows that for steady state condition, the net energy is equal to zero. In other words, the total energy transferred into the system equals to the total energy out. However, some fluid flow systems may involve heat transfer from the surrounding q, and external work done known as ***shaft work*** W_s; in this case the equation (4.69) is generally written as follows

تعني المعادلة (4.69) أن صافي الطاقة يساوي صفراً في حالة الأستقرار , أو أن مجموع الطاقات الداخلة المنظومة يساوي مجموع الطاقات الخارجة منها , وهذا هو مبدأ موازنة الطاقة. ولكن قد يحدث في بعض المنظومات الجريان امتصاص طاقة حرارية من المحيط رمزها q , وانجاز شغل خارج حدود المنظومة, الذي يسمى ***شغل عمود الادارة*** رمزه W_s , لذا تكتب المعادلة (4.69) بصيغة شاملة كالآتي

$$\Delta U + g\,\Delta z + \Delta\,(P\,v) + \Delta\left(\frac{\bar{u}^2}{2\alpha}\right) = q - W_s \qquad (4.70)$$

For example, the energy equation can be applied to the system illustrated in fig. 4.7. The system consists of a ***turbine***, a ***boiler*** and connecting pipes as shown in the diagram. The flow of the fluid in this system is considered steady.

فمثلا يمكن تطبيق معادلة الطاقة على المنظومة المبينة في الشكل 4.7 التي تتكون من ***توربين*** و***سخان*** اضافة الى الانابيب المبينة في الشكل , حيث يعد جريان المائع فيها جرياناً مستقراً .

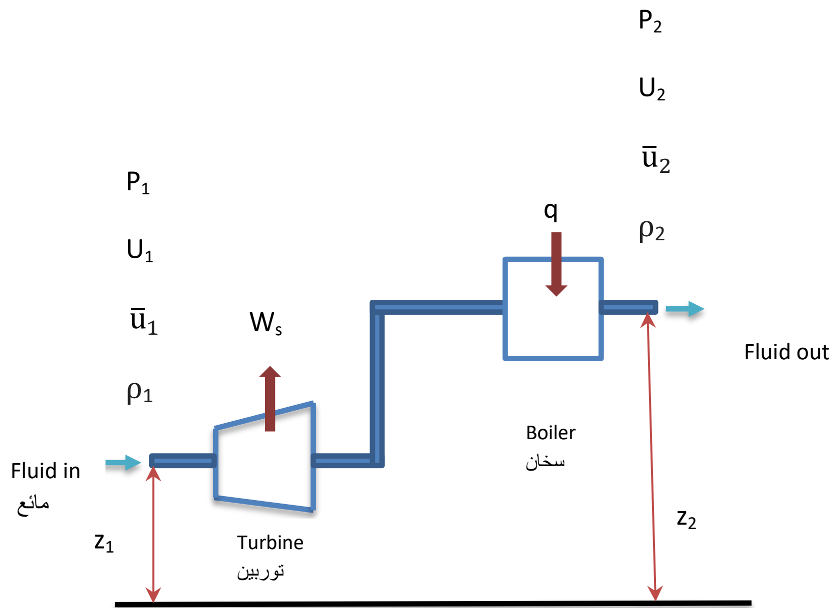


Fig 4.7 Steady state flow system

الشكل 4.7 منظومة جريان في حالة الاستقرار

Sometimes, it is required to solve problems that don't include the internal energy U, then equation (4.70) is modified to include the Enthalpy H, where:

وفي أكثر الاحوال يتطلب حل المسألة استخدام معادلة لا تشمل الطاقة الداخلية, لذا يعوض عن U في المعادلة (4.70) بدلالة الانثالبي H . حيث :

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(P\,v) \qquad \text{(Eqn. 4.21)}$$

$$\therefore \quad \Delta H + g\,\Delta z + \Delta\left(\frac{\bar{u}^2}{2\alpha}\right) - q + W_s = 0 \qquad (4.71)$$

For infinitesimal changes we can write the energy equation as:

وعند حدوث تغيرات متناهية الصغر في المنظومة تكتب معادلة الطاقة بالصيغة :

$$dH + g\ dz + d(\frac{\bar{u}^2}{2\alpha}) - \delta q + \delta W_s = 0$$

or

أو

$$dH + g\ dz + \frac{\bar{u}}{\alpha}\ d\bar{u} - \delta q + \delta W_s = 0 \qquad (4.72)$$

We make use of equation (4.28 A) to substitute for dH by the ***friction losses*** δL_f:

وباستخدام المعادلة (4.28 A) نعوض عن dH بدلالة ***خسائر الاحتكاك*** δL_f :

$$dH = \delta q + \delta L_f + v\ dP \qquad \text{(Eqn. 4.28 A)}$$

$$\delta q + \delta L_f + v\ dP + g\ dz + \frac{\bar{u}}{\alpha}\ d\bar{u} - \delta q + \delta W_s = 0$$

$$\frac{\bar{u}}{\alpha}\ d\bar{u} + g\ dz + v\ dP + \delta W_s + \delta L_f = 0 \qquad (4.73)$$

The above formula is the general form of the energy equation which can be integrated as follows:

وهذه هي الصيغة العامة لمعادلة الطاقة التي يمكن مكاملتها على النحو الآتي :

$$\frac{\Delta\ \bar{u}^2}{2\alpha} + g\ \Delta z + \int_1^2 v\ dP + W_s + L_f = 0 \qquad (4.74)$$

The value of α is determined by the type of flow or the ***flow regime***; hence, for a ***streamline*** or ***laminar flow*** the value will be (α = 0.5) and for a ***turbulent flow*** (α = 1). The full definition of laminar and turbulent flow will be covered in the next chapter. The integration of equation (4.74) depends on whether the fluid is compressible or incompressible. For compressible fluids, it is imperative to have a relationship between the pressure P and the specific volume v. For example, if the pressure changes occur at constant temperature then the relationship is (P .v = C). However, for incompressible fluids, v is always constant and the integration will be as follows

وتعتمد قيمة α على نوع او ***نمط الجريان*** , فاذا كان ***الجريان انسيابياً*** نتخذ قيمتها (α = 0.5) , واذا كان ***الجريان اضطرابياً*** فان (α = 1) . وسيأتي تعريف الجريان الانسيابي و الاضطرابي في الفصل القادم . يعتمد انجاز التكامل في المعادلة (4.74) على كون المائع انضغاطياً أو غير انضغاطي , ففي الحالة الأولى يقتضي وجود علاقة بين الضغط P والحجم النوعي v يحددها نوع عملية تغير الضغط , فمثلاً اذا تغير الضغط بثبوت درجة الحرارة فالعلاقة هي: (P . v = C) أما اذا كان الجريان غير انضغاطي فان v ثابت المقدار في جميع حالات الجريان ويصبح التكامل

$$\int_1^2 v\, dP = v\,(P_2 - P_1)$$

4.9 Bernoulli Equation

4.9 معادلة برنولي

For a frictionless flow system that does not involve work, the energy equation will be reduced to the Bernoulli equation. Equation (4.74) will therefore become

تختصر معادلة الطاقة إلى معادلة برنولي باهمال الاحتكاك الناجم عن جريان المائع في المنظومة التي لا تنجز شغلاً . فتختزل المعادلة (4.74) إلى

$$\frac{\Delta\,\bar{u}^2}{2\alpha} + g\,\Delta z + \int_1^2 v\, dP = 0 \qquad (4.75)$$

For an incompressible fluid, such as liquid, we have

وباعتبار المائع مائعاً غير انضغاطي , كالسائل مثلاً فأن

$$\frac{\Delta\,\bar{u}^2}{2\alpha} + g\,\Delta z + v\,\Delta P = 0$$

The specific volume is normally defined as ($\rho = 1/v$); substituting in the above equation

والمعروف ان الحجم النوعي v معرف بالمعادلة ($\rho = 1/v$) , وبالتعويض نحصل على

$$\frac{\bar{u}_2^{\,2}}{2\alpha} + g\,z_2 + \frac{P_2}{\rho} = \frac{\bar{u}_1^{\,2}}{2\alpha} + g\,z_1 + \frac{P_1}{\rho} \qquad (4.76)$$

Equation (4.76) is known as ***Bernoulli equation***; the units of each term are J/kg. It is applied to flow systems based on the following assumptions

a- Single phase fluid
b- Incompressible fluid
c- One dimensional flow
d- No external work done

وتدعى المعادلة (4.76) ***معادلة برنولي*** , وحدات كل حد بها J/kg وتنطبق على منظومة الجريان اذا افترض

أ- مائع احادي الطور
ب- مائع غير انضغاطي
ت- جريان ببعد واحد
ث- جريان بدون احتكاك
ج- لاتنجز منظومة الجريان شغلاً خارجياً .

Sometimes, dividing equation (4.76) by g will provide another form of the Bernoulli equation, which is:

واحياناً نكتب معادلة برنولي بصيغة أخرى و ذلك بتقسيم المعادلة (4.76) على g حيث ينتج :

$$\frac{\bar{u}_2^{\,2}}{2\alpha g} + z_2 + \frac{P_2}{\rho g} = \frac{\bar{u}_1^{\,2}}{2\alpha g} + z_1 + \frac{P_1}{\rho g} \qquad (4.77)$$

It is evident that each term of equation (4.77) has the meter (m) as the unit of length. The term ($\frac{\Delta\,\bar{u}^2}{2\alpha g}$) is known as the ***kinetic energy head***, that is to say the height of the fluid column equivalent to the kinetic energy. The term with z only is called the ***potential head***, meaning the height equivalent to the potential energy. The term ($\frac{P}{\rho g}$) is the ***pressure head***, which is the fluid height equivalent to the pressure energy.

ويلاحظ في المعادلة (4.77) ان وحدات كل حد هي المتر (m) أي وحدات الطول . يسمى ($\frac{\Delta\,\bar{u}^2}{2\alpha g}$) ***عمود الطاقة الحركية*** ويقصد به ارتفاع عمود المائع الذي يكافئ مقدار الطاقة الحركية. ويسمى z ***عمود الوضع*** وهو الارتفاع المكافئ للطاقة الكامنة , كما يسمى ($\frac{P}{\rho g}$) ***عمود الضغط*** , وهو ارتفاع عمود المائع المكافئ لطاقة الضغط .

The ***total equivalent head*** or ***total head*** is given by $(\frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha g} + z + \frac{P}{\rho g})$. Examples involving the application of Bernoulli and energy equations will be covered later in this chapter.

ويدعى $(\frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha g} + z + \frac{P}{\rho g})$ ***العمود المكافئ الكلي*** او ***العمود الكلي*** فقط . وسنوضح تطبيقات معادلة الطاقة ومعادلة برنولي في الامثلة التي سنذكرها فيما بعد .

4.10 Momentum of Flow

4.10 الزخم وجريان المائع

Momentum is a vector quantity defined as the product of the velocity vector by the mass of the fluid (m.u) having the units kg m/s. The value of the momentum of a moving fluid changes as the value of velocity or its direction changes. ***Newton's second law*** states *"Force equals to mass multiplied by acceleration'* or *"The resultant force acting in a flow system is equal to the rate of change of momentum"* That is:

الزخم كمية متجهة تساوي حاصل ضرب متجه السرعة بكتلة المائع الجاري أي (m.u) , وحداته هي kg m/s . ويحمل المائع الجاري زخماً يتغير مقداره تبعاً لاي تغير يحصل في مقدار أو اتجاه سرعة الجريان. وينص ***قانون نيوتن الثاني*** على أن *"القوة تساوي الكتلة مضروبة بالتعجيل"*, أو بصيغة أخرى ان *" مجمل القوى المؤثرة في منظومة الجريان تساوي المعدل الزمني لتغير الزخم"* أي ان :

$$\Sigma F = \frac{d}{dt}(m.u) \qquad (4.78)$$

The ***conservation of momentum equation***, for the control volume, can be stated as follows:

و يمكن ان نكتب نص ***معادلة حفظ الزخم*** لحجم التحكم كالآتي:

[The resultant force acting on the control volume] = [the rate of change of momentum out] - the rate of change of momentum in] + [the rate of change of momentum remaining inside the control volume]

[مجمل القوى المؤثرة في حجم التحكم] = [معدل تغير الزخم الخارج من الحجم] - [معدل تغير الزخم الداخل إلى الحجم] + [معدل تغير الزخم المتبقي في حجم التحكم]

By comparing the above definition to the conservation of mass equation, we can note that the momentum value will remain unchanged unless external forces act on the control volume.

وعندما نقارن هذا التعريف مع معادلة حفظ الكتلة يتضح ان الزخم يبقى او يحتفظ بمقداره في حالة عدم وجود القوى الخارجية المؤثرة في حجم التحكم .

The ***resultant force*** is given by ΣF. The other terms of the momentum conservation equation can be obtained by substituting for the quantity ψ, in equation (4.52), by the quantity (momentum/mass) that is (m.u/m) which is reduced to the velocity u. Thus the momentum equation will be:

الآن لدينا ***مجمل القوى*** المؤثرة هي ΣF , وسنحصل على الطرف الاخر من معادلة حفظ الزخم بالتعويض عن الكمية ψ في المعادلة (4.52) بالكمية (الزخم/الكتلة) أي (m.u/m) أو السرعة u فقط , وهكذا تصبح معادلة الزخم :

$$\Sigma F = \frac{\partial}{\partial t}\int_{x1}^{x2}\int_A u\,\rho\, dA\, dx + \int_A u^2\,\rho\, dA \qquad (4.79)$$

We assumed that the velocity u, in the flow direction, is perpendicular to the cross section area, thus equation (4.79) applies to ***one dimensional flow*** only. We will now apply the momentum equation, for one dimensional steady flow, to a section of flow in a channel, as shown in Fig 4.8.

وقد افترضنا السرعة u عمودية على مساحة المقطع باتجاه الجريان , أي تطبق المعادلة (4.79) على ***الجريان ببعد واحد*** فقط . والان نطبق معادلة الزخم على جزء من قناة كما هو مبين في الشكل 4.8 , حيث يعد الجريان مستقرا وببعد واحد فقط .

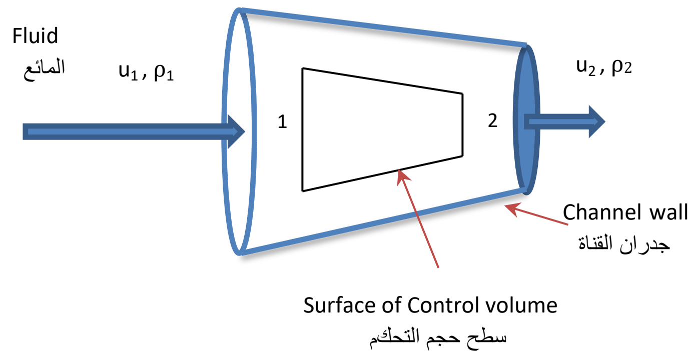


Fig 4.8 Control volume within a flow channel

الشكل 4.8 حجم التحكم لجريان مائع في قناة الجريان

The resultant force ΣF_x in the x direction is obtained by adding all forces acting on the control volume. It is therefore equal to the pressure force F_{xp} acting on the control volume, plus the shear force F_{xs} due to friction between the canal wall and the surface of the control volume,

أن مجمل القوى ΣF_x باتجاه الجريان يساوي قوة الضغط F_{xp} المؤثرة في حجم التحكم باتجاه الجريان , زائداً قوة القص F_{xs} الناجمة عن الاحتكاك بين جدران القناة وسطح التحكم ,

plus the component of the gravity force in the x direction F_{xg}, plus the component of the net external force acting on the control volume in the x direction F_{xr}. This is, of course, when the control volume is enclosed by a solid wall such as a fluid moving inside a small section of a pipe.

زائداً مركبة قوة الجاذبية على جسيم المائع بالاتجاة x وهي F_{xg} زائداً القوة F_{xr} , وهي مركبة صافي القوة الخارجية المؤثرة في حجم التحكم بالاتجاه x وذلك حين يشمل حجم التحكم جدراناً صلبة مثلاً جزء صغير من انبوب يجري فيه المائع. أي أن :

$$\Sigma F_x = F_{xp} + F_{xs} + F_{xg} + F_{xr} \qquad (4.80)$$

For steady flow, we have

ولما كان الجريان مستقراً لذا

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x1}^{x2} \int_A u \, \rho \, dA \, dx = 0$$

Therefore, the momentum equation will be:

وتصبح معادلة الزخم :

$$F_{xp} + F_{xs} + F_{xg} + F_{xr} = \int_A u^2 \rho \, dA$$

$$\therefore \; F_{xp} + F_{xs} + F_{xg} + F_{xr} = \int_{A_2} u_2^2 \rho_2 \, dA - \int_{A_1} u_1^2 \rho_1 \, dA \qquad (4.81)$$

Applying equation (4.63) to u^2 which is changing in value across the section:

وبتطبيق (4.63) على u^2 التي تتغير عبر مساحة المقطع :

$$\overline{u^2} = \frac{1}{A} \int_A u^2 \, dA \qquad (4.82)$$

Then we substitute for the integral $(\int_A u^2 \, dA)$ given in equation (4.82) into equation (4.81) to obtain:

ثم نعوض في المعادلة (4.81) عن التكامل $(\int_A u^2 \, dA)$ من المعادلة (4.82) فنحصل على :

$$\Sigma F_x = \overline{u_2^2} \, \rho_2 \, A_2 - \overline{u_1^2} \, \rho_1 \, A_1 \qquad (4.83)$$

We also write equation (4.83) in terms of the mass flow rate G

و كذلك نعوض في المعادلة (4.83) بدلالة معدل الجريان الكتلي G

$$G = \rho_1 \, A_1 \, \overline{u}_1 = \rho_2 \, A_2 \, \overline{u}_2$$

thus

أي أن

$$\Sigma F_x = G \, \frac{\overline{u_2^2}}{\overline{u}_2} = G \, \frac{\overline{u_1^2}}{\overline{u}_1} \qquad (4.84)$$

Substituting $(\frac{\overline{u^2}}{\overline{u}})$ by $(\frac{\overline{u}}{\beta})$, where β is the correction factor, taking the value $\frac{3}{4}$ for laminar flow and about 1 for turbulent flow. The symbol $\overline{u}$ denotes the ***average velocity***. The momentum equation for one dimensional steady flow will therefore be:

وبالتعويض عن المقدار $(\frac{\overline{u^2}}{\overline{u}})$ بالمقدار $(\frac{\overline{u}}{\beta})$ حيث β هو معامل تصحيح الزخم مقداره $\frac{3}{4}$ للجريان الانسيابي في الانبوب وزهاء الواحد للجريان الاضطرابي , و أن $\overline{u}$ هي ***متوسط سرعة الجريان*** , تصبح معادلة الزخم للجريان المستقر ببعد واحد :

$$\Sigma F_x = \frac{G}{\beta} \, (\overline{u}_2 - \overline{u}_1) \qquad (4.85)$$

4.11 Euler Equation – Bernoulli equation based on Euler equation

We can derive the Bernoulli equation by considering changes in momentum and assuming:

- no external work done

- one dimensional flow

- uniform flow across the section of the flow channel, therefore (α =1) and (β =1)

- ***inviscid flow***, thus ignoring shear forces due to friction

Let us consider now a small element of a ***stream tube*** having length dx and cross section area dA at point (1) which increases to

$(dA + \frac{d(dA)}{dx} dx)$ at point (2), as illustrated in Fig 4.9.

4.11 معادلـة أيـولر – اشـتقاق معادلـة برنـولي علـى أساس معادلة الزخم

يمكـن اشـتقاق معادلـة برنـولي علـى اسـاس تغيـرات الـزخم بافتراض ان :

- المنظومة لا تنجز شغلاً

- ان الجريان ببعد واحد

- جريان منتظم عبر المقطع العرضي للمجرى أي أن (α =1) و (β =1)

- ***جريـان بـدون احتكـاك*** , أي تهمـل قـوى القـص الناجمـة عن الاحتكاك

والان نتخـذ جسـيماً مـن ***انبوبـة انسـياب*** طولـه dx ومسـاحة مقطعه dA في النقطة (1) التي تزداد إلى $(dA + \frac{d(dA)}{dx} dx)$ في النقطة (2) كما هو مبين في الشكل 4.9.

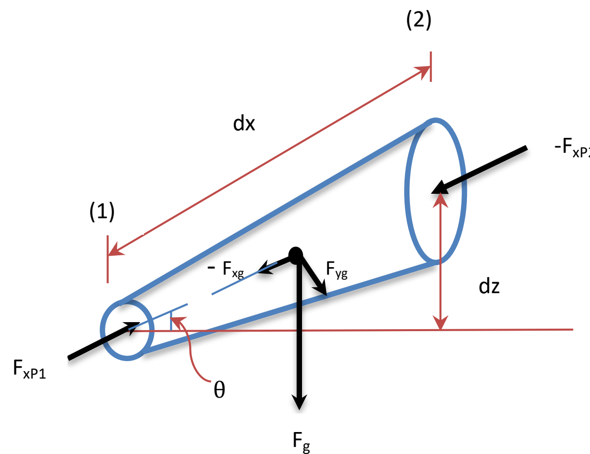


Fig 4.9 Forces acting on an element

الشكل 4.9 القوى المؤثرة في جسيم المائع

We apply the momentum equation to the stream tube:

نطبق معادلة الزخم على أنبوبة الأنسياب :

$$\Sigma F_x = \frac{G}{\beta}(\overline{u}_2 - \overline{u}_1) \qquad \text{(Eqn. 4.85)}$$

$$\Sigma F_x = F_{xp} + F_{xs} + F_{xg} + F_{xr} \qquad \text{(Eqn. 4.80)}$$

We assume that the flow is ***inviscid*** and therefore we can ignore the shear forces, to write

نهمل قوى القص باعتبار الجريان ***خالياً من الاحتكاك***, اي

$$F_{xs} = 0$$

We have a pressure force acting on the element F_{xP1} and one acting in the opposite direction $-F_{xP2}$

ولدينا قوة ضغط تؤثر في الجسيم هي (F_{xP1}) وقوة تعاكسها بالاتجاه ($-F_{xp2}$)

The ***net pressure force*** will be:

الآن ***صافي قوة الضغط*** هو :

$$F_{xP} = F_{xP1} - F_{xp2}$$

The pressure force at (1):

قوة الضغط في النقطة (1) :

$$F_{xp1} = P \cdot dA$$

and the pressure force at (2)

وقوة الضغط في النقطة (2) :

$$F_{xP2} = \left(P + \frac{dP}{dx}dx\right)\left(dA + \frac{d(dA)}{dx}dx\right) \qquad (4.86)$$

$$\therefore F_{xP} = P \cdot dA - \left[\left(P + \frac{dP}{dx}dx\right)\left(dA + \frac{d(dA)}{dx}dx\right)\right] \qquad (4.87)$$

$$F_g = m.g = \rho\, V\, g$$

$$F_g = g\, \rho\, (dA + \frac{1}{2}\, \frac{d(dA)}{dx}\, dx)\, dx$$

مساحة الجسيم في المنتصف   طول الجسيم

Mid-element area   Element length

$$- F_{xg} = - F_g \sin\theta \quad , \qquad \sin\theta = \frac{dz}{dx}$$

$$\therefore - F_{xg} = - g\, \rho\, dx\, (\, dA + \frac{1}{2}\, \frac{d(dA)}{dx}\, dx\,)\, \frac{dz}{dx} \qquad (4.88)$$

In addition to the pressure forces acting on the ends of the control volume, there is a force arising from the ***mean pressure*** P_m of the fluid acting on the sides. This force has a component (F_x P_m) in the flow direction, which is given by:

اضافة إلى قوى الضغط المؤثرة في نهايتي حجم التحكم هنالك القوة الناجمة عن ***متوسط الضغط*** P_m التي يؤثر بها المائع في جوانب حجم التحكم والتي لها مركبة باتجاه الجريان هي (F_x P_m) , مقدارها :

$$F_x\, P_m = (P + \frac{1}{2}\, \frac{dP}{dx}\, dx)\, (\frac{d(dA)}{dx}\, dx) \qquad (4.89)$$

In this situation, we have (F_{xr} =0) because the control volume is not enclosed by a solid boundary.

وهنا (F_{xr} = 0) لان حجم التحكم لايشمل تخم صلب يحيط بالمائع .

Summing up all forces:

و بجمع القوى نحصل على :

$$\Sigma F_x = P\,dA - \left[\left(P + \frac{1}{2}\frac{dP}{dx}dx\right)\left(dA + \frac{d(dA)}{dx}dx\right)\right] - g\,\rho\,dx\left(dA + \frac{1}{2}\frac{d(dA)}{dx}dx\right)\frac{dz}{dx}$$
$$+ \left(P + \frac{1}{2}\frac{dP}{dx}dx\right)\left(\frac{d(dA)}{dx}dx\right) \qquad (4.90)$$

Assuming $\left(\frac{d(dA)}{dx}\right)$ is small and therefore its value approaches zero, equation (4.90) will be reduced to

وعلى أن المقدار $\left(\frac{d(dA)}{dx}\right)$ صغير و يقترب من الصفر تختصر المعادلة (4.90) إلى

$$\Sigma F_x = -\frac{dP}{dx}\,dA\,dx - g\,\rho\,A\,dx\,\frac{dz}{dx} \qquad (4.91)$$

Considering that (β = 1) then the rate of change of momentum, which is the right hand side of equation (4.85), will be:

وباعتبار (β = 1) سيصبح معدل تغير الزخم , أي الطرف الأيمن للمعادلة (4.85) الآتي :

$$G\,(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)$$

Substituting the mean velocities $\bar{u}_1$ and $\bar{u}_2$ by u_1 and u_2 we obtain

وبالتعويض عن متوسط السرعتين $\bar{u}_1$ و $\bar{u}_2$ بمقدار السرعتين في النقطتين (1) و (2) أي u_1 و u_2 نحصل على

$$G\,(u_2 - u_1)$$

and in terms of area and density we get

وبدلالة المساحة والكثافة

$$G\ (u_2 - u_1) = \rho\ A_2\ u_2 - \rho\ A_1\ u_1$$

$$G\ (u_2 - u_1) = \rho\ (dA + \frac{d(dA)}{dx} dx)\ \ (u + \frac{du}{dx} dx) - \rho\ dA\ u$$

$$G\ (u_2 - u_1) = \rho\ u \frac{du}{dx} dA\ dx$$

The momentum equation becomes:

والآن تصبح معادلة الزخم :

$$(-\frac{dP}{dx} dA\ dx - g\ \rho\ A\ dx\ \ \frac{dz}{dx}) = (\rho\ u \frac{du}{dx} dA\ dx) \qquad (4.92)$$

ΣF_x $\qquad$ $G\ (u_2 - u_1)$

or

أو أن

$$u\ \frac{du}{dx} + \frac{1}{\rho}\ \frac{dP}{dx} + g\ \frac{dz}{dx} = 0 \qquad (4.93)$$

Equation (4.93) is called ***Euler equation***. Integrating the equation for incompressible flow will give:

وتدعى ا لمعادلة (4.93) ***معادلة ايولر*** . و بمكاملتها للجريان غير الانضغاطي نحصل على :

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + g\ z = C \qquad (4.94)$$

Equation (4.94) is in fact Bernoulli's equation, where C is a constant. Applying it to two points within the fluid will give

C هو مقدار ثابت, والمعادلة (4.94) هي في الواقع معادلة برنولي , التي تكتب عند تطبيقها عند نقطتين في المائع بالصيغة الاتية

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} + g\,z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + g\,z_2 \qquad (4.95)$$

Note that applying equation (4.95) across two sections of a flow channel will require introducing the correction factor α to the kinetic energy term.

وتجدر الاشارة إلى أن حد الطاقة الحركية يحتاج إلى تصحيح بادخال المعامل α عند تطبيق المعادلة (4.95) على مقطعين في الجريان بدلاً من نقطتين .

4.12 Application of Continuity, Energy and Momentum Equations

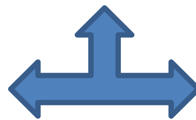
4.12 تطبيق معادلات الاتصال والطاقة والزخم

We will show some practical applications of the three equations in the following examples:

سنوضح عدداً من التطبيقات العملية للمعادلات في الأمثلة الآتية:

Example 4.5 **"application of the continuity equation to branching pipes"**

مثال 4.5 "تطبيق معادلة الاتصال على تفرع الانابيب"



Oil of density 892 kg/m^3 is flowing in a pipe having an internal diameter 5 cm. This pipe is connected to another one with diameter 7.5 cm which branches into two smaller pipes each one having a diameter of 3.75 cm. If the flow rate in the first pipe is 1.388 x 10^{-3} m^3/s, calculate:

a- The mass flow rate in the first pipe and in the branches of the second pipe.
b- The average velocity in the first pipe and in the branches of the second pipe.

يجري نفط خام كثافته 892 kg/m^3 في انبوب قطره الداخلي 5 cm متصل بانبوب اخر قطره 7.5 cm الذي بدوره يتفرع إلى انبوبين قطر كل منها 3.75 cm فاذا كان معدل جريان النفط عند مدخل الانبوب الأول يساوي 1.388 x 10^{-3} m^3/s احسب :

(أ) معدل الجريان الكتلي في الانبوب الأول و في فرعي الانبوب الثاني
(ب) متوسط السرعة في الانبوب الأول وفي فرعي الانبوب الثاني

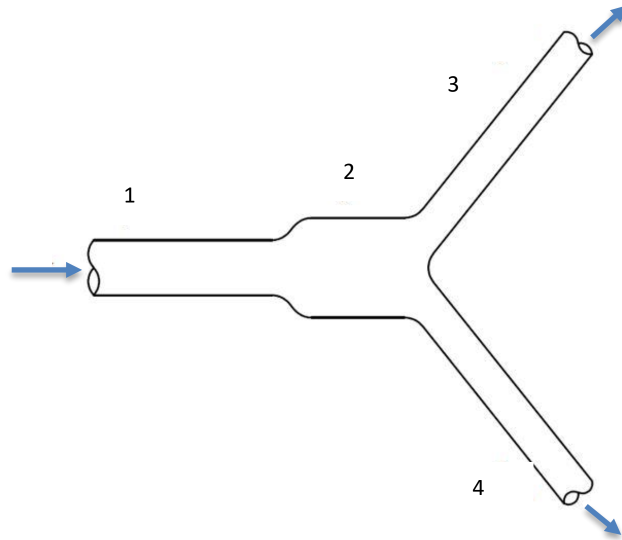


Fig 4.10 الشكل 4.10

Solution الحل

Given: المعلوم:

d_1 = 5 cm = 0.05 m
d_2 = 7.5 cm = 0.075 m
d_3 = 3.75 cm = 0.0375 m
Q = 1.388 x 10^{-3} m^3/s
ρ = 892 kg/m^3

Assumptions الأفتراضات

a- Steady flow
b- One dimensional flow
c- Velocity is constant across the section
d- Single phase fluid - that is constant velocity across the section
e- Incompressible fluid - that is constant density at any point in the system

أ- جريان مستقر
ب- جريان ببعد واحد
ت- السرعة ثابتة عبر مقطع الجريان
ث- مائع احادي الطور, أي لا تتغير كثافته عبر المقطع
ج- مـائع غيـر انضـغاطي – أي ان الكثافـة ثابتـة فـي مختلف نقاط المنظومة

Find المطلوب

$G_1, G_3, \overline{u}_1, \overline{u}_3$

We use equation (4.55) which is:

نستخدم المعادلة (4.55) و هي :

$$u_1 \rho_1 A_1 = u_2 \rho_2 A_2$$

The velocity is constant at any section, thus

ولما كانت السرعة ثابتة عبر أي مقطع في المنظومة اذن

$$u_1 = \bar{u}_1$$

$$u_2 = \bar{u}_2$$

Also

وكذلك أن

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho$$

$$G_1 = u_1 \rho A_1 = Q_1 \rho$$

$$G_1 = 1.388 \text{ x } 10^{-3} \text{ x } 892$$

$$G_1 = \underline{1.238 \text{ kg/s}}$$

Applying the mass conversation principles, we note that:

وبتطبيق مبدأ حفظ الكتلة يتضح أن :

$$G_1 = G_2 = 2\ G_3$$

$$\therefore G_3 = G_1/2 = 1.238/2 = \underline{0.619 \text{ kg/s}}$$

$$\bar{u}_1 = G_1/\rho\ A_1$$

$$A_1 = \pi\ d_1^2/4 = 0.05^2\ \pi/4 = 1.963 \text{ m}^2$$

$$\bar{u}_1 = \frac{1.238 \text{ kg/s}}{892 \text{ x } 1.963 \text{ x } 10^{-3}} = \underline{0.707 \text{ m/s}}$$

$$\bar{u}_3 = \bar{u}_4 = G_3/\rho\ A_3$$

$$A_3 = \pi\ d_3^2/4 = 0.0375^2\ \pi/4 = 1.104 \text{ x } 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\bar{u}_3 = \frac{0.619\ \text{kg/s}}{892 \text{ x } 1.104 \text{ x } 10^{-3}} = \underline{0.628\ \text{m/s}}$$

Exercise

How would the results of calculation have changed if the fluid was water? Repeat the calculations accordingly.

تمرين

كيف ستتغير نتيجة الحل لو كان المائع الجاري ماءا؟ أعد خطوات الحل .

Example 4.6 "Total head in a flow system"

A petroleum fluid, density 870 kg/m^3, is flowing in a pipe having internal diameter of 0.2 m. The pipe runs for a certain distance and then rises 4 m above ground level where it is connected to a second pipe of diameter 0.5 m. The pressure in the first pipe is 1 bar and in the second 0.6 bar. If the flow rate of the fluid is 0.2 m^3/s, calculate the total head loss; neglecting friction and assuming turbulent flow. Also, determine the flow direction in the piping system.

مثال 4.6 "العمود الكلي في منظومة الأنابيب"

يجري سائل نفطي كثافته 870 kg/m^3 في انبوب قطره الداخلي 0.2 m إلى مسافة معينة ثم يعلو على مستوى سطح الأرض 4 m حيث يتصل بانبوب آخر قطره 0.5 m , فاذا كان الضغط في الانبوب الأول 1 bar وفي الأنبوب الثاني 0.6 bar وكان معدل الجريان في المنظومة 0.2 m^3/s , أحسب مقدار الفقدان في العمود الكلي مهملاً الاحتكاك ومفترضاً جرياناً اضطرابياً, ثم عين اتجاه الجريان في منظومة الانابيب.

Solution

الحل

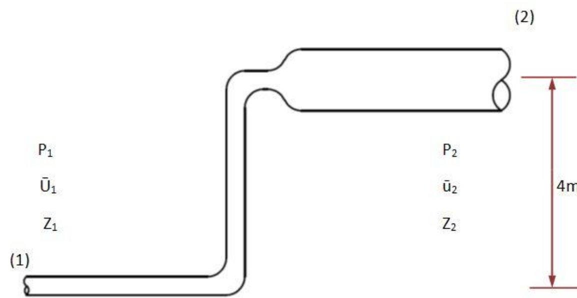


Fig 4.11

الشكل 4.11

المعلوم :

Given:

d_1 = 0.2 m, d_2 = 0.5 m, p_1 = 1 bar, P_2 = 0.6 bar, z_1 = 0.0, z_2 = 4 m,
Q = 0.2 m^3/s, g =9.81 m/s, ρ = 870 kg/m^3

Assumptions

a- Neglect friction in the energy equation
b- No work done in the system
c- Single phase-incompressible fluid (the density is constant)
d- One dimensional-turbulent flow (α =1)

الافتراضات

أ- يهمل الاحتكاك في معادلة الطاقة
ب- لا تنجز المنظومة شغلاً
ت- مائع غير انضغاطي أحادي الطور (الكثافة ثابتة)
ث- جريان اضطرابي ببعد واحد (α = 1)

To determine the total head loss and the direction of flow, we first calculate the total head between (1) and (2). It was mentioned in section 4.9 that the total head is one side of Bernoulli's equation, therefore the total head at (2) will be:

لحساب مقدار الفقدان في العمود المكافئ الكلي وتعيين اتجاه الجريان نحسب العمود الكلي في النقطتين (1) و (2). وقد بينا في البند 4.9 أن العمود الكلي هو أحد طرفي معادلة برنولي , فالعمود الكلي في النقطة (2) هو:

$$\frac{\bar{u}_2{}^2}{2\alpha g} + z_2 + \frac{P_2}{\rho g}$$

We calculate the average velocity:

نحسب متوسط السرعة من :

$\bar{u} = Q/A$

$A_1 = d_1^2\pi/4 = 0.2^2\ \pi/4$

$A_1 = 3.141 \times 10^{-2}\ m^2$

$A_2 = 0.5^2\ \pi/4 = 1.963 \times 10^{-1}\ m^2$

$\bar{u}_1 = 0.2 / (3.141 \times 10^{-2}) = 6.367$ m/s

$\bar{u}_2 = 0.2 / (1.963 \times 10^{-1}) = 1.018$ m/s

We now determine the total head at points (1) and then (2)

الآن نحسب العمود الكلي في النقطة (1) ثم في النقطة (2)

$$\frac{\bar{u}_1{}^2}{2\alpha g} + z_1 + \frac{P_1}{\rho g}$$

Substituting: (1bar = 10^5 N/m^2)

بالتعويض : (1bar = 10^5 N/m^2)

$$\text{Total head (1)} = \left[\frac{6.367}{2 \times 1 \times 9.81} + 0.00 + \frac{1 \times 100000}{870 \times 9.81}\right]$$

= 2.066 + 0.00 + 11.716

= 13.782 m

$$\text{Total head (2)} = \frac{\bar{u}_2^{\ 2}}{2\alpha g} + z_2 + \frac{P_2}{\rho g}$$

$$= \left[\frac{1.018}{2 \times 1 \times 9.81} + 4.0 + \frac{0.6 \times 100000}{870 \times 9.81}\right]$$

= 0.0528 + 4 + 7.030

= 11.082 m

Thus the total head loss will be:

أذن مقدار الفقدان في العمود الكلي هو:

13.782 – 11.082 = <u>2.7 m</u>

The direction of flow:

Since total head (1) is greater than total head (2) therefore the fluid will move from the first pipe to the second.

اتجاه الجريان:

لما كان العمود الكلي في الأنبوب (1) هو الاكبر لذا يندفع السائل في الأنبوب الأول إلى الثاني .

Exercise

What will happen if the first pipe diameter is changed to 0.5 m and the second to 0.2? Repeat the calculations using Excel.

تمرين

ماذا يحصل لو كان قطر الانبوب الاول 0.5 m والثاني 0.2 m؟ أعد الحسابات مستخدما برنامج الاكسل.

Exercise 4.7 **"applying the energy equation to a steam boiler"**

Water enters a ***steam boiler*** at an average velocity of 1.52 m/s and **steam** comes out at

مثال 4.7 "تطبيق معادلة الطاقة على مرجل بخاري"

يدخل الماء في ***مرجل بخاري*** بمتوسط سرعة مقدارها 1.52 m/s , و يخرج ***بخار الماء*** منه

an average velocity of 9.13 m/s. If the outlet steam pipe is 15.2 m higher than the inlet water pipe, determine the amount of heat required to convert every kilogram of water to steam at steady state. Consider the flow in both pipes to be turbulent. The enthalpy of water is 76.697 kJ/kg and the enthalpy of steam is 2771.4 kJ/kg.

بمتوسط سرعة قدرها 9.14 m/s . فاذا كان انبوب بخار الماء أعلى من أنبوب الماء بارتفاع 15.2 m , جد مقدار الحرارة اللازم اضافته لكل كيلو غرام من الماء لتحويله إلى بخار في حالة الاستقرار . علماً أن الجريان في كلا الأنبوبين هو جريان اضطرابي وأن مقدار الانثالبي للماء الداخل 76.697 kJ/kg وللبخار الخارج 2771.4 kJ/kg

Solution

الحل

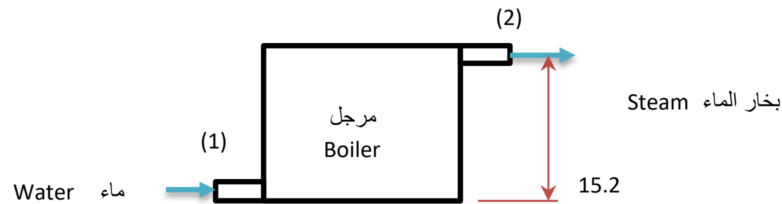


Fig 4.12 **الشكل 4.12**

Given: المعلوم:

$\bar{u}_1$= 1.5 m/s , $\bar{u}_2$= 9.14 m/s

H_1 = 76.97 kJ/kg , H_2 = 2771.4 kJ/kg

z_1 = 0.00 , z_2 = 15.2 m

g = 9.81 m/s

Assumptions

الافتراضات

a- One dimensional-turbulent flow (α =1)
b- No work done in the boiler (W_s = 0)
c- Steady state operation
d- Inviscid flow (friction is negligible)

(أ) جريان اضطرابي ببعد واحد (α =1)
(ب) أن المرجل لا ينجز أي شغل (W_s = 0)
(ت) المنظومة في حالة الاستقرار
(ث) الاحتكاك مهمل

Find:

المطلوب:

The amount of heat transferred q

حساب مقدار الحرارة المنتقلة q

Applying the energy equation (4.71)

نطبق معادلة الطاقة كما وردت في المعادلة (4.71) وهي

$$\Delta H + g\,\Delta z + \Delta\,(\bar{u}^2/2\alpha) - q + W_s = 0$$

The equation is reduced to:

التي تختصر إلى :

$$(H_2 - H_1) + g\,(z_2 - z_1) + (\bar{u}_2{}^2 - \bar{u}_1{}^2)/2 = q$$

$$(2771.4 \times 10^3 - 76.97 \times 10^3) + 9.81\,(15.2 - 0.0) + (9.14^2 - 1.5^2)/2 = q$$

$q = 2694.619 \times 10^3$ J/kg = <u>2694619 kJ/kg.</u>

Comment

Note that the values of the kinetic energy and the potential energy are small compared to the enthalpy and therefore can be ignored.

ملاحظة

لاحظ أن مقدار كل من الطاقة الحركية والكامنة صغير مقارنة بالتغيير بمقدار الأنثالبي لذا يمكن اهماله دون تأثير ملحوظ في الجواب.

Example 4.8 **"applying the energy equation to a pumping system"**

Fig 4.13 illustrates a simple pumping system to pump water having density 998 kg/m^3. Calculate the friction losses assuming steady - turbulent flow. Consider the diameter of the ***suction pipe*** is equal to that of the ***discharge pipe***.

مثال 4.8 "تطبيق معادلة الطاقة على منظومة الضخ"

يبين الشكل 4.13 منظومة ضخ مبسطة لضخ ماء كثافته 998 kg/m^3 . احسب خسائر الاحتكاك مفترضاً جرياناً اضطرابياً مستقراً , علماً أن قطر ***انبوب سحب الماء*** يساوي قطر ***انبوب دفعه*** .

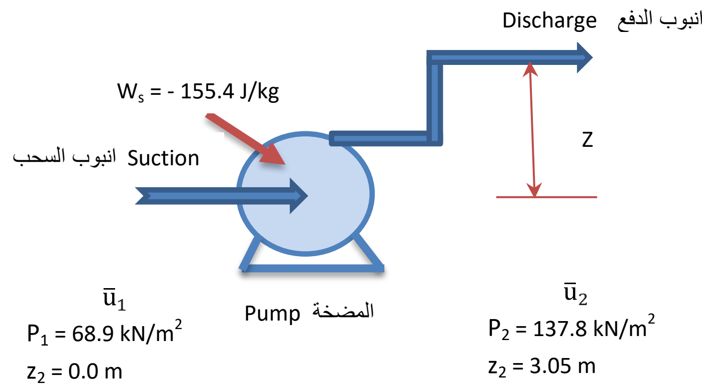


Fig 4.13 **الشكل 4.13**

In addition to the above information we have

اضافة إلى المعلومات المبينة في الشكل 4.13 لدينا

$$\rho = 998 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$d_1 = d_2$$

Assumptions

a- One dimensional incompressible flow
b- Turbulent flow, (α = 1)

الافتراضات

(أ) جريان غير انضغاطي ببعد واحد مستقر
(ب) جريان اضطرابي , أي (α =1)

Find: L_f

المطلوب: حساب L_f

We use equation (4.74) which is:

نستخدم معادلة الطاقة بصيغة المعادلة (4.74) وهي :

$$\frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha} + g\,\Delta z + \int_1^2 v\,dP + W_s + L_f = 0$$

We have

حيث

$$\alpha = 1$$

The fluid is incompressible, hence

ولما كان المائع هنا مائعاً غير انضغاطي لذا

$$\int_1^2 v\,dP = v\,(P_2 - P_1) = (P_2 - P_1)/\rho$$

وهكذا تصبح المعادلة :

The equation becomes:

$$[(\bar{u}_2{}^2 - \bar{u}_1{}^2)/2\,] + g\,(z_2 - z_1) + [(P_2 - P_1)/\rho] + W_s = -L_f$$

$$\therefore L_f = -W_s + [(\bar{u}_1{}^2 - \bar{u}_2{}^2)/2\,] + g\,(z_1 - z_2) + [(P_1 - P_2)/\rho]$$

Since ($d_1 = d_2$), and for steady flow we have ($\bar{u}_1 = \bar{u}_2$), then:

ولما كان ($d_1 = d_2$) والجريان مستقر اي ($\bar{u}_1 = \bar{u}_2$) نحصل على :

$$(\bar{u}_1{}^2 - \bar{u}_2{}^2)/2 = 0.0$$

Work is negative because it is done to operate the pump, and now we can determine L_f by substituting the known quantities

والان نعوض لنحسب قيمة L_f , علماً أن الشغل يحمل علامة الناقص لانه مبذول لتشغيل المضخة وليس منجزاً من قبل المنظومة

L_f = - (-155.4) + 0.0 + 9.81 (0.0 – 3.05) + [(68.9 x 10^3 – 137 x 10^3) / 998]

L_f = 155.4 – 29.92 + 69.038 – 138.076 = 56.442 J/kg

Example 4.9 “applying the momentum equation to a horizontal nozzle”

Water with density 10^3 kg/m^3 is discharged from a horizontal ***nozzle*** to the surroundings at a rate of 0.0315 m^3/s, as illustrated in Fig 4.14. If the larger diameter attached to a pipe is 63.5 mm in diameter and the smaller one is 28.6 mm, calculate the resultant force acting on the nozzle.

مثال 4.9 "تطبيق معادلة الزخم على منفث افقي"

يتدفق ماء كثافته 10^3 kg/m^3 من ***منفث*** أفقي إلى المحيط الجوي بمعدل 0.0315 m^3/s كما هو مبين في الشكل 4.14 , فاذا كان القطر الأكبر المتصل بالأنبوب يبلغ 63.5 mm والقطر الأصغر للمنفث يبلغ 28.6 mm , أحسب مقدار القوة المحصلة التي تؤثر في المنفث .

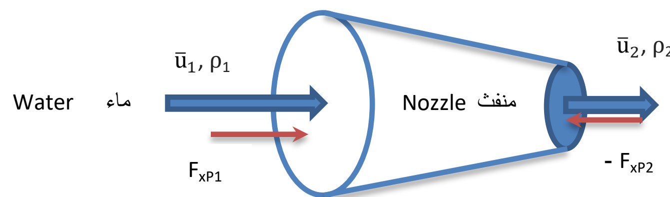


Fig 4.14 **الشكل 4.14**

Given: المعلوم:

d_1 = 0.0635 m
d_2 = 0.0286 m
Q = 0.03154 m^3/s
ρ = 1000 kg/m^3

To determine the resultant force F_{xr} we assume

لحساب القوة المحصلة F_{xr} نفترض ان

a- Inviscid flow (friction is negligible)
b- Steady-turbulent flow
c- One dimensional-incompressible flow
d- The force due to the weight of the fluid in the x direction is negligible

أ- نهمل تأثير الاحتكاك
ب- جريان اضطرابي مستقر
ت- جريان غير انضغاطي ببعد واحد
ث- نهمل قوة ثقل المائع بالاتجاه

لدينا المعادلة (4.85)

Equation (4.85) is

$$\Sigma F_x = \frac{G}{\beta}(\overline{u}_2 - \overline{u}_1)$$

وكذلك المعادلة (4.80)

and equation (4.80)

$$\Sigma F_x = F_{xp} + F_{xs} + F_{xg} + F_{xr}$$

كما أن

also we have

$$\beta = 1, \quad F_{xg} = 0, \quad F_{xs} = 0$$

لذا تختصر المعادلة إلى :

The equation therefore will be reduced to:

$$F_{xP} + F_{xr} = G(\overline{u}_2 - \overline{u}_1)$$

وان قوة الضغط هي:

The force due to pressure is:

$$F_{xP} = F_{xP1} = (-F_{xP2})$$

$$\therefore F_{xP} = P_1 A_1 - P_2 A_2$$

وهنا P_2 هو الضغط الجوي أي يساوي الصفر كضغط نسبي , ونستطيع حساب P_1 باستخدام المعادلة (4.76) التي تختصر إلى :

Where P_2 denotes the atmospheric pressure, which is equal to zero as gauge pressure. We can now calculate P_1 using equation (4.76) which will be reduced to:

$$\frac{\bar{u}_2{}^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} = \frac{\bar{u}_1{}^2}{2} + \frac{P_1}{\rho}$$

$\bar{u}_1 = Q/A_1 = 4Q / \pi d_1^2$

$= 4 \times 0.03154 / \pi\ (0.0635)^2$

$= 9.959$ m/s

$\bar{u}_2 = Q/A_2 = 4 \times 0.03154 / \pi\ (0.0286)^2$

$= 49.095$ m/s

Substituting for the two velocities and density

نعوض بقيم السرعتين والكثافة

$$\frac{(49.095)^2}{2} + \frac{0.0}{1000} = \frac{(9.959)^2}{2} + \frac{P_1}{1000}$$

$P_1 = 1.155$ MN/m^2 (MPa) $= 1.555 \times 10^6$ Pa

$G_1 = G_2 = \rho Q$

$G_1 = 1000 \times 0.03145 = 31.45$ kg/s

We can now estimate F_{xr} from:

الآن نحسب F_{xr} من :

$F_{xP} + F_{xr} = G\ (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)$

$F_{xr} = G\ (\bar{u}_2 - \bar{u}_1) - (P_1 A_1 - P_2 A_2)$

$F_{xr} = 31.54\ (49.095 - 9.959) - [(1.155 \times 10^6) \times (\pi/4) \times (0.0635)^2 - 0.0]$

$F_{xr} = \underline{-2427\ N}$

Comment

ملاحظة

The negative answer indicates that the force acts along the axis opposing the flow direction.

لما كان الجواب يحمل اشارة الناقص لذا نستنتج ان القوة تؤثر في امتداد خط المحور لكن بعكس اتجاه الجريان .

Exercise

Repeat the calculation of the example using Excel and considering a flow rate of 0.0415 m^3/s

تمرين

استخدم برنامج الا كسل لاعادة حل المثال معتبراً معدل الجريان 0.0415 m^3/s

Example 4.10 **"applying the momentum equation to a pipe bend"**

The diameter of a 45^0 pipe-bend decreases from 500 mm at the inlet to 250 mm at the outlet. A petroleum liquid with density 850 kg/m^3 flows through the bend at a rate of 0.45 m^3/s. If the pressure at the inlet is 40 kN/m^2 and at the outlet 23 kN/m^2, calculate the resultant force acting on the horizontal bend and determine its direction.

مثال 4.10 "تطبيق معادلة الزخم على حنية انبوب"

حنية انبوب يتناقص قطر مقطعها من 500 mm عند المدخل إلى 250 mm عند المخرج وينحرف اتجاه الجريان فيها بزاوية قدرها 45^0 , فاذا كان الضغط عند مدخلها 40 kN/m^2 وعند مخرجها 23 kN/m^2 وأن سائلاً نفطيا يجري في الأنبوب كثافته 850 kg/m^3 و بمعدل 0.45 m^3/s احسب مقدار واتجاه القوة المحصلة المؤثرة في الحنية علماً ان الحنية تقع في مستوى أفقي .

Solution

الحل

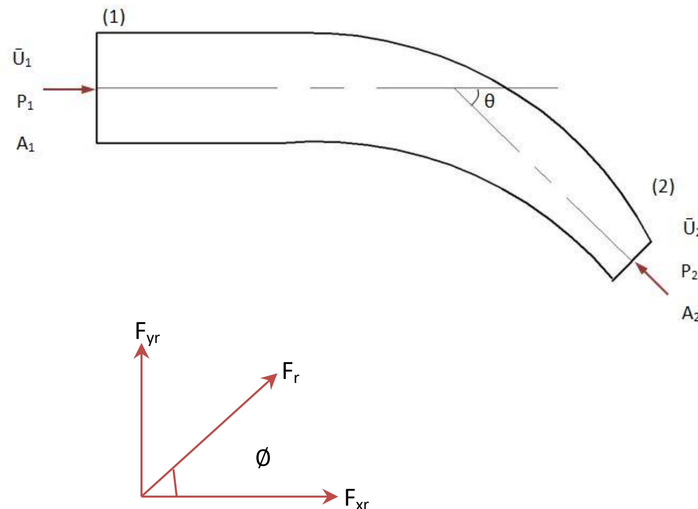


Fig 4.15

الشكل 4.15

Given: المعلوم :

$d_1 = 0.5$ m
$d_2 = 0.25$ m
$\theta = 45^0$
$P_1 = 40 \times 10^3$ N/m^2
$p_2 = 23 \times 10^3$ N/m^2
$Q = 0.45$ m^3/s
$\rho = 850$ kg/m^3

Find: المطلوب :

The resultant force F_r and its direction Ø

ايجاد مقدار القوة المحصلة F_r وتعيين اتجاهها Ø

Assumptions الافتراضات

a- Steady incompressible flow
b- One dimensional turbulent flow
c- Inviscid flow (friction is negligible)
d- Gravity effect is negligible

أ- جريان غير انضغاطي مستقر
ب- جريان اضطرابي ببعد واحد
ت- جريان بدون احتكاك
ث- يهمل تأثير قوة الجاذبية

لدينا معادلة الزخم :

We have the momentum equation:

$$\Sigma F_x = \frac{G}{\beta}(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)$$

وبالاتجاه y

The equation in the y direction will be

$$\Sigma F_y = \frac{G}{\beta}(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)$$

ففي هذه الحالة :

In this case, we have:

$$\Sigma F_x = F_{xr} + F_{xP}$$

$$\Sigma F_y = F_{yr} + F_{yP}$$

Thus in the x direction:

اذن بالاتجاه x :

$$\beta = 1$$

$$F_{xP} + F_{xr} = G\,(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)$$

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 \cos\theta + F_{xr} = G\,(\bar{u}_2 \cos\theta - \bar{u}_1)$$

$$F_{xr} = G\,(\bar{u}_2 \cos\theta - \bar{u}_1) - P_1 A_1 + P_2 A_2 \cos\theta \qquad (A)$$

We will now derive the y direction equation by following similar steps:

وباتباع نفس الخطوات نوجد معادلة للاتجاه الرأسي y :

$$F_{yr} = G\,(\bar{u}_2 \sin\theta - 0.0) - (0.0\,A_1) + P_2 A_2 \sin\theta$$

$$F_{yr} = G\,\bar{u}_2 \sin\theta + P_2 A_2 \sin\theta \qquad (B)$$

Thus the resultant force will be:

وهكذا تصبح القوة المحصلة الآتي:

$$|F_r| = \sqrt{F_{xr}^2 + F_{yr}^2} \qquad (C)$$

and its direction:

واتجاهها:

$$\tan\phi = \frac{F_{yr}}{F_{xr}}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{F_{yr}}{F_{xr}}\right) \qquad (D)$$

By applying equations (A), (B), (C) and (D) we can determine the force and its direction as follows:

وبتطبيق المعادلات (A) و (B) و (D) و (C) سنحسب القوة و اتجاهها على النحو الآتي:

$G = \rho Q = 850 \times 0.45 = 382.5$ kg/s

$A_1 = \pi d_1^2/4 = (\pi/4)\,(0.5)^2 = 19.634 \times 10^{-2}\ m^2$

$A_2 = \pi d_2^2/4 = (\pi/4)\,(0.25)^2 = 4.908 \times 10^{-2}\ m^2$

$\overline{u}_1 = Q/A_1 = 0.45/(19.634 \times 10^{-2}) = 2.291$ m/s

$\overline{u}_2 = Q/A_2 = 0.45/(4.908 \times 10^{-2}) = 9.168$ m/s

Substituting in equation (A)

نعوض في المعادلة (A)

$$F_{xr} = (382.5 \times 9.168 \cos 45) - 2.291 - (40 \times 10^3 \times 19.634 \times 10^{-2}) + (23 \times 10^3 \times 4.8 \times 10^{-2} \cos 45)$$

$$F_{xr} = -\ 5453.345\ N$$

The minus sign indicates that the force is acting in the opposite direction to the flow.

تشير علامة الناقص إلى أن اتجاه تأثير القوة معاكس لاتجاه الجريان .

We now substitute in equation (B)

الان نعوض في المعادلة (B)

$$F_{yr} = (382.5 \times 9.168 \sin 45) + (23 \times 10^3 \times 4.908 \times 10^{-2} \cos 45)$$

$$F_{yr} = 2479.653 + 797.559 = 3277.212\ N$$

Then we calculate the resultant force F_r using the equation (C)

ثم نحسب القوة المحصلة F_r باستخدام المعادلة (C)

$$|F_r| = \sqrt{(5453.653)^2 + (3277.212)^2}$$

$|F_r|$ = 6362.58 N = <u>6.362 kN</u>

The direction of the force can be found using equation (D)

ثم نجد اتجاه القوة باستخدام المعادلة (D)

$$\emptyset = \tan^{-1} \frac{3277.212}{5453.347}$$

$$\emptyset = \underline{31^0}$$

4.13 Symbols

4.13 الرموز

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Constant	--	--	a	ثابت
Area	L^2	m^2	A	المساحة
Constant	--	--	b	ثابت
Constant	--	--	C	ثابت
Specific heat capacity at constant pressure	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$	J/kgK	C_P	السعة الحرارية النوعية بثبوت الضغط
Specific heat capacity at constant volume	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$	J/kgK	C_v	السعة الحرارية النوعية بثبوت الحجم
Pipe diameter	L	m	d	قطر الانبوب
Energy per unit length	L^2T^{-2}	J/kg	E	الطاقة الكلية لوحدة الكتلة
Pressure energy per unit length	L^2T^{-2}	J/kg	E_{Pr}	طاقة الضغط لوحدة الكتلة
Force	MLT^{-2}	N	F	القوة
Force in the x direction	MLT^{-2}	N	F_x	القوة المؤثرة بالاتجاه x
Gravity force in the x direction	MLT^{-2}	N	F_{xg}	قوة الجاذبية بالاتجاه x
Pressure force in the x direction	MLT^{-2}	N	F_{xP}	قوة الضغط بالاتجاه x
Resultant force in the x direction	MLT^{-2}	N	F_{xr}	مركبة القوة المحصلة بالاتجاه x
Shear force in the x direction	MLT^{-2}	N	F_{xs}	قوة القص بالاتجاه x
Force in the y direction	MLT^{-2}	N	F_y	القوة بالاتجاه y
Gravity acceleration	LT^{-2}	m/s^2	g	التعجيل الجاذبي
Mass flow rate	MT^{-1}	kg/s	G	معدل الجريان الكتلي
Enthalpy per unit mass	L^2T^{-2}	J/kg	H	الانثالبي لوحدة الكتلة
Number	--	--	k	رقم
Kinetic energy per unit mass	L^2T^{-2}	J/kg	KE	الطاقة الحركية لوحدة الكتلة
Friction losses	L^2T^{-2}	J/kg	L_f	الطاقة الضائعة بسبب الاحتكاك الكتلة
Mass	M	kg	m	
Molecular weight	--	kg/kmol	M	الوزن الجزيئي
Average molecular weight	--	kg/kmol	$\bar{M}$	متوسط الوزن الجزيئي
Number of moles	M	kmol	n	عدد المولات
Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	(Pa) N/m^2	P	الضغط
Critical pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	P_c	الضغط الحرج
Partial pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	P_i	الضغط الجزئي
Reduced pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	P_R	الضغط المخفض
Potential energy per unit mass	L^2T^{-2}	J/kg	PE	الطاقة الكامنة لوحدة الكتلة
Thermal energy per unit mass	L^2T^{-2}	J/kg	KE	الطاقة الحرارية لوحدة الكتلة
Volumetric flow rate	L^3T^{-1}	m^3/s	Q	معدل الجريان الحجمي
Gas constant	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$	J/kgK	R	ثابت الغاز

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Universal gas constant	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$	J/kmoK	R_0	ثابت الغازات العام
Entropy per unit mass	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$	J/kgK	S	الانتروبي لوحدة الكتلة
Temperature	θ	K	T	درجة الحرارة
Critical Temperature	θ	K	T_c	درجة الحرارة الحرجة
Reduced Temperature	θ	K	T_R	درجة الحرارة المخفضة
Velocity at a point	LT^{-1}	m/s	u	السرعة عند نقطة معينة
Average velocity	LT^{-1}	m/s	$\bar{u}$	متوسط السرعة
Internal energy per unit mass	L^2T^{-2}	J/kg	U	الطاقة الداخلية لوحدة الكتلة
Specific volume	L^3M^{-1}	m^3/kg	v	الحجم النوعي
Volume	L^3	m^3	V	الحجم
Work per unit mass	L^2T^{-2}	J/kg	w	الشغل لوحدة الكتلة
Shaft work	L^2T^{-2}	J/kg	W_s	شغل عمود الادارة
Mol fraction	--	--	y_i	الكسر المولي
A quantity	--	--	y	كمية ما
Height	L	m	z	الارتفاع
Compression factor	--	--	Z	معامل الانضغاطية
Kinetic energy correction factor	--	--	α	معامل تصحيح الطاقة الحركية
Momentum correction factor	--	--	β	معامل تصحيح الزخم
Ratio = C_p/C_v	--	--	γ	نسبا تساوي C_p/C_v
Quantity per unit mass	--	--	ψ	كمية لوحدة الكتلة
Density	ML^{-3}	kg/m^3	ρ	الكثافة
Angle	--	--	θ	زاوية
Angle	--	--	Ø	زاوية
Viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ	اللزوجة

4.14 Problems

$g = 9.81\ m/s^2$

4.14 مسائل

4.1 1kg of a gas is kept under an absolute pressure of 0.11 MPa at 15 ^0C. The gas was compressed to a volume 0.1 m^3. Determine:

The final pressure and temperature, the work done, the change in internal energy and the amount of heat transferred for the following compression processes:

a- Isothermal
b- Adiabatic

4.1 1 كيلوغرام من غاز معين مخزون تحت ضغط مطلق قدره 0.11 MPa ودرجة حرارة قدرها 15 ^0C , ضغط حتى تناقص حجمه إلى 0.1 m^3 , احسب :

مقدار الضغط النهائي ودرجة الحرارة النهائية ومقدار الشغل ومقدار التغير في الطاقة الداخلية ومقدار الحرارة المنتقلة عندما تكون عملية رفع الضغط :

أ- بثبوت درجة الحرارة
ب- خالية من التبادل الحراري (اديباتية)

$C_p = 0.92$ kJ/kgK
$C_v = 0.66$ kJ/kgK

Ans. ج

a- 0.748 MN/m^2, 15 ^0C , w = -143.5 kJ/kg , q = -143.5 kJ/kg , $\Delta U = 0.0$
b- 1.595 MN/m^2 , 341 ^0C , w = -2215 kJ/kg , q = 0.0 , ΔU = 215 kJ/kg

4.2 1.5 kmol of carbon dioxide is mixed with 2.5 kmol of air in a vessel at 1 bar (abs) and 15 ^0C. If the ***volumetric composition*** of air is 79% nitrogen and 21% oxygen, determine the density and molecular weight of the mixture.

Given: molecular weights

4.2 اذا خلط 1.5 kmol من غاز ثاني اوكسيد الكاربون مع 2.5 kmol من الهواء في وعاء بضغط مطلق 1 bar ودرجة حرارة 15 ^0C , وكان الهواء مكوناً من 79 بالمئة نايتروجين و 21 بالمئة اوكسجين , ***كنسب حجمية*** , احسب كتلة الخليط و وزنه الجزيئي .

الأوزان الجزيئية:

N_2 = 28 kg/kmol , O_2 = 32 kg/kmol , CO_2 = 44 kg/kmol

4.3 An incompressible fluid flows at a rate of 0.015 m^3/s through a pipe AB with a diameter of 0.1 m. The pipe branches at B to three smaller pipes. These are: BC-diameter 0.02 m, BD-diameter 0.025 m and BE-diameter 0.05 m. If the flow rate in BC is three times the flow rate in BE, and the average velocity in BD is 4 m/s, calculate the flow rate in the three branches and determine the velocity in AB , BC, and BE.

4.3 مائع غير انضغاطي يجري بمعدل 0.015 m^3/s في انبوب AB قطره 0.1 m , فاذا كان الانبوب متفرعاً عند النقطة B إلى ثلاثة انابيب , هم BC وقطره 0.025 m و BD قطره 0.025 m و BE قطره 0.05 m , وكان معدل الجريان في الانبوب BC يساوي ثلاثة اضعاف معدل الجريان في BE , ومقدار متوسط السرعة في BD يساوي 4 m/s احسب مقدار معدل الجريان في الفروع الثلاثة ثم جد السرعة في AB و BC و BE .

Ans. ج

3.62 x 10^{-3} m^3/s, 1.96 x 10^{-3} m^3/s, 9.66 x 10^{-3} m^3/s

1.66 m/s, 19.92 m/s, 1.91 m/s

4.4 Two liquids enter a closed mixing tank through pipes A and B, and the mixture exits through pipe C. A liquid with density 930 kg/m^3 flows through A, diameter 0.13 m, at a rate of 0.052 m^3/s. Another liquid with density 870 kg/m^3 flows through B, diameter 0.08 m, at a rate of 0.03 m^3/s. If the diameter of C is 0.175 m, determine the mass flow rate, the average velocity and the density of the liquid in pipe C.

4.4 يستخدم خزان مغلق لخلط سائلين يدخلان خلال انبوبين هما A و B ويخرج المزيج خلال الأنبوب C . فاذا كان قطر A مساوياً 0.13 m حيث يجري فيه مائع كثافته 930 kg/m^3 بمعدل 0.052 m^3/s . وكان قطر B مساوياً 0.08 m ويجري فيه مائع اخر كثافته 870 kg/m^3 بمعدل 0.03 m^3/s وكان قطر الانبوب C يساوي 0.175 m . أحسب معدل الجريان الكتلي ومتوسط السرعة وكثافة السائل في الانبوب C .

4.5 ***Steam*** enters a turbine at an average velocity of 16 m/s and enthalpy 2990 kJ/kg. It exits the turbine at a velocity of 37 m/s and enthalpy 2530 kJ/kg. If the heat lost to the surroundings is 25 kJ/kg and the flow rate of steam 90 kg/s, calculate the work done by the turbine.

4.5 يدخل ***بخار الماء*** إلى توربين بمتوسط سرعة قدره 16 m/s و أنثالبي 2990 kJ/kg ويخرج منه بسرعة 37 m/s وانثالبي 2530 kJ/kg فاذا كانت الحرارة المتسربة إلى المحيط 25 kJ/kg وكان معدل جريان البخار 90 kg/s , احسب مقدار الشغل الذي ينجزه التوربين .

Ans. ج

434.434 kJ/kg

4.6 A tank contains liquid at a depth h above a circular opening in its wall. The side opening has a cross section area A. Show that the volumetric flow rate of the liquid discharged from the opening is given by:

4.6 توجد فتحة دائرية مساحة مقطعها A في جدران خزان يحتوي سائلاً بعمق h فوق مركز الفتحة . أثبت أن معدل الجريان الحجمي للسائل المتدفق من الفتحة Q هو :

$$Q = A\sqrt{2\,g\,h}$$

4.7 Water is discharged from an opening in a tank wall. The diameter of the opening is 40 mm and the velocity of the water is 9.4 m/s. If the water height above the opening remains at 1.55 m, estimate the force caused by the discharged water of density is 10^3 kg/m^3.

(Note: apply the control volume concept to the water discharged from the tank)

4.7 يتدفق الماء من فتحة موجودة في جدران خزان قطرها 40 mm وبسرعة قدرها 9.4 m/s فاذا بقي ارتفاع الماء فوق مركز الفتحة 1.55 m احسب مقدار القوة التي يسببها تدفق الماء من الخزان علماً أن كثافة الماء 10^3 kg/m^3 .

(ملاحظة : يستخدم حجم التحكم للماء المتدفق خارج الخزان)

4.8 Water of density 10^3 kg/m^3 is flowing in a 30 m long pipe. The pipe is laid with a slope of 5.739^0; its cross section decreases from a diameter of 0.75m to 0.3m. If the average velocity in the lower smaller end is 4.5 m/s and the pressure in the upper end is 1 bar, calculate the pressure in the lower end. Assume inviscid - turbulent flow.

4.8 يجري ماء كثافته 10^3 kg/m^3 في أنبوب طوله 30 m منحدر بزاوية قدرها 5.739^0 حيث يتناقص مقطع الأنبوب من قطر 0.75 m إلى 0.3 m , فاذا كان مقدار متوسط السرعة في النهاية السفلى 4.5 m/s والضغط في النهاية العليا 1 bar , احسب مقدار الضغط في النهاية السفلى للأنبوب مفترضاً جرياناً اضطرابياً و خالياً من الاحتكاك .

Ans. ج

1.195 bar

4.9 Water of density 10^3 kg/m^3 flows in a pipe having a diameter 0.35 m. The pipe is inclined horizontally at 45^0; if the velocity of the water is 3.1 m/s and the pressure inside the pipe is 1.962 bar, determine the resultant force and find its direction.

4.9 انبوب قطره 0.35 m يجري فيه ماء كثافته 10^3 kg/m^3 بسرعة 3.1 m/s وتحت ضغط 1.962 bar فاذا كان الانبوب منحرفاً افقياً بزاوية 45^0 احسب مقدار و اتجاه القوة المحصلة .

4.10 Oil of density 940 kg/m^3 flows in a pipe having a diameter of 1 m at a rate of 2 m^3/s. If the pressure in the ***elbow*** is constant at 75 kPa, the volume of the elbow is 1.2 m^3 and the weight of the elbow is 4 kN, what will be the value of the forces acting in the three perpendicular directions.

4.10 أنبوب قطره 1 m ينعطف أفقياً بزاوية قدرها 30^0 يجري فيه نفط كثافته 940 kg/m^3 بمعدل 2 m^3/s , فاذا كان الضغط في ***الحنية*** ثابتاً بمقدار 75 kPa وكان حجم الحنية 1.2 m^3 و ثقل معدن الحنية 4 kN فما مقدار القوى المؤثرة بالاتجاهات الثلاثة المتعامدة .

Ans. ج

31.8 kN , 8.53 kN , 15.065 kN

4.11 Short research projects

4.11 مشاريع بحثية قصيرة

Investigate the following topics using the internet and other sources of literature. Write a report on your findings including references

استخدم الانترنت ومصادر اخرى للبحث في الموضوعات التالية ثم أعد تقريرا لكل بحث متضمنا ذكر المصادر المعتمدة

4.11.1 Applications of Bernoulli equation in industry

4.11.1 تطبيقات معادلة برنولي في المصانع

4.11.2 Application of the continuity equation in the design of a drinking water network

4.11.2 تطبيق معادلة الاتصال في تصميم شبكات مياه الشرب

4.11.3 Estimation of energy losses in a pumping unit using Excel

4.11.3 تقويم خسائر الطاقه في منظومة ضخ لسائل نفطي باستخدام اكسل

4.11.4 Using the momentum equation to design compressed air nozzles

4.11.4 تطبيق معادلة الزخم في تصميم منفثات الهواء المضغوط

Fluid Mechanics 2021 **ميكانيك الموائع**

M.Taki Al-Kamil *محمد تقي الكامل*

Chapter 5 الفصل الخامس

Learning objectives of chapter 5

When you complete this chapter you should be able to:

1. Discuss the difference between laminar and turbulent flow
2. Understand the formation of the boundary layer
3. Identify Newtonian and Non-Newtonian flow
4. Estimate friction losses in pipes and fittings
5. Conduct calculations for incompressible flow in a pipe network
6. Compute the energy losses in non-circular conduits
7. Calculate the pressure drop for non-Newtonian fluid flow

اهداف دراسة الفصل الخامس

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

1. مناقشة الفرق بين الجريان الطباقي والجريان الاضطرابي
2. فهم طريقة نشوء الطبقة المتاخمة
3. تشخيص الجريان النيوتوني والجريان غير النيوتوني
4. تقييم خسائر الاحتكاك في الانابيب وفي قطع التركيب
5. اجراء حسابات تخص الجريان غير الانضغاطي في شبكات الانابيب
6. تقدير خسائر الطاقة في القنوات غير الدائرية
7. حساب هبوط الضغط لجريان مائع غير نيوتوني

5.1 Introduction

The study of fluid flow in pipes is an essential topic for the design of industrial plants. In fact, a pipe network is the only means of fluid transport between the industrial units. However, the flow analysis depends on the nature and type of fluid running inside the pipes. Each type of fluid, whether it is a gas, liquid, viscous liquid, or a gas-liquid mixture, will have a specific set of relationships to estimate the ***pressure drop*** inside the pipe. Also, for each type of fluid at a given flow rate, there will be a set of unique equations to determine the diameter of the pipe. Some useful empirical equations, based on ***dimensional analysis***, will also be covered in this chapter. The estimation of pressure drop in a piping system with ***pipe fittings*** included will be another vital topic to be studied. We will also compute the time required to empty a tank full of liquid, as an introduction to ***unsteady flow***. The flow analysis in this chapter will include friction, which was not covered in chapter 4. The compressible flow, or the flow of gases in pipes, will be left out to be considered in chapter 6.

5.1 المقدمة

يمثل الجريان في الأنابيب جانباً مهماً في دراسة وتصميم المصانع , حيث يوجد في كل مصنع شبكة من الأنابيب تنقل الموائع بين المعدات الصناعية . وتعتمد تحليلات الجريان على نوع المائع الجاري الذي قد يكون غازاً او سائلاً أو مائعاً عالي اللزوجة أو خليطاً من غاز وسائل . وتنفرد لكل من هذه الحالات دراسة متخصصة تهدف إلى ايجاد علاقات رياضية يمكن من خلالها تخمين ***هبوط الضغط*** في الأنبوب , أو حساب قطر الانبوب اللازم لنقل مائع معين بمعدل جريان معين . وسنذكر أيضاً بعض العلاقات المفيدة التي توصل اليها العلماء نتيجة تحليل معلومات التجارب المختبرية بطريقة ***التحليل البعدي*** او الطرائق الأخرى . وهناك أمور أخرى تخص الأنابيب مثل تخمين هبوط الضغط في منظومة جريان تشمل صمامات ***وقطع تركيب*** . كما وسنتعرض إلى حساب الزمن اللازم لتفريغ خزان مملوء بالسائل الذي يعد مدخلاً ***للجريان غير المستقر*** , وستشتمل تحليلات هذا الفصل على تأثير الاحتكاك الذي أهمل في مسائل الفصل الرابع . ويتعذر شمول موضوع جريان الغازات هنا لكونه جرياناً انضغاطياً سيأتي بحثه في الفصل السادس .



5.2 Laminar and Turbulent Flow

The nature of flow in a pipe depends on the velocity of the fluid, the pipe diameter and the physical properties of the fluid. The ***flow regime*** is determined by the values of these variables. When the velocity is low, the flow appears to be smooth and calm, moving in layers with no mixing; this is ***laminar*** or ***streamline-flow***. When the velocity is increased, eddies will appear within the stream causing mixing of the fluid elements; this is called ***turbulent flow***.

5.2 الجريان الطباقي والجريان الاضطرابي

تعتمد طبيعة الجريان في الأنابيب على سرعة المائع وعلى خواصه الفيزيائية وقطر الأنبوب , و يتخذ الجريان ***نمطاً*** معيناً حسب قيم هذه المتغيرات , فعندما تكون السرعة منخفضة نحصل على جريان هاديء وكأن المائع متكون من طبقات ينزلق بعضها فوق بعض دون اثارة أضطراب في المائع و يسمى مثل هذا الجريان ***طبقياً*** أو ***جرياناً انسيابياً*** . أما اذا ازدادت السرعة فستظهر دوامات في المائع الجاري مما يؤدي إلى حالة اضطراب حيث تتراوح السرعة في أي لحظة عند أي نقطة في المائع , و يدعى هذا الجريان ***جرياناً اضطرابياً*** .

The flow regime changes can be observed by conducting ***Reynolds***' experiment as shown in Fig 5.1.

و يمكن مشـاهدة نمطـي الجريـان بـاجراء التجربـة التـي قـام بهـا ***العالم رينولدز*** المبينة في الشكل 5.1 .

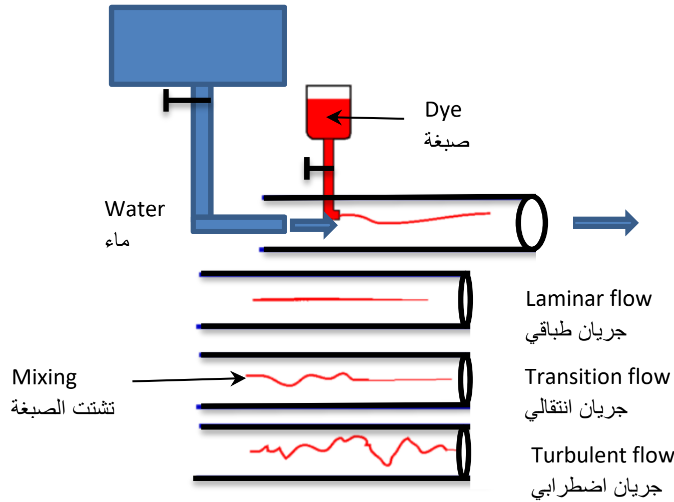


Fig 5.1 Reynolds Experiment

الشكل 5.1 تجربة رينولدز

Water is supplied from a tank through a glass tube. The water flow is regulated by a valve and a dye is injected into the stream. For low flow rates, the dye remains as a well-defined line, indicating laminar flow. As the velocity is increased, the dye starts to get mixed with the water indicating the onset of turbulence. The velocity at which the flow changes from laminar to turbulent is known as the ***critical velocity***. Experiments show that the change in flow regime is determined by the value of a ***non-dimensional group*** known as the ***Reynolds number*** denoted as Re; defined as:

يجهز الماء من خزان إلى الانبوب الزجاجي الذي يمكن التحكم فيـه بواسـطة صـمام مثبـت فـي نهايتـه ويضـاف إليـه قليـل مـن السائل الملون . فاذا كـان الجريـان بطيئـاً سيلاحظ بقاء الصبغة على شكل خيط رفيع دون امتزاجها بالمـاء ممـا يدل على كـون الجريـان انسيابيا , أمـا اذا زيـدت سـرعة الجريـان إلـى حـد معين عـن طريـق الـتحكم بفتحـة الصـمام فسيتشـتت الخـيط الملـون و يمتـزج بالمـاء مشـيراً إلـى نشـوء الاضـطـراب فـي الجريـان . و تسـمى السـرعة التـي يتغيـر عنـدها الجريـان مـن انسـيابي إلـى اضـطرابي ***السـرعة الحرجـة*** . وقـد تبـين مـن الدراسـات ان التحول في نمط الجريان يعتمد على ***مجموعة غير بعدية*** تسمى ***رقم رينولدز*** , يرمز لها Re التي تجمع بين خـواص المـائع و السرعة وقطر الأنبوب بالصيغة :

$$Re = \frac{\rho\, d\, u}{\mu} \qquad (5.1)$$

If the Reynolds number value is less than 2100, then the flow inside a pipe will be ***streamline***. However if the value is greater than 4000, then the flow will be ***turbulent***. For the value between 2100 and 4000, the flow will be changing from streamline to turbulent, and it is called ***transition flow***. Turbulent flow is most common in engineering, and it is particularly important in the field of chemical engineering where it helps to enhance the mixing of flowing fluids. Fig 5.2 illustrates the fluctuations of velocity at a given time, in the x direction and at a specified point of turbulent flow. In the diagram, u' denotes the ***fluctuations*** in velocity around the time-averaged value $\bar{u}_x$. Some variations in velocity may occur in the y and z directions as well.

فاذا كانت قيمة رقم رينولدز أصغر من 2100 سيكون الجريان في الأنبوب ***أنسابياً*** . أما اذا كان رقم رينولدز اكبر من 4000 يصبح الجريان ***اضطرابياً*** . وللقيمة البينة 2100 إلى 4000 يكون الجريان في حالة التحول من انسيابي إلى اضطرابي اي ***جريان انتقالي*** . أن الجريان الاضطرابي هو الأكثر أهمية في مجال الهندسة الكيميائية , حيث يساعد على مزج السوائل الجارية , وكذلك هو الأكثر شيوعاً في المسائل الهندسية . ويوضح الشكل 5.2 تغيرات السرعة u_x في لحظة معينة بالاتجاه x عند نقطة في الجريان الاضطرابي , حيث u' هو مقدار ***التراوح*** حول المعدل الزمني للسرعة $\bar{u}_x$. وقد تحصل تقلبات أو تراوح في السرعة بالأتجاهين y و z أيضاً.

$$u_x = \bar{u}_x + u' \qquad (5.1A)$$

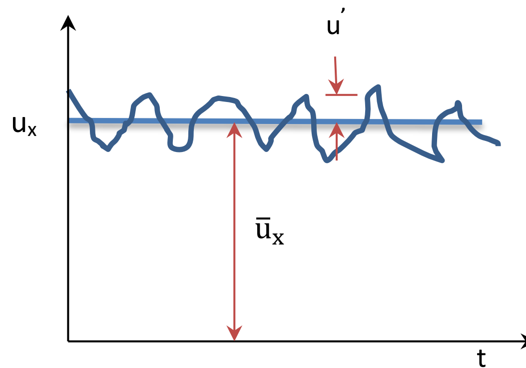


Fig 5.2 Velocity fluctuations for turbulent flow

الشكل 5.2 تراوح السرعة في الجريان الاضطرابي

We will study turbulence in detail in chapter 11.

وستدرس حالة الاضطراب تفصيلاً في الفصل الحادي عشر .

5.2.1 The Physical Significance of Reynolds Number

When a quantity of water flows in a pipe with a velocity $\bar{u}$, there will be two types of forces affecting the flow. One type is due to the continuity of flow known as the ***inertia forces***; this force is proportional to $(\rho\,\bar{u}^2)$ and it is estimated from the rate of change of momentum. The other type is due to shear stresses and is estimated by the definition of shear stress in equation (2.4). These forces are known as ***viscous forces*** proportional to $(\frac{\mu\,\bar{u}}{d})$, where ρ is the density and μ is the viscosity of the fluid. It is clear that the ratio of inertia forces to viscous forces is the Reynolds number defined as:

5.2.1 الأسس الفيزيائية لرقم رينولدز

في حالة جريان كمية معينة من الماء في انبوب بسرعة $\bar{u}$ يلاحظ وجود نوعين من القوى , أحدهما لاستمرارية الجريان تعرف ***بقوى القصور الذاتي*** و تحسب هذه القوى على اساس معدل تغير الزخم , وهي تتناسب طرداً مع المقدار $(\rho\,\bar{u}^2)$ والاخرى لاجهادات القص وتحسب على اساس تعريف اجهاد القص حسب المعادلة (2.4) و هي تتناسب طرداً مع المقدار $(\frac{\mu\,\bar{u}}{d})$ وتسمى ***القوى اللزجة*** وهنا ρ هي كثافة المائع و μ لزوجته , ومن الواضح أن نسبة قوى القصور الذاتي إلى القوى اللزوجة تعطي رقم رنولدز :

$$Re = \frac{\rho\,\bar{u}^2}{\frac{\mu\,\bar{u}}{d}}$$

$$Re = \frac{\rho\, d\,\bar{u}}{\mu}$$

If the inertia forces increase, relative to the viscous forces, then the flow approaches the state of turbulence; meanwhile, the opposite will make the flow calmer approaching streamline conditions. When the value of the Reynolds number is less than 2100, the viscous forces will be more effective, and the streamline or laminar flow is called ***viscous flow***.

فاذا ازداد مقدار قوى القصور الذاتي نسبة إلى القوى اللزجة يقترب الجريان إلى حالة الاضطراب وبعكسه يقترب من الهدوء , وهذا يفسر حقيقة ان الجريان الانسيابي او الطباقي يسمى احيانا ***الجريان اللزج*** حيث عندما يكون رقم رينولدز أقل من 2100 تكون قوى اللزوجة هي الأكثر تأثيراً .

5.2.2 Formation of the Boundary layer

If a plate is immersed in a fluid moving at a velocity u_∞, the fluid layers in contact with the surface will have zero velocity and appear to be at rest; this is illustrated in Fig 5.3. The velocity of the fluid layers increases in the vertical direction, away from the surface, up to the stream velocity u_∞. The reason for this gradient is the presence of the viscous forces acting within the moving fluid.

5.2.2 نشوء الطبقة المتاخمة

اذا كان مائع يجري بسرعة ثابتة u_∞ وغمرت صفيحة افقياً فيه كما هو مبين في الشكل 5.3 فسيلاحظ ان طبقات المائع الملامسة لسطحي الصفيحة تكون في حالة السكون , أي ان سرعة المائع تساوي صفراً . و تزداد سرعة طبقات المائع بالاتجاه العمودي على الصفيحة حتى تصل إلى سرعة المجرى u_∞ , يعود سبب حدوث مثل هذا التدرج في السرعة إلى تأثير القوى اللزجة العاملة في اجزاء المائع المتحرك .

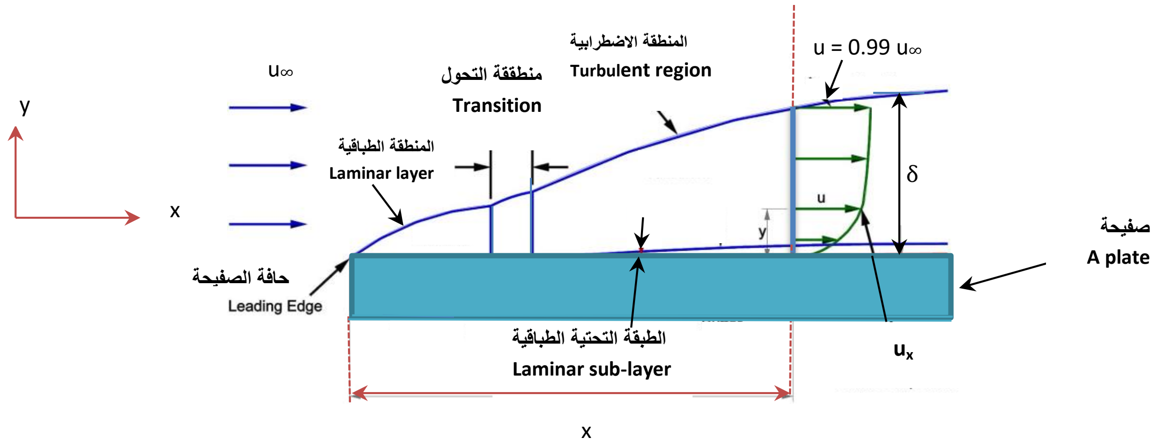


Fig 5.3 Formation of the boundary layer

الشكل 5.3 نشوء الطبقة المتاخمة

Let us assume that the velocity of the fluid at a vertical distance y from the surface in the direction x is u_x. At a point where $(y = 0)$ the velocity will be zero, however at a certain distance from the surface it will approach the stream velocity u_∞. If the velocity is measured at different distances x_1, x_2.. from the leading edge of the plate, then the distance y, where the velocity is approaching u_∞, will increase with x.

فلنفترض ان سرعة المائع هي u_x بالاتجاه x وعند نقطة تبعد y من السطح بالاتجاه المعامد و ستزداد u_x من الصفر عندما يكون $(y = 0)$ إلى سرعة المجرى u_∞ عند بعد معين من السطح . ولو قيست السرعة في نقاط تبعد $(x_1, x_2, ...)$ عن حافة الصفيحة سيلاحظ ان البعد y الذي تقترب عنده السرعة إلى u_∞ يزداد بازدياد x .

Now, if we draw a line passing through the different points where the velocity is measured, we will notice two distinct flow areas close to the surface. One is adjacent to the surface with variable fluid velocity, known as the ***boundary layer***, and the other is above the line, having constant velocity approaching u_∞. In reality, the width of the boundary layer δ indicated in Fig 5.3 is difficult to define and usually taken at a velocity value equal to ($0.99\ u_\infty$)

ولو رسمنا خطا على النقاط التي قيست عندها السرعة سينتج منطقتان متميزتان للجريان فوق سطحي الصفيحة , أحداهما محاذية للسطح تكون سرعة المائع فيها متغيرة , تسمى ***الطبقة المتاخمة*** , والأخرى تعلو الخط الفاصل تكون السرعة فيها مساوية سرعة الجريان الثابتة u_∞ على وجه التقريب . وفي واقع الحال ان سمك الطبقة المتاخمة δ الموضح في الشكل 5.3 لايمكن تحديده بدقة عالية الا انه يتخذ عادة حين تصبح السرعة مساوية ($0.99\ u_\infty$)

Due to the effect of ***shear stresses***, and hence ***shear forces*** that change in value according to x, the flow near the edge remains laminar and changes to turbulent at a certain distance. However, a small area within the turbulent region is found to maintain the laminar nature and is known as the ***laminar sub-layer***. The change from laminar to turbulent depends on the ***surface roughness*** as well as on a certain value of the Reynolds number. Here, the distance x replaces the diameter d in calculating Re using equation (5.1).

بسبب تـأثيرات ***اجهـادات القـص*** وبالتـالي ***قـوى القـص*** ازاء السطح الملامس للمائع , التي تتغير حسب البعد x عن حافة الصفيحة , يكون نمط الجريان طباقياً قرب الحافة ويتحول إلى اضطرابي عند بعد معين من الحافة . ووجدت منطقة صغيرة تقع ضمن منطقة الجريان الاضطرابي تحتفظ بطبيعة طباقية تسمى ***الطبقـة التحتيـة الطباقيـة*** . وتعتمد نقطة التحول من طباقي إلى اضطرابي في الطبقة المتاخمة على ***خشونة السطح*** , بالاضافة الى قيمة معينة لرقم رينولدز . حيث يحل البعد x محل قطر الانبوب d في المعادلة (5.1) .

Boundary layer analysis will be covered in more detail in chapter 11.

وسنبحث تحليلات الطبقة المتاخمة تفصيلا في الفصل الحادي عشر .

5.2.3 Boundary Layer and Flow in Pipes

5.2.3 الطبقة المتاخمة والجريان في الأنابيب

In Chapter 4, we solved some problems assuming that the flow in pipes was uniform and steady. This assumption implied that the fluid particles were moving at constant velocity or with no ***acceleration***. It also, implied that the flow was uniform, encountering no changes across the pipe section. In reality, this condition

كنا قد افترضنا في بعض مسائل الفصل الرابع استقرار وانتظام الجريان في الأنابيب , أي ان جزيئات المائع تجري بسرعة ثابتة , او بدون ***تعجيل*** . ويعني هذا الافتراض ايضاً ان الجريان في أي مقطع من الانبوب هو متكامل ولا تطرأ عليه تغيرات . وفي الواقع لن تنطبق هذه الحالة على الجريان

does not apply to the flow at the entrance region of the pipe. This is due to the formation of the boundary layer whose thickness will increase from zero to a maximum value equal to the diameter of the pipe at a certain distance from the leading edge. The ***laminar boundary layer*** starts to form first, and, depending on the effects of viscous and inertia forces, it may change to a ***turbulent boundary layer***. If the flow is laminar, then the layer will remain laminar. However if the Reynolds number exceeds 2011, then the layer will change to turbulent, as illustrated in Fig 5.4

في مدخل الأنبوب , وذلك لنشوء الطبقة المتاخمة التي يزداد سمكها من الصفر عند نقطة الدخول لغاية أقصى سمك مساو نصف قطر الانبوب في نقطة ما في الانبوب . و تبدأ ***الطبقة المتاخمة الطباقية*** بالنشوء أولاً , التي قد تتحول إلى ***طبقة متخامة اضطرابية*** حسب تأثير قوى اللزوجة وقوى القصور الذاتي . واذا كان الجريان طباقياً في الانبوب فستبقى الطبقة المتاخمة من النوع الطباقي , أما اذا كان رقم رينولدز يزيد على 2100 فستتول الى طبقة اضطرابية كما هو مبين في الشكل 5.4

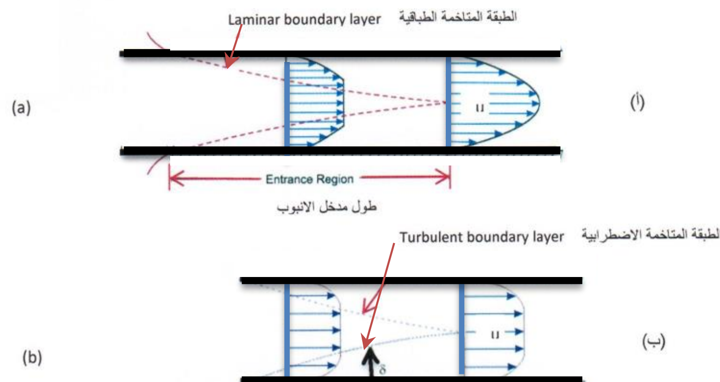


Fig 5.4 Formation of boundary layer in a pipe

(a) Laminar flow
(b) Turbulent flow

الشكل 5.4 نشوء الطبقة المتاخمة في الانبوب

(أ) جريان انسيابي
(ب) جريان اضطرابي

After the formation of the boundary layer, the flow becomes ***fully developed*** and there will be no change in the prevailing conditions. The flow now takes a specific velocity distribution curve; the shape of curve depends on the flow regime. For example, for laminar flow the shape will be that of a ***parabola***, see Fig 5.4

وبعد اكتمال الطبقة المتاخمة تثبت ظروف الجريان فيعد الجريان ***جرياناً تام التكوين*** الذي يتصف بمنحني توزيع سرعة معين , ويعتمد شكل المنحني على نوع الجريان , فمثلاً هو ***منحي مكافيء القطع*** للجريان الانسيابي , انظر الشكل 5.4

The theoretical distance at which the boundary layer is fully developed is equal to ***infinity***; however, for laminar flow, it is considered to be 120 times the diameter of the pipe (120 x d). For turbulent flow it is 60 times the diameter (60 x d). At this distance, known as the ***entry length***, the velocity along the centre line of the pipe will be equal to 99% of its maximum value.

ونظرياً يعد البعد الذي تتكامل عنده الطبقة المتاخمة مساوياً ***مالانهاية***, الا انه يمكن عده مساوياً إلى 120 مرة لقطر الانبوب (120 x d) للجريان الطباقي , وإلى 60 مرة لقطر الانبوب (60 x d) للجريان الاضطرابي. ويسمى هذا البعد ***طول المدخل*** حيث تبلغ السرعة عنده 99 بالمئة من السرعة القصوى في نقطة على امتداد خط مركز الانبوب .

5.3 Newtonian and Non-Newtonian Fluids

5.3 الموائع النيوتونية وغير النيوتونية

Based on the type of relationship between shear stress and shear rate ($\frac{du}{dy}$), fluids are commonly classified as ***Newtonian*** and ***Non-Newtonian fluids***. Newtonian fluids obey Newton's law for viscosity defined by equation (2.7):

يمكن تقسيم الموائع بوجه عام إلى نوعين , ***موائع نيوتونية*** و **موائع غير نيوتونية** و ذلك حسب العلاقة بين اجهاد القص ومعدل القص ($\frac{du}{dy}$) التي تنشأ اثناء الجريان , فالموائع النيوتونية تتبع قانون نيوتن للزوجة الممثل بمعادلة (2.7) :

$$\tau = -\mu \frac{du}{dy} \qquad \text{Eqn. 2.7}$$

The relationship indicates a straight line equation passing through the intersection of the vertical axis with the horizontal axis. Clearly, the viscosity in the above equation is not affected by the shear rate and is considered constant; however, it is influenced by temperature and pressure. The common Newtonian fluids include gases and low molecular weight liquids. In fact, there are other common liquids considered as Non-Newtonian fluids, such as ***solutions, high molecular weight liquids, colloids, suspensions*** and ***emulsions***. The viscosity of these flowing liquids varies with the change in shear rate. Different types are shown in Fig 5.5 where Curve D depicts Non-Newtonian fluids whose viscosity decreases as the shear rate increases.

وهي معادلة خط مستقيم يمر في نقطة تقاطع الاحداثي الرأسي مع الاحداثي الأفقي . ومن الواضح ان اللزوجة في المعادلة اعلاه ثابتة المقدار أي لا تتأثر بتغير معدل القص , و لكنها تتأثر بدرجة الحرارة والضغط . وتشمل الموائع النيوتونية الغازات والسوائل منخفضة الوزن الجزيئي , وفي الواقع توجد سوائل مهمة اخرى مثل ***المحاليل*** و ***السوائل عالية الوزن الجزيئي*** و ***المواد الغروانية*** و ***المزيج المعلق*** و ***المستحلبات*** وهذه تسلك سلوكا غيرنيوتوني اثناء الجريان حيث تتغير لزوجتها مع معدل القص . يبين الشكل 5.5 انواعا مختلفة من الموائع حيث يمثل المنحني D مائعاً غير نيوتوني تتناقص لزوجته بازدياد معدل القص اثناء الجريان المستقر .

Curve C represents a fluid whose viscosity increases as the shear rate increases. The two curves could follow the power equation:

أما المنحني C فيمثل مائعاً تزداد لزوجته بازدياد معدل القص , و يمكن تمثيل سلوك كلا المائعين بمعادلة ذات قوات جبرية :

$$\tau = -K'\left(\frac{du}{dy}\right)^n \qquad (5.2)$$

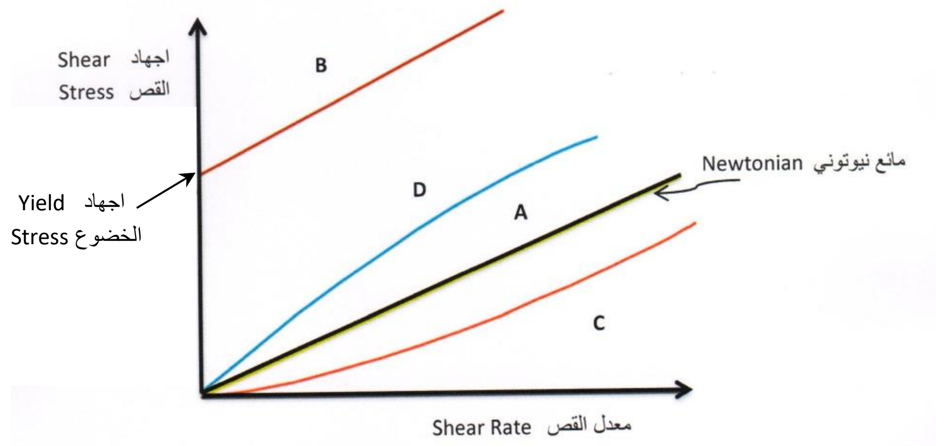


Fig 5.5 Shear stress Vs Shear rate

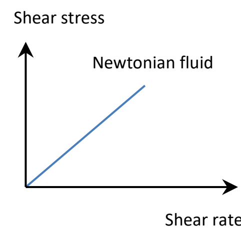
الشكل 5.5 العلاقة بين اجهاد القص ومعدل القص

where K' is the ***consistency factor*** and the value of n indicates the degree of deviation from the Newtonian behavior. It takes a value greater than one in curve C, which represents fluids such as suspensions, and a value less than one in curve D representing fluids such as polymers.

اذ يدعى K' ***معامل التجانس*** , وتعبر قيمة n عن مدى شذوذ المائع عن السلوك النيوتوني , وهو يتخذ قيماً أكبر من واحد للمنحنى C الذي يمثل مواد مثل المزيج المعلق , و قيما اصغر من واحد للمنحني D الذي يمثل مواد مثل البوليمرات.

Some fluids behave differently from Newtonian fluids. These fluids are represented by curves that do not pass through the intersection of the two axes. They will not follow the linear relationship between shear stress and shear rate. They are solid in nature, unless the ***yield stress*** approaches a certain value where they start to follow the Non-Newtonian behavior. These fluids are known as ***viscoplastics*** or ***Bingham's plastics***. The curves B and C depict these types of fluids; examples include some paints, soap and ***pulp*** and other materials. The viscosity of some Non-Newtonian fluids is affected by time; these are known as ***time dependent fluids***. If the viscosity decreases with time and the fluid returns to its initial natural state after the shear effect is diminished, then the fluid is referred to as ***thixotropic***. Examples of these fluids are ***polymer solutions*** and some foodstuff.

وهناك موائع تختلف عن الموائع النيوتونية من حيث انها لا تتبع العلاقة الخطية بين الاجهاد ومعدل القص وانما تتبع منحنيات لا تمر في نقطة تقاطع الاحداثيات , وهي بطبيعتها صلبة مالم يصل الاجهاد إلى مقدار معين يسمى ***اجهاد الخضوع*** عندئذ تسلك سلوك مائع غير نيوتوني , و تعرف هذه الموائع ***باللدائن اللزجة*** أو ***لدائن بنكهام*** . ويمثل المنحيان B و C مواد من نوع اللدائن اللزجة مثل بعض الاصباغ و الصابون و ***عجينة الورق*** وغيرها, ويوجد صنف من الموائع غير النيوتونية يختلف عما ذكرناه حيث تتأثر لزوجتها بالزمن و تسمى ***موائع تعتمد على الزمن*** , فاذا حدث تناقص في اللزوجة مع الزمن اثناء تسليط القص يدعى المائع ***مائع تسيلي*** ولكن يجب ان يعود لحالته الطبيعية بعد زوال القص , ومثال ذلك بعض **المحاليل المتبلمرة** وبعض المواد الغذائية .



5.4 Pressure Drop Estimation for a Newtonian Fluid

5.4 تقويم هبوط الضغط لمائع نيوتوني

5.4.1 Pressure Drop & Friction Factor

5.4.1 هبوط الضغط ومعامل الاحتكاك

The fluid is pushed to flow inside a pipe by the force of pressure. However, if the pressure is measured along the pipe, it will be noticed that its value will decrease as the fluid moves away from the pressure source in the flow direction. The reason for the pressure drop is the existence of ***friction*** or the development of a resistance to flow by the pipe wall. If the fluid enters a length of the pipe l at a pressure P_1 and exits at P_2, the ***pressure drop*** will be:

يندفع المائع في الأنبوب بسبب الضغط المسلط عليه , ولو قسنا مقدار ضغط المائع على امتداد الانبوب لوجدناه يتناقص كلما ابتعدنا عن مصدر الضغط , ويعود سبب التناقص إلى ***الاحتكاك*** , أو المقاومة التي تبديها جدران الأنبوب . ولو اعتبرنا طولاً l يدخله المائع بضغط مقداره P_1 ويخرج منه بضغط P_2 , فمن الواضح ان مقدار ***الهبوط في الضغط*** يساوي الفرق بين الضغطين اي ان :

$$-\Delta P_f = P_1 - P_2 \qquad (5.3)$$

Here we have - ΔP_f denoting the pressure drop due to friction. The minus sign in equation (5.3) indicates the pressure is decreasing in the flow direction. For a small portion of the pipe having length dl and diameter d, the friction force will produce pressure change ($-dP_f$). This force is given by the product of shear stress τ and surface area of the pipe (πd. dl). Equating the pressure force to the friction force, we get

حيث يمثل ΔP_f - مقدار هبوط الضغط بسبب الاحتكاك , وتشير علامة الناقص في المعادلة (5.3) إلى أن الضغط يتناقص باتجاه جريان المائع . ولو تأملنا جزءاً قصيراً من الانبوب طوله dl وقطره d فأن قوة الاحتكاك , التي تساوي حاصل ضرب اجهاد القص τ في المساحة السطحية للانبوب (πd. dl) تسبب تغيراً في الضغط مقداره ($-dP_f$) , وبتساوي قوتي الاحتكاك وهبوط الضغط نحصل على

$$\tau\,(\pi d.\ dl) = -\,dP_f\,(\pi d^2/4) \qquad (5.4)$$

$$\therefore\ -\,dP_f = 4\,\tau\,\left(\frac{dl}{d}\right) \qquad (5.5)$$

Equation (5.5) can be modified by introducing the ***Fanning friction factor***, which is defined for laminar and turbulent flow through the relationship

و يمكن تحوير المعادلة (5.5) بادخال ***معامل الاحتكاك فاننك*** الذي يستخدم للجريان الانسيابي والاضطرابي والمعروف بالمعادلة

$$f = \frac{\tau}{\frac{1}{2}(\rho\,\bar{u}^2)} \qquad (5.6)$$

Now, we substitute for τ in equation (5.5) to include f :

والآن نعوض عن τ في المعادلة (5.5) لادخال f فنحصل على :

$$-\,dP_f = 4f\,\frac{dl}{d}\,\frac{1}{2}\,(\rho\,\bar{u}^2) \qquad (5.7)$$

The pressure drop in the whole length of the pipe will be obtained by Integrating equation (5.7), hence:

و بمكاملة المعادلة (5.7) نحصل على هبوط الضغط في الأنبوب باكمله , أي ان :

$$- \Delta P_f = 4f \frac{l}{d} \rho \frac{\bar{u}^2}{2} \qquad (5.8)$$

Since the energy loss due to friction L_f is equal to $(\frac{-\Delta P_f}{\rho})$, then we can estimate the friction losses per kilogram of fluid as follows

و لما كانت الطاقة المفقودة بسبب الاحتكاك L_f تساوي $(\frac{-\Delta P_f}{\rho})$ لذا يمكن حساب خسائر الاحتكاك في الأنبوب لكل كيلو غرام واحد من المائع كالآتي

$$L_f = 4f \frac{l}{d} \frac{\bar{u}^2}{2} \qquad (5.9)$$

It is also possible to calculate the pressure drop as ***pressure head*** h_f by

ويمكن أيضاً حساب مقدار هبوط الضغط بصيغة ***عمود الضغط*** من h_f

$$h_f = (\frac{-\Delta P_f}{\rho g}) = 4f \frac{l}{d} \frac{\bar{u}^2}{2g} \qquad (5.10)$$

It is worth noting that we can use the **Hagen-Poiseuille** equation to evaluate the pressure drop for laminar flow in pipes. The equation will be developed in the section regarding the velocity distribution.

و تجدر الملاحظة هنا بامكان استخدام معادلة ***هاكن – بوزيل*** لحساب هبوط الضغط في الأنابيب للجريان الأنسيابي فقط التي سيأتي ذكرها واشتقاقها في الفقرة المتعلقة بتوزيع السرعة .

5.4.2 Friction Factor - Reynolds Number relationship

5.4.2 العلاقة بين معامل الاحتكاك ورقم رينولدز

Stanton and Pannel (1919) measured the pressure drop, due to friction, for a number of fluids flowing in pipes of different diameters and ***roughness***. They developed a relationship between the friction factor and Reynolds number.

قام العالمان ***ستانتون و باينل*** عام 1919 بقياس هبوط الضغط بسبب الاحتكاك لعدد من الموائع تجري في انابيب مختلفة الأقطار و ***الخشونة*** . وأوجدوا علاقة تربط بين معامل الاحتكاك ورقم رينولدز .

They used the friction factor, different from the Fanning factor, denoted Ø and defined by the following equation:

وقد استخدموا معامل الاحتكاك يختلف عن معامل احتكاك فاننك , وهو Ø المعرف بالمعادلة الآتية :

$$Ø = \frac{\tau}{\rho \, \bar{u}^2} \qquad (5.11)$$

$$\therefore \; f = 2\,Ø \qquad (5.12)$$

Prior to that, ***Hagen*** (1839) and other scientists after him conducted many experiments involving incompressible flow in ***smooth pipes***. They developed a single-line graph depicting friction factor f as a function of the Reynolds number. The graph, shown in Fig 5.5, consists of three parts, one segment represents laminar flow (Re < 2100), the second one is the transition region and the third is the turbulent flow (Re > 4000).

وقبل ذلك قام ***هاكن*** في 1839 ومن بعده علماء كثيرون بتجارب تخص الجريان غير الانضغاطي في ***أنابيب ملساء*** وحصلوا على خط بياني واحد يمثل علاقة بين معامل الاحتكاك f ورقم رينولد . ويظهر الخط البياني بثلاثة اجزاء , أحدهما يمثل الجريان الانسيابي (Re < 2100) ثم يليه منطقة التحول ثم جزء الجريان الاضطرابي (Re > 4000) كما يتضح في الشكل 5.6 .

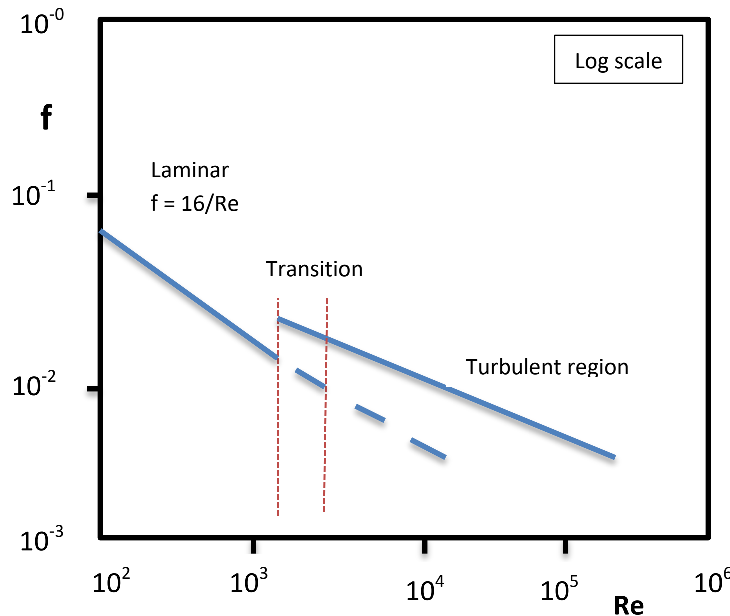


Fig 5.6 Friction factor vs Reynolds number for an incompressible-Newtonian fluid

الشكل 5.6 العلاقة بين معامل الاحتكاك ورقم رينولدز لمائع نيوتوني غير انضغاطي

The result of Stanton and Panel for laminar flow in any pipe produced a single line. This indicates that for laminar flow, the friction factor Ø is not affected by the roughness of the pipe surface. However, as the flow changes to turbulent, there will be a line for each specific value of surface roughness. ***Moody*** (1944) proposed a friction factor f', which is equal to $(\frac{8\,\tau}{\rho\,\bar{u}^2})$, as a function of both the Reynolds Number Re and the non-dimensional group $(\frac{e}{d})$ known as the ***relative roughness***. Here, e denotes the roughness of the pipe surface in the units of length. Moody then developed the chart for Pipes shown in Fig 5.7.

أمـا نتـائج سـتانتون وبانيـل فقد اظهـرت خطـاً واحـداً للجريـان الانسيابي لأي أنبوب مما يدل على ان معامل الاحتكاك Ø لـن يتأثر بخشونة سطح الانبوب عندما يكون الجريان طباقياً ولكن الجريـان حين يتحـول إلـى اضـطرابي فسينتج خطـاً واحـداً لكل خشونة معينة تخص سطح الأنبوب . وقد وضـع العـالم ***مـودي*** في عام 1944 معامل احتكاك f' مسـاوياً $(\frac{8\,\tau}{\rho\,\bar{u}^2})$ كدالـة لكل من رقم رينولدز والمجموعـة غير البعدية $(\frac{e}{d})$ التـي تـدعى ***الخشـونة النسـبية*** , حيـث يمثـل e خشـونة السـطح بوحـدات الطول, فرسم مخططاً للانابيب كما مبين في الشكل 5.7 .

By examining Fig 5.7, we note that the laminar region is represented by a linear relationship, given by

لو امعنا النظر في الشكل 5.7 سنجد منطقة الجريان الطبـاقي تتصف بعلاقة خطية متمثلة بالمعادلة

$$Ø = \frac{8}{Re} \qquad (5.13)$$

$$f = \frac{16}{Re}\,,\quad f' = \frac{64}{Re} \qquad (5.14)$$

We also notice in the turbulent region, the friction factor is a function of the Reynolds number and the relative roughness $(\frac{e}{d})$. However, as Reynolds number exceeds 10^5, the friction factor becomes a function of relative roughness only. Table 5.1 lists values for the roughness of different makes of pipe.

كما نلاحظ في منطقة الجريان الاضطرابي ان معامل الاحتكاك دالة لرقم رينولـدز والخشـونة النسبية $(\frac{e}{d})$, لكن عندما يزيد رقـم رينولـدز عـن 10^5 فـأن معامـل الاحتكـاك يصـبح دالـة للخشـونة النسـبية فقط . وفـي الجـدول 5.1 نجد قيمـاً للخشـونة الانابيب مختلفة الصنع .

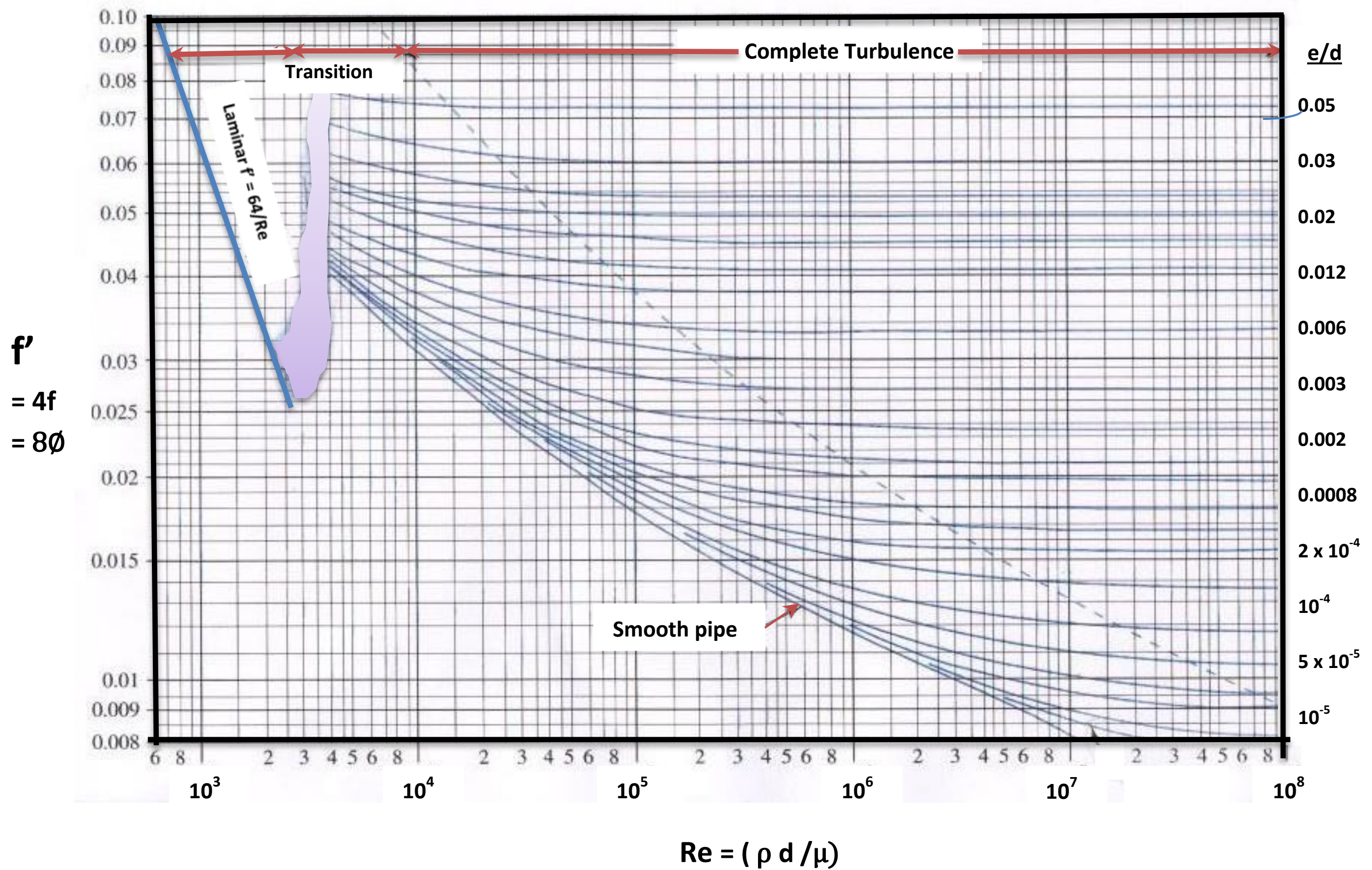


Fig 5.7 Moody Diagram ا **لشكل 5.7** مخطط مودي

You can cite the Moody diagram in literature and in the Internet.

A published chart is available on the link https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Moody_EN.svg

Material	mm	مادة الصنع
Drawn tubing	0.0015	الانابيب المسحوبة
Steel pipes	0.046	الانابيب المصنوعة من الصلب
Galvanized iron	0.150	الحديد المغلون
Cast iron	0.260	حديد الزهر
Wood stave	0.18-0.91	الخشب
Concrete	0.120	الخرسانة
Plastic	0.0003	البلاستيك
Glass	Smooth	الزجاج

Table 5.1 Roughness of some building materials

الجدول 5.1 قيم الخشونة لبعض المواد الانشائية

There are a number of ***empirical equations*** to determine Ø in terms of Re, such as:

و هنالك عدد من ***العلاقات التجريبية*** لحساب Ø بدلالة رقم رينولدز Re منها :

a. For a smooth pipe and, $2.5 \times 10^3 < Re < 10^5$, the following equation is used:

أ. اذا كان الانبوب أملس ورقم رينولدز يتراح بين 2.5×10^3 و 10^5 فيمكن استخدام المعادلة :

$$Ø = 0.0396\ Re^{-0.25} \qquad (5.15)$$

b. For a smooth pipe and, $2.5 \times 10^3 < Re < 10^7$, the following equation is used:

ب. اذا كان الانبوب املس ورقم رينولدز يتراوح بين 2.5×10^3 و 10^7 :

$$Ø^{-0.5} = 2.5 \ln (Re\ Ø^{0.5}) + 0.3 \qquad (5.16)$$

c. For rough pipe surface:

ج. اذا كان سطح الانبوب خشنا :

$$Ø^{-0.5} = -2.5 \ln (0.27 (e/d) + 0.885\ Re^{-1} Ø^{-0.5} \qquad (5.17)$$

d- The following equation, developed by P. K. ***Swamee and A. K. Jain*** (Ref 17), can be used to calculate f':

د- يمكن حساب معامل الاحتكاك f' للجريان الاضطرابي باستخدام معادلة ***سوامي و جين*** الواردة في المصدر (17) وهي:

$$f' = \frac{0.25}{[\log(\frac{1}{3.7\left(\frac{d}{e}\right)} + \frac{5.74}{Re^{0.9}})]^2} \qquad (5.18)$$

5.5 Example Problems for Flow in Pipes

5.5 مسائل تخص الجريان في الأنابيب

5.5.1 Estimation of Friction Losses

5.5.1 حساب خسائر الاحتكاك

We will show, in the next example, how friction losses in a pipe for a Newtonian-incompressible fluid are calculated. The friction loss, in the pipe entrance and outlet regions will be considered small compared to that along the length of the pipe, hence it is assumed negligible.

سنوضح كيف نحسب خسائر الاحتكاك في انبوب يجري فيه مائع نيوتوني غير انضغاطي في المثال الآتي , و سنهمل الاحتكاك في مدخل الأنبوب ومخرجه لان مقداره ضئيل مقارنة بالاحتكاك في الطول المتبقي للانبوب .

Example 5.1

مثال 5.1

A liquid is flowing in a horizontal pipe, made of commercial steel, at a velocity 4.57 m/s. The internal diameter of the pipe is 52.2 mm, the viscosity of the liquid is 4.46×10^{-3}, and its density is 801 kg/m^3. Calculate the friction loss for a pipe length of 36.5 m.

يجري سائل في أنبوب افقي مصنوع من مادة الصلب التجاري بسرعة 4.57 m/s فاذا علمت ان قطر الأنبوب الداخلي 52.2 mm ولزوجة السائل 4.46×10^{-3} Ns/m^2 وكثافة السائل 801 kg/m^3 احسب خسائر الاحتكاك لجزء من الانبوب طوله 36.6 m .

Solution

الحل

To calculate the friction losses L_f in J/kg, we assume

(a) Steady incompressible flow

لحساب خسائر الاحتكاك L بوحدات J/kg نفرض ان

(أ) الجريان غير انضغاطي ومستقر

(b) Newtonian fluid
(c) Single phase fluid
(d) The pipe surface is rough
(e) The friction losses in the pipe entrance and exit regions is negligible

(ب) مائع نيوتوني
(ت) مائع احادي الطور
(ث) الانبوب خشن لانه لم يذكر عكس ذلك
(ج) تهمل خسائر الاحتكاك في مدخل و مخرج الأنبوب

To determine the flow regime we first calculate the Reynolds number,

نحسب أولاً رقم رينولدز لتعيين نمط الجريان,

$$Re = \frac{\rho\, d\, \bar{u}}{\mu} = \frac{801 \text{ x } 0.0525 \text{ x } 4.57}{.00446} \text{ (SI units used)}$$

Re = 43089.6

The value of the Reynolds number indicates that the flow is turbulent. Therefore, to estimate the friction factor from fig 5.7, we first read the value of roughness from table 5.1, which is 0.046 for commercial steel pipes, and then we evaluate the relative roughness

اذن نستنتج من قيمة رقم رينولدز ان الجريان اضطرابي لذا نحتاج قيمة الخشونة النسبية لغرض ايجاد قيمة معامل الاحتكاك من الشكل 5.7 . نقرأ قيمة الخشونة من الجدول 5.1 وهي 0.046 للانبوب المصنوع من الصلب التجاري . والآن نحسب الخشونة النسبية

$$e/d = 0.046/52.5 = 8.76 \times 10^{-4}$$

We now read the value of the friction factor from fig 5.7, which is:

نقرأ قيمة معامل الاحتكاك من الشكل 5.7 وهي :

$$f' = 0.024$$

$$f = f'/4 = 0.006$$

Then we calculate L_f by equation 5.9:

ثم نحسسب قيمة L_f من المعادلة 5.9 :

$$L_f = 4f \ \frac{l}{d} \ \frac{\bar{u}^2}{2}$$

$$L_f = 4 \times 0.006 \times \frac{36.6}{0.0525} \times \frac{(4.57)^2}{2} = \underline{174.17 \text{ J/kg}}$$

Comment

Make sure to use the same units to solve such problems.

Exercise

Evaluate the friction factor using the empirical equations and repeat the calculations using Excel.

5.5.2 Pipe Diameter by Trial & Error

Example 5.2

Water, density 10^3 kg/m^3 and viscosity 1.55 x 10^{-3} Ns/m^2, is flowing in a steel pipe at a rate of 9.46^{-3} m^3/s. If the pipe is 305 m long and the pressure drop due to friction is equivalent to a water head of 6.1 m, calculate the pipe diameter.

Solution

The pipe diameter will be calculated assuming

(a) Steady incompressible flow
(b) Newtonian fluid
(c) Single phase fluid
(d) Rough pipe surface
(e) Disregarding friction losses in pipe entrance and exit

We must first determine the flow regime by calculating the Reynolds number. The diameter of the pipe is unknown and hence we must use the ***trial and error method***. Trial and error is a method based on assuming a value for the pipe diameter, then calculating the diameter using the friction chart. The two diameters are compared, and if the values are close, the guess is correct and we proceed with the solution.

ملاحظة

يجب ملاحظة الوحدات وتنسيقها في حل هذه المسائل .

تمرين

احسب معامل الاحتكاك f من المعادلات التجريبية دون اللجوء إلى مخطط الاحتكاك ثم اعد الحل مستخدما الاكسل .

5.5.2 قطر الانبوب بطريقة التجربة والخطأ

مثال 5.2

يجري ماء كثافته 10^3 kg/m^3 و لزوجته 1.55 x 10^{-3} Ns/m^2 في انبوب مصنوع من الصلب التجاري بمعدل 9.46 x 10^{-3} m^3/s , فاذا كان طول الأنبوب 305 m وكان هبوط الضغط بسبب الاحتكاك مكافئاً عموداً من الماء مقداره 6.1 m , أحسب قطر الانبوب .

الحل

نحسب قطر الأنبوب بناء على الافتراضات الاتية

(أ) الجريان غير انضغاطي و مستقر
(ب) مائع نيوتوني
(ت) مائع احادي الطور
(ث) الانبوب خشن لانه لم يذكر عكس ذلك
(ج) تهمل خسائر الاحتكاك في مدخل و مخرج الانبوب

يقتضي أولاً حساب رقم رينولدز لمعرفة نمط الجريان , ولكن قيمة قطر الانبوب مجهولة لدينا لذا نستخدم ***طريقة التجربة و الخطأ*** لحل المسألة . وتتلخص الطريقة بافتراض قيمة لقطر الأنبوب ثم نحسب قيمة قطره باستخدام مخطط الاحتكاك فاذا كانت القيمة المحسوبة مقاربة للقيمة الافتراضية نتوقف ويعد الجواب صحيحاً .

However, if the calculated value is different from the assumed value, a new diameter will be calculated using the previous calculated value as the assumed value. The calculation is repeated in this manner until the two last values are close. Let us assume a diameter value of 0.089 m as a first guess:

أمـا اذا كانـت القيمـة المحسـوبة تختلـف عـن القيمـة المفترضـة فيجب تغير الحسابات وذلك باتخاذ آخر قيمة محسوبة لقطر الأنبوب قيمة مفترضة جديدة و هكذا نكرر الحسابات حتى تتقارب قيمتا قطر الانبوب . لفترض أن قيمة قطر الانبوب تساوي 0.089 m كفرضية أولى :

$$Re = \frac{\rho\, d\, \bar{u}}{\mu}$$

$$\bar{u} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{9.46 \times 10^{-3}}{\frac{\pi}{4} \times (0.089)^2} = 1.52 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{10^3 \times 0.089 \times 1.52}{1.55 \times 10^{-3}} = 87277$$

The surface roughness in table 5.1 is 4.6×10^{-5}m

خشونة سطح الانبوب من الجدول 5.1 تساوي 4.6×10^{-5} m

$$\frac{e}{d} = \frac{4.6 \times 10^{-5}}{0.089} = 0.00049$$

we find f from fig 5.7:

قيمة f من الشكل 5.7 هي:

$$f = f'/4 = 0.0051$$

We will then calculate a new value for the pipe diameter using equation (5.10)

ثم نحسب قيمة جديدة لقطر الانبوب باستخدام المعادلة (5.10)

$$h_f = 4f \; \frac{l}{d} \; \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

Substituting:

نعوض في المعادلة :

$$\bar{u} = Q/A = 4Q/\pi\, d^2$$

$$6.1 = 4 \times 0.0051 \times \frac{305}{d} \times \left(\frac{4 \times 9.46 \times 10^{-3}}{\pi d^2}\right)^2 / (2 \times 9.81)$$

$$d = 0.0945 \text{ m}$$

It is noted that the calculated value of d (0.0945) is higher than the assumed value 0.089; therefore the calculations will be repeated taking the assumed value as 0.0945

و يلاحظ أن قيمة d المحسوبة (0.0945) تختلف عن قيمته المفترضة التي عدت 0.089 لذا ينبغي تكرار الحسابات باعتبار القيمة المفترضة تساوي 0.0945

قيمة رينولدز الجديدة :

The new value of Reynolds number is:

$$Re = \frac{10^3 \times 0.0945 \times (4 \times 9.46 \times 10^{-3}/\pi \times 0.0945^2)}{1.55 \times 10^{-3}} = 82200$$

$$\frac{e}{d} = \frac{4.6 \times 10^{-5}}{0.0945} = 0.0049$$

The new value for f from Fig 5.7 is 0.0052; now we calculate the new diameter applying equation (5.10)

قيمة f الجديدة هي 0.0052 (من الشكل 5.7) والان نحسب القيمة الجديدة لقطر الانبوب باستخدام المعادلة (5.10)

$$6.1 = 4 \times 0.0052 \times \frac{305}{d} \times \left(\frac{4 \times 9.46 \times 10^{-3}}{\pi d^2}\right)^2 / (2 \times 9.81)$$

$$d = 0.0945 \text{ m}$$

We note that the new value of d is the close to the previous value and therefore we end the iterations and consider the answer 0.0945 m. In most cases the iterations are stopped when the values get very close.

يلاحظ الآن ان قيمة d الجديدة مقاربة للقيمة المفترضة التي كانت تساوي 0.0945 m وعليه هنا نتوقف من تكرار الحسابات و يعد الجواب مساو 0.0945 m , وفي معظم الحالات يمكن انهاء الحسابات عندما تقترب القيم ولا تتساوى.

Comment

The trial and error method is not restricted to the calculation of pipe diameter. It can also be used to estimate the flow rate of the fluid when the diameter of the pipe is given and its velocity is unknown.

ملاحظة

لاتقتصر هذه الطريقة على ايجاد قطر الأنبوب فقط , وانما يمكن استخدامها لتخمين معدل الجريان في الانبوب أيضاً عندما يكون قطره معلوماً وسرعة الجريان مجهولة .

Exercise

Use the Excel program to solve example 5.2.

تمرين

استخدم برنامج الاكسل لحل المثال 5.2 .

5.5.3 Friction Losses in Pipe Section Variation and in Pipe Fittings

5.5.3 خسائر الاحتكاك في تغير مقطع الأنبوب وفي قطع تركيب الأنابيب

(a) Sudden Expansion in a Pipe

If the pipe section increases gradually, the friction losses will slightly increase compared to that in a constant section pipe. The losses in such situations can often be disregarded. However, if a sudden expansion is encountered, as shown in fig 5.8, the friction losses will be significant. This is due to the formation of eddies in the enlarged section. Due to the flow continuity, the fluid enters the expansion with the same pipe cross section area, hence we can assume

(أ) التوسيعة المفاجئة في الأنبوب

اذا توسع مقطع الأنبوب تدريجياً فأن خسائر الاحتكاك للمائع الجاري ستزداد قليلاً مما لو كان المائع يجري في انبوب ثابت القطر , وفي كثير من الأحيان يمكن اهمال هذه الزيادة . أما اذا حدث توسع مفاجئ في الأنبوب فان مقدار الطاقة الضائعة بسبب الاحتكاك ستزداد زيادة ملموسة لنشوء الدومات في التوسيعة كما هو مبين في الشكل 5.8 . ولاستمرارية الجريان يدخل المائع التوسيعة بنفس مساحة مقطع الانبوب , لذا نفترض ان

$$P_1 = P_0$$

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_0$$

Also, cross section area (1) is equal to (2), therefore

وأن مساحة المقطع المتوسع (1) تساوي مساحة المقطع (2) أي أن

$$A_1 = A_2$$

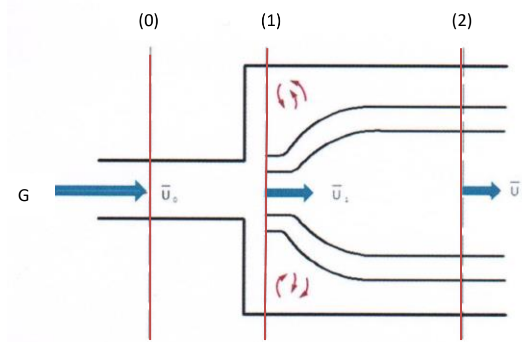


Fig 5.8 Sudden expansion in a pipe

الشكل 5.8 التوسيعة المفاجئة في الأنبوب

Applying the momentum equation (Eq. 4.85) and considering the control volume without the pipe wall, we can ignore the force F_x to obtain:

واذا طبقنا معادلة توازن الزخم (المعادلة 4.85) باتخاذ حجم التحكم بدون الجدار فستهمل القوة F_x ونحصل على :

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 = G(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \qquad (5.18)$$

We assumed (β =1) and therefore the flow is considered turbulent.

حيث افترضنا (β =1) باعتبار الجريان اضطرابياً .

Since

ولما كان

$$G = \rho\, \bar{u}_0\, A_0 = \rho\, \bar{u}_2\, A_2$$

Hence:

اذن :

$$\bar{u}_2 = \left(\frac{A_0}{A_2}\right) \bar{u}_0$$

We have

ولما كان

$$A_0 = A_2$$

We get

يصبح

$$\bar{u}_0 = \bar{u}_1 \text{ (from Eq. 5.18)}$$

We now substitute in equation (5.18)

نعوض الآن في المعادلة (5.18)

$$u_0^2 \left(\frac{A_0}{A_2}\right) \left(1 - \frac{A_0}{A_2}\right) = \frac{P_2 - P_1}{\rho} \qquad (5.19)$$

Applying the energy equation to sections (1) and (2) and using equation (4.74) we obtain:

وبتطبيق معادلة الطاقة لدى المقطعين (1) , (2) باستخدام المعادلة 4.74) نحصل على الآتي :

$$\frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha} + g\,\Delta z + \int_1^2 v\, dP + Ws + L_f = 0$$

$$\alpha = 1 ,\ \Delta z = 0 ,\ W_s = 0$$

For the incompressible fluid we can write:

وباعتبار المائع غير انضغاطي :

$$\int_1^2 v\, dP = v\,(P_2 - P_2) = \frac{P_2 - P_1}{\rho}$$

Hence the energy equation will be:

لذا تختصر معادلة الطاقة إلى الصيغة الآتية :

$$\frac{\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + L_f = 0$$

$$\bar{u}_0 = \bar{u}_1$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{\bar{u}_0^2 - \bar{u}_2^2}{2} - L_f \qquad (5.20)$$

We then substitute $(\frac{P_2-P_1}{\rho})$ from equation (5.19) into equation (5.20):

ثم نعوض عن $(\frac{P_2-P_1}{\rho})$ من المعادلة (5.19) في المعادلة (5.20) :

$$\bar{u}_0^2 \left(\frac{A_0}{A_2}\right)\left(1 - \frac{A_0}{A_2}\right) = \frac{\bar{u}_0^2-\bar{u}_2^2}{2} - L_f \qquad (5.21)$$

Substituting $\bar{u}_2$ in terms of $\bar{u}_0$ using the following equation:

وبالتعويض عن $\bar{u}_2$ بدلالة $\bar{u}_0$ من المعادلة :

$$\bar{u}_2 = \left(\frac{A_0}{A_1} \; \bar{u}_0\right)^2$$

We obtain

نحصل على

$$\bar{u}_0^2 \left(\frac{A_0}{A_2}\right)\left(1 - \frac{A_0}{A_2}\right) = \left[\bar{u}_0 - \left(\frac{A_0}{A_1} \; \bar{u}_0\right)^2\right]/2 - L_f$$

$$L_f = \frac{\bar{u}_0^2}{2}\left(1 - \frac{A_0}{A_2}\right)^2 \qquad (5.22)$$

Equation (5.22) can be used to estimate the friction losses L_f in a sudden expansion of the pipe. Where $\bar{u}_0$ denotes the average velocity in the pipe of the smaller diameter.

وباستخدام المعادلة (5.22) نستطيع تخمين خسائر الاحتكاك L_f في توسيعة مفاجئة في مقطع الأنبوب , حيث كان $\bar{u}_0$ يمثل متوسط سرعة جريان المائع في الأنبوب الأصغر حجماً .

(b) Sudden Contraction in a Pipe Section

(ب) التضيقة المفاجئة في مقطع الأنبوب

Fig 5.9, shows how the flow area decreases as the fluid flows through a sudden contraction. It is noted that the contraction continues up to the smallest section known as ***vena contracta***, and then the area starts to increase approaching the smaller pipe diameter at point (2).

يتضح في الشكل 5.9 كيف تتناقص مساحة الجريان أثناء مرور المائع في تضيقة مفاجئة حيث يلاحظ استمرار التقلص إلى حد ***المقطع الأقلص*** ثم تبدأ مساحة الجريان بالازدياد لتصل إلى قدر الأنبوب الأصغر في النقطة (2) .

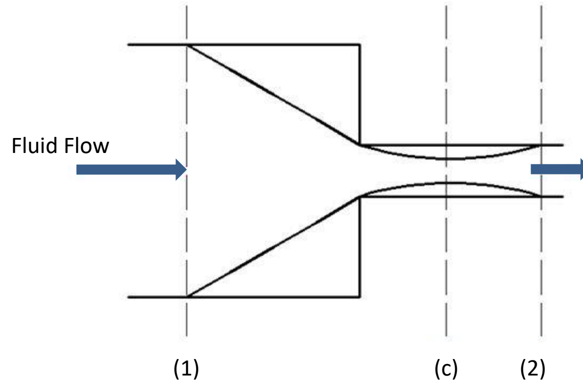


Fig 5.9 Sudden contraction

الشكل 5.9 التضيقة المفاجئة

In contrast to a sudden expansion, eddies are not formed here; therefore the friction losses are minimal. Applying the energy and momentum equations, we obtain an equation similar to equation (5.22), which is

وتكون خسائر الاحتكاك هنا ضئيلة لعدم نشوء دومات بقدر ما يحدث في التوسيعة المفاجئة. وبتطبيق معادلتي الطاقة والزخم نحصل على معادلة مماثلة للمعادلة (5.22) وهي

$$L_f = \frac{\bar{u}_2^2}{2}\left(1 - \frac{A_2}{A_c}\right)^2 \qquad (5.23)$$

We define the coefficient of contraction C_c as follows:

نعرف معامل التقلص C_c بالمعادلة الآتية :

$$C_c = \frac{A_c}{A_2} \qquad (5.24)$$

Substituting equation (5.24) into equation (5.23), we get

و بتعويض المعادلة (5.24) في المعادلة (5.23) نحصل على

$$L_f = \frac{\bar{u}_2^2}{2}\left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2 \qquad (5.25)$$

For values of the ratio (d_2/d_1), 0.0 to 1.0, the value of C_c ranges between 0.6 and 1.0. Close results for turbulent flow can also be obtained by the following empirical equation

و تتراوح قيمة C_c بين 0.6 و 1.0 وذلك عندما تتراوح نسبة (d_2/d_1) بين الصفر والواحد , كما وتوجد معادلة تجريبية تعطي نتائج مقاربة للمعادلة (5.25) للجريان الاضطرابي وهي

$$L_f = 0.55\left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)\frac{\bar{u}_2^2}{2} \qquad (5.26)$$

(c) Pipe Fittings and Valves

Many types of ***pipe fittings*** are used to join pipes in various industrial installations. Typical pipe networks consist of pipe branches available in widely varying sizes; therefore suitable standard fittings are required. Fig 5.10 shows a number of these fittings.

(ج) قطع تركيب الأنابيب والصمامات

يوجد عدد كبير **من** ***قطع تركيب الأنابيب*** تستخدم لربط الأنابيب بعضها ببعض في المصانع . وتضم عادة شبكة أنابيب المصنع تفرعات و تغيرات في الحجم عديدة مما يستوجب توفير قطع التركيب المتنوعة بحجوم قياسية تلائم حجوم الانابيب المختلفة ويلاحظ في الشكل 5.10 مجموعة من هذه القطع المتنوعة .



Fig 5.10 Pipe fittings

الشكل 5.10 قطع تركيب الأنابيب

Valves are used to regulate the fluid flow in pipes; this is done by changing the valve opening to control the flow rate. There are many types of valves, such as ***gate valves***, ***globe valves*** and ***check valves*** etc.. Some common valves are shown in fig 5.11.

تستخدم الصمامات لتنظيم جريان المائع في الأنبوب حيث يمكننا تغيير فتحة الصمام للتحكم بمعدل الجريان . وهنالك أنواع مختلفة من الصمامات مثل ***الصمام البوابي والصمام الكروي والصمام غير المرجع*** وغيرها . ويبين الشكل 5.11 بعض هذه الصمامات .

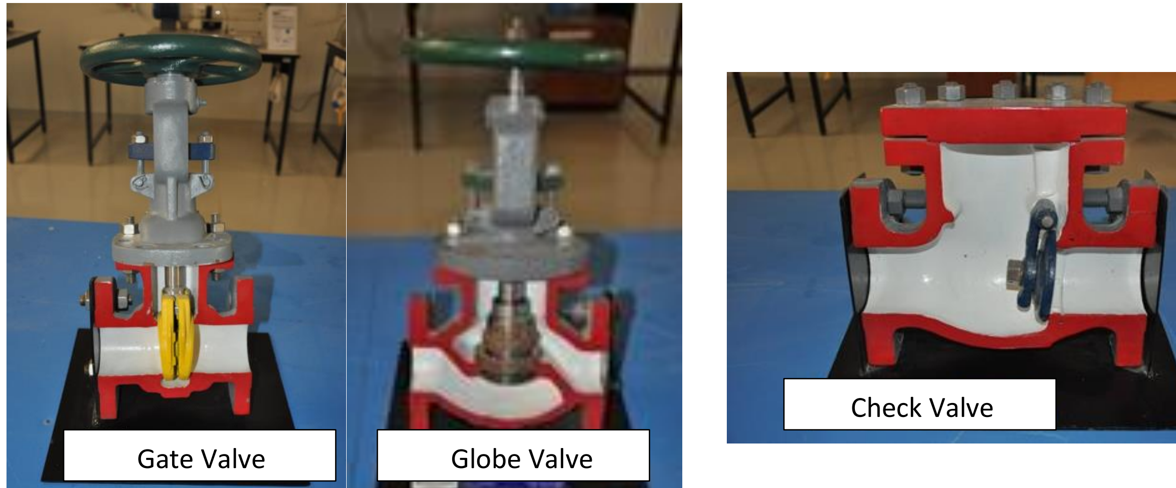


Fig 5.11 Common **v**alves

الشكل 5.11 الصمامات الشائعة

The presence of valves, or any type of pipe fittings, will obstruct the flow of the fluid and hence increase the friction losses. For example, an angled 90^0 short piece of pipe, known as a pipe bend, will increase the friction losses significantly. The friction losses can be estimated by the following equation

أن وجود الصمام أو قطعة الربط يعرقل جريان المائع في الأنبوب ويسبب خسائر احتكاك اضافية , ففي أنبوب قصير منحنى بزاوية 90 درجة مثلاً قد تزيد خسائر الاحتكاك في الحنية على ماهي في الانبوب المستقيم ويمكن حساب خسائر الاحتكاك في الصمام أو غيره من المعادلة الآتية

$$L_f = K_f \frac{\bar{u}^2}{2} \qquad (5.27)$$

where K_f is the ***friction loss factor*** taking values given in table 5.2 for turbulent flow, and $\bar{u}$ is the average velocity in the pipe.

حيث يمثل K_f ***معامل فقدان الطاقة*** الذي يتخذ القيم المبينة في الجدول 5.2 باعتبار الجريان اضطرابياً , وأن $\bar{u}$ هي متوسط السرعة في الأنبوب .

Another method to calculate the friction losses in valves and fittings is to add an equivalent length to the pipe length; this is to compensate for the valve or fitting. The friction losses are then calculated based on the new total length using equation (5.9). The approximate values of ***equivalent length*** for a valve or any other fitting are given in table 5.2 as (l_e/d); l_e denotes the equivalent length and d the diameter. The total friction losses are calculated by summing up the straight pipe losses plus the extra losses.

وهنالك طريقة اخرى لحساب خسائر الاحتكاك في الصمامات وقطع تركيب الأنابيب وهي اضافة طول إلى طول الأنبوب للتعويض عن الصمام مثلاً , ثم تحسب خسائر الاحتكاك في الانبوب والصمام في ضوء الطول الجديد بموجب المعادلة (5.9) . ويمكن الحصول على قيم تقريبية ***للطول المكافئ*** للصمام او غيره من الجدول 5.2 بصيغة (l_e/d) وهنا l_e يمثل الطول المكافئ و d هو قطر الانبوب . واذا كان المراد حساب خسائر الاحتكاك الكلية في منظومة انابيب فيجب اجراء الحسابات للانبوب المستقيم أولاً ثم تضاف له خسائر الاحتكاك الأخرى .

Fitting or Valve	(l_e/d)	K_f	قطعة التركيب او الصمام
45^0 elbow	17	0.35	حنية 45^0
90^0 elbow	35	0.75	حنية 90^0
Tee	50	1.0	قطعة تركيب على هيأة T
U bend	75	1.5	حنية مرجعة على هيأة U
Coupling	2	0.04	وصلة ربط
Union	2	0.04	وصيلة
Gate valve, fully opened	8	0.17	صمام بوابي مفتوح
Gate valve, half opened	160	4.5	نصف مفتوح
Globe valve, fully opened	320	6.0	صمام كروي مفتوح
Globe valve, half opened	475	9.5	نصف مفتوح
Non return ball valve (check valve)	150	2.2	صمام غير مرجع ذو كرة
Angle valve fully opened	150	2.0	صمام ذو الزاوية - مفتوح

Table 5.2 Equivalent length for turbulent flow in valves and fittings

الجدول 5.2 الطول المكافىء للجريان الاضطرابي في الصمامات و قطع تركيب الانابيب

Example 5.3

مثال 5.3

Fig 5.12 illustrates a tank containing water having density 10^3 kg/m^3 and viscosity 10^{-3} Ns/m^2. Estimate the required height H to maintain a flow rate of 7.96×10^{-3} m^3/s at point (2). All pipes are made of commercial steel.

يبين الشكل 5.12 خزاناً يحتوي مـاء كثافتـه 10^3 kg/m^3 و لزوجتـه 10^{-3} Ns/m^2 , فما الارتفاع H اللازم لتدفق الماء في النقطـة المرقمـة (2) بمعدل جريـان مقداره 7.96×10^{-3} m^3/s , علماً أن الأنابيب مصنوعة من الصلب التجاري .

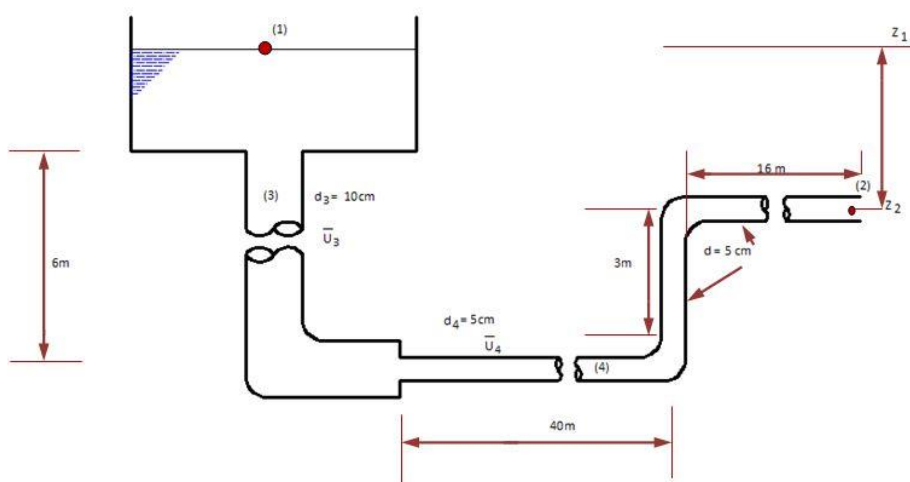


Fig 5.12

الشكل 5.12

Solution

الحل

Given:

المعلوم:

$\rho = 10^3$ kg/m^3, $\mu = 10^{-3}$ Ns/m^2 , $g = 9.81$ m/s^2 ,
$Q = 7.96 \times 10^{-3}$ m^3/s , $d_4 = 0.05$ m , $d_3 = 0.1$ m
Pipe length as shown in Fig 5.12

To calculate H, we assume the following

لايجاد H نفترض الاتي

(a) Steady flow
(b) Water is a single phase incompressible fluid
(c) No work is done

(ا) جريان مستقر
(ب) الماء مائع غير أنضغاطي أحادي الطور
(ت) المنظومة لاتنجز شغلاً خارجياً

It is evident in Fig 5.12 that:

يتضح من الشكل 5.12 أن :

$$H = z_1 - z_2$$

We apply the energy equation for the height between points (1) and (2)

نطبق معادلة الطاقة بين النقطتين (1) و (2)

$$g\,\Delta z + \frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha} + \int_1^2 v\,dP + W_s + \sum L_f = 0 \qquad (5.28)$$

$\sum L_f$ is the sum of the friction losses in the system, and we have:

و هنا $\sum L_f$ يمثل مجمل خسائر الاحتكاك في المنظومة , كما ان:

$$\int_1^2 v\,dP = v\,(P_2 - P_1) = \frac{P_2 - P_1}{\rho}$$

$$W_s = 0.0$$

Therefore the equation will be reduced to:

لذا نختزل المعادلة 5.28 إلى :

$$g\,(z_2 - z_1) + \frac{\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \sum L_f = 0 \qquad (5.29)$$

We also have:

و لدينا

$$\bar{u}_1 = 0.0$$

$$P_1 = P_2$$

Therefore:

اذن:

$$- H g + \frac{\bar{u}_2^2}{2\alpha} + \sum L_f = 0 \qquad (5.30)$$

We now calculate $\bar{u}_2$

و الان نحسب $\bar{u}_2$

$$A_2 = \frac{d_2^2}{4}\pi$$

$$A_2 = \frac{0.05^2}{4}\pi = 1.963 \times 10^{-3}\ m^2$$

$$\bar{u}_2 = Q/A = 7.96 \times 10^{-3}/1.963 \times 10^{-3}$$

$$\bar{u}_2 = 4.055\ m/s$$

We then calculate the friction losses $\sum L_f$ as follows

ثم نحسب خسائر الاحتكاك $\sum L_f$ على النحو الآتي

$$\sum L_f = L_{f1} + L_{f2} + L_{f3} + L_{f4} + L_{f5} + L_{f6}$$

Friction losses have to be calculated for six different sections and then added up.

اذ توجد ستة أجزاء ينبغي حساب خسائر الاحتكاك في كل جزء منها على انفراد ثم جمعها.

(a) Friction losses in the contraction from A_1 to A_2. We use equation (5.26)

(ا) خسائر الاحتكاك في التقلص الحاصل من مساحة المقطع A_1 إلى مساحة مقطع الانبوب A_2 . نستخدم المعادلة (5.26)

$$L_f = 0.55\left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)\frac{\bar{u}_2^2}{2}$$

$$\bar{u}_3 = Q/A_3 = \frac{4 \times 7.95 \times 10^{-3}}{0.1^2\ \pi} = 1.013\ m/s$$

The ratio (A_3/A_1) is assumed to be equal to zero, because the tank area A_1 is very large, therefore

ولآن مساحة مقطع الخزان A_1 كبيرة جداً لذا يمكن اعتبار المقدار (A_3/A_1) يساوي الصفر , أذن

$L_{f1} = 0.55\ (1- 0.0)\ (1.013^2)/2 = 0.282$ J/kg

(b)The friction losses in pipe (3)

(ب) خسائر الأحتكاك في الأنبوب المرقم (3)

To determine the flow regime, we calculate the Reynolds number:

يستلزم تحديد نمط الجريان , لذا نحسب رقم رينولدز :

$$Re = \frac{\rho\ d_3 \bar{u}_3}{\mu} = (10^3 \times 0.1 \times 1.013)/10^{-3}$$

$$Re = 101300$$

This indicates that the flow is turbulent, thus we use equation (5.9) to estimate L_{f2}

وهذا يدل أن الجريان أضطرابي , لذا سنستخدم المعادلة (5.9) لحساب L_{f2}

$$L_f = 4f\ \frac{l}{d}\ \frac{\bar{u}^2}{2} = 4f \frac{l_3}{d_3}\ \frac{\bar{u}_3^2}{2}$$

We obtain the magnitude of e from table 5.1 which is equal to 4.6×10^{-5}, then we find f from fig 5.7, the value is based on:

نوجد قيمة e من الجدول 5.1 وهي (4.6×10^{-5}) ثم قيمة f من الشكل 5.7 باعتبار :

$$e/d = 4.6 \times 10^{-5}/0.1 = 4.6 \times 10^{-4}$$

We have Re = 101300, giving value for f equal to about 0.005

ورقم رينولد (Re = 101300) مما يعطي قيمة f بحدود 0.005

Thus

أذن

$$L_{f2} = 4 \times 0.005 \times (6/0.1)\ (1.013^2)/2$$

$$L_{f2} = 0.615 \text{ J/kg}$$

(c) Friction losses L_{f3} in the bend attached to pipe (3)

(ج) خسائر الاحتكاك L_{f3} في الحنية المثبتة في الأنبوب (3)

We apply equation (5.27)

نطبق المعادلة 5.27

$$L_{f3} = K_f \frac{\bar{u}^2}{2}$$

Using table 5.2 we find that K_f is equal to 0.75

قيمة K_f من الجدول 5.2 تساوي 0.75

$$L_{f3} = 0.75 \frac{1.013^2}{2} = 0.385 \text{ J/kg}$$

(d) Friction losses in the reduction from diameter 10 cm to 5 cm

(د) خسائر الاحتكاك L_{f4} في التضيقة من قطر 10 cm إلى 5 cm

$$L_{f4} = 0.55 \left(1 - \frac{A_4}{A_3}\right) \frac{\bar{u}_4^2}{2}$$

$$L_{f4} = 0.55 \left(1 - \frac{d_4}{d_3}\right) \frac{\bar{u}_4^2}{2}$$

$$\bar{u}_4 = \bar{u}_2 = 4.055 \text{ m/s}$$

$$L_{f4} = 0.55 \left(1 - \frac{0.05}{0.1}\right) (4.055^2)/2$$

$$L_{f4} = 2.261 \text{ J/kg}$$

(e) Friction losses L_{f5} in the pipe 5 cm

(ه) خسائر الاحتكاك L_{f5} في الأنبوب 5cm

$$Re = \frac{\rho\, d_4 \bar{u}_4}{\mu} = (10^3 \times 0.05 \times 4.055)/10^{-3}$$

$$Re = 202750$$

$$e/d = (4.6 \times 10^{-5})/0.05 = 0.00092$$

Value of f given in Fig 5.7 is about 0.0053. The total length of the pipe is

قيمة f من الشكل 5.7 هي زهاء 0.0053 , طول الأنبوب الكلي هو

$$40 + 3 + 16 = 59 \text{ m}$$

$$L_{f5} = 4 \times 0.0053 \times (59/0.05)\,(1.013^2)/2$$

$$L_{f5} = 130.3 \text{ J/kg}$$

(f) Friction losses in the two bends attached to pipe 5cm

(و) خسائر الاحتكاك في الحنيتين المتصلة بالأنبوب 5 cm

$$L_{f6} = 2\left(K_f\,\frac{\bar{u}^2}{2}\right)$$

We have $K_f = 0.75$, the value is from table 5.2

لدينا من الجدول 5.2 , $K_f = 0.75$

$$L_{f6} = 2 \times 0.75 \times 4.055^2/2$$

$$L_{f6} = 12.33 \text{ J/kg}$$

$$\Sigma L_f = 0.282 + 0.615 + 0.385 + 2.261 + 130.3 + 12.33$$

$$\Sigma L_f\ 146.173 = \text{J/kg}$$

Considering (α = 1), we substitute in equation (5.30):

والآن نعوض في المعادلة (5.30) باعتبار (α =1) :

$$- H \times 9.81 + (4.055^2)/(2 \times 1) + 146.173 = 0$$

$$\therefore H = \underline{15.738 \text{ m}}$$

Comment

If a pipe includes valves and fittings, we can add the equivalent lengths to the pipe length and calculate the friction losses using equation (5.9).

ملاحظة

في حالة وجود قطع تركيب وصمامات في انبوب واحد فيمكن جمع الاطوال المكافئة مع طول الانبوب ثم تقويم خسائر الاحتكاك على اساس الطول الكلي باستخدام المعادلة (5.9) .

Exercise

If the tank contained petroleum liquid of specific gravity 0.87 and a gate valve is fixed at the end of the piping system, what will be the value of H?

تمرين

اذا كان السائل في الخزان نفطاً كثافته النسبية 0.87 وثبت صمام بوابي في نهاية منظومة الانابيب , فما قيمة H ؟

5.5.4 Incompressible Flow in a Pipe Network

In the following example, we will show how the energy equation is applied to a system of three tanks connected by a pipe network.

5.5.4 الجريان غير الانضغاطي في الأنابيب المتشعبة

سنوضح تطبيق معادلة الطاقة على منظومة تتألف من ثلاثة خزانات مرتبطة بشبكة أنابيب في المثال الآتي .

Example 5.4

Fig 5.13 shows petroleum liquid flowing from storage tank A to point D through a pipe having diameter 0.12 m and length 120 m. D is the junction where a pipe of diameter 0.075 and length 60 m, transports the liquid to tank B. The level of the liquid in tank B is lower than that in tank A by 16 m. A third pipe, diameter 0.06 and length 40 m, branches of point D to tank C. The level of liquid in C is lower than that in A by 24 m. Calculate the volumetric flow rate in each pipe assuming the Fanning friction factor f = 0.01 and consider the density of the liquid to be equal to 860 kg/m^3 and the viscosity equal to 0.7 mNs/m^2.

مثال 5.4

يجري سائل نفطي من الخزان A إلى نقطة تشعب الأنابيب D خلال أنبوب قطره 0.12 m و طوله 120 m كما مبين في الشكل 5.13 , ويتفرع من النقطة D أنبوب قطره 0.075 m وطوله 60 m متصلاً بخزان B حيث يكون مستوى النفط فيه أوطأ عما هو في الخزان A بمقدار 16 m , ويتفرع كذلك أنبوب ثالث من النقطة D قطره 0.06 m وطوله 40 m متصلاً بالخزان C الذي يكون مستوى النفط فيه أوطأ عما هو عليه في الخزان A بمقدار 24 m . أحسب معدل الجريان الحجمي في الأنابيب الثلاثة مفترضاً قيمة معامل فاننك للاحتكاك (f = 0.01) علماً ان كثافة السائل 870 kg/m^3 و لزوجته 0.7 mNs/m^2 .

Given: المعلوم :

$l_1 = 120$ m, $l_2 = 60$ m, $l_3 = 40$ m

$d_1 = 0.12$ m, $d_2 = 0.075$ m, $d_3 = 0.06$ m

$f = 0.01$, $\mu = 0.7 \times 10^{-3}$ Ns/m^2, $\rho = 870$ kg/m^3

$g = 9.81$ m/s^2

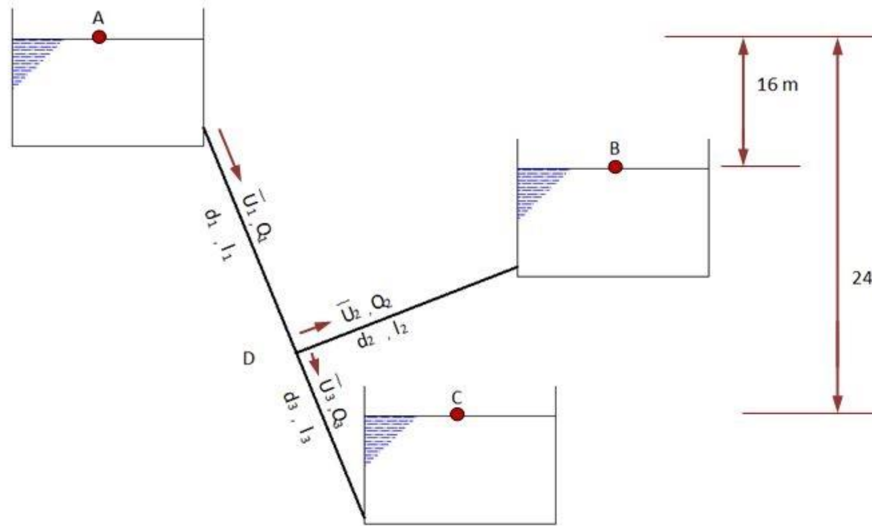


Fig 5.13 الشكل 5.13

To calculate Q_1, Q_2, Q_3, we assume

(a) Steady incompressible flow
(b) No work done
(c) Turbulent flow
(d) Disregarding friction in the branching point
(e) Disregarding the Kinetic energy because the velocity is low

Obviously, the liquid will flow from point D to the two tanks B and C. This is due to the fact that tank A is higher than the other two tanks. There are three unknowns, $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$ and $\bar{u}_3$, thus three equations are required. **First:** we apply the energy equation to the flow from A to B

لايجاد Q_1, Q_2, Q_3 نفترض

(أ) جريان غير انضغاطي مستقر
(ب) المنظومة لا تنجز شغلاً
(ت) جريان اضطرابي
(ث) نهمل خسائر الاحتكاك في نقطة التشعب

(ج) نهمل الطاقة الحركية , لأن سرعة الجريان المتوقعة منخفضة

من الواضح ان السائل سيجري من النقطة D إلى الخزانين B و C لأن الخـزان A أعلـى منهمـا و يقتضـي ايجـاد ثـلاث معـادلات للحـل وذلـك لوجـود ثلاثـة مجاهيـل هـي $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$, $\bar{u}_3$,

أولاً : نطبق معادلة الطاقة على الجريان من A إلى B

$$\frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha} + \int_1^2 v\, dP + g\, \Delta z + \sum L_f = 0$$

$$\frac{\bar{u}_B^2 - \bar{u}_A^2}{2} + \frac{P_B - P_A}{\rho} + (z_B - z_A) + \sum L_f = 0$$

The pressure acting on the two tanks is atmospheric pressure, therefore:

وبما ان الضغط المسلط على الخزانين يساوي الضغط الجوي لذا :

$$P_A = P_B$$

We also have:

وكذلك لدينا:

$$z_A - z_B = 16$$

$$\frac{\bar{u}_B^2 - \bar{u}_A^2}{2} = 0$$

$$\therefore \sum L_f = 4f\, \frac{l_1}{d_1}\, \frac{\bar{u}_1^2}{2} + 4f\, \frac{l_2}{d_2}\, \frac{\bar{u}_2^2}{2}$$

Substituting in the energy equation

نعوض في معادلة الطاقة

$$-16\, g + 4f \left(\frac{l_1}{d_1}\, \frac{\bar{u}_1^2}{2} + \frac{l_2}{d_2}\, \frac{\bar{u}_2^2}{2} \right) = 0$$

$$16 \times 9.81 = 4 \times 0.001 \left(\frac{120}{0.12}\, \frac{\bar{u}_1^2}{2} + \frac{60}{0.075}\, \frac{\bar{u}_2^2}{2} \right.$$

$$16 - 2.0387 \bar{u}_1^2 - 1.6310\, \bar{u}_2^2 = 0 \qquad \text{(I)}$$

Second: we apply the energy equation to the flow from A to C, and going through the same steps we obtain the following equation:

ثانياً : نطبق معادلة الطاقة على الجريان من A إلى C و باتباع نفس الخطوات السابقة سنحصل على المعادلة الآتية :

$$24 - 2.0837\, \bar{u}_1^2 - 1.3592\, \bar{u}_3^2 = 0 \qquad \text{(II)}$$

<u>Third</u>: the continuity equation gives:

<u>ثالثاً</u> : لدينا من معادلة الأتصال ما هو آت :

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$\frac{\pi}{4} d_1^2 \ \bar{u}_1 = \frac{\pi}{4} d_2^2 \ \bar{u}_2 + \frac{\pi}{4} d_3^2 \ \bar{u}_3$$

$$\bar{u}_1 = (d_2/d_1)^2 \ \bar{u}_2 + (d_3/d_1)^2 \ \bar{u}_3$$

$$\therefore \bar{u}_1 = (0.075/0.12)^2 \ \bar{u}_2 + (0.06/0.12)^2 \ \bar{u}_3$$

$$\bar{u}_1 - 0.3906 \ \bar{u}_2 - 0.2500 \ \bar{u}_3 \qquad \text{(III)}$$

Solving equations (I), (II) and (III) will provide values for $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$ and $\bar{u}_3$. From equation (I), we have:

ونتيجة حل المعادلات (I) و (II) و (III) سنحصل على قيم $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$, $\bar{u}_3$, فمن المعادلة (I) :

$$\bar{u}_2 = \sqrt{9.81 - 1.25 \ \bar{u}_1^2} \qquad \text{(IV)}$$

and from equation (II):

و من المعادلة (II) :

$$\bar{u}_3 = \sqrt{17.657 - 1.5 \ \bar{u}_1^2} \qquad \text{(V)}$$

Substituting in equation (III) gives

و بالتعويض في المعادلة (III) ينتج

$$\bar{u}_1 - [\ 0.3906 \times \sqrt{9.81 - 1.25 \ \bar{u}_1^2}\ ] - [0.25 \sqrt{17.657 - 1.5 \ \bar{u}_1^2}\ ] = 0 \qquad \text{(VI)}$$

Equation (VI) can be solved by trial and error. The method is based on guessing values for $\bar{u}_1$ and conducting the calculations repeatedly. The result is obtained when the two sides of the equation are equal or close in value. Let us assume:

يمكن حل المعادلة (VI) بطريقة التجربة والخطأ وذلك باختيار قيم معينة للسرعة $\bar{u}_1$ التي بموجبها يتساوى طرفا المعادلة , فمثلاً سنختار القيمة :

$$\bar{u}_1 = 1.9 \text{ m/s}$$

We calculate the left hand side of equation (VI)

نحسب قيمة الطرف الايسر للمعادلة (VI)

$$1.9 - [0.3906 \times \sqrt{9.81 - 1.25 \times 1.9^2}] - [0.25 \times \sqrt{17.657 - 1.5 \times 1.9^2}]$$

$$= 1.9 - 0.8990 - 0.874$$

$$= 0.1263$$

The value 0.1263 of the left hand side of the equation is not close to the value of the right hand side which is 0; hence we will choose another value for the velocity, let is consider:

من الواضح أن قيمة الطرف الأيسر 0.1263 هي بعيدة نوعاً ما عن الصفر الذي يمثل الطرف الأيمن للمعادلة , وعليه سنختار قيمة أخرى للسرعة و لتكن:

$$\bar{u}_1 = 1.9 \text{ m/s}$$

And calculate the value of the left hand side of the equation again; we get

ثم نحسب قيمة الطرف الأيسر مرة ثانية حيث نحصل على

$$\bar{u}_1 = 1.8 \text{ m/s}$$

We note that the correct value of velocity $\bar{u}_1$ is between 1.9 and 1.8 and we will consider 1.82. The left hand side of equation (VI) will be:

والان يتضح ان قيمة السرعة $\bar{u}_1$ الحقيقية هي بين 1.9 و 1.8 لنفرضها 1.82 . الطرف الأيسر للمعادلة (VI) سيصبح يساوي :

$$1.82 - 0.9300 - 0.8905$$

$$= - 0.0005$$

The number obtained is close to 0 and therefore we consider the velocity equal to 1.82 m/s. We will now substitute in equation (VI) to find $\bar{u}_2$:

والمقدار الأخير قريب من الصفر , لذا سنعتبر قيمة السرعة تساوي 1.82 m/s , نعوض في المعادلة (IV) فنحصل على قيمة السرعة $\bar{u}_2$:

$$\bar{u}_2 = \sqrt{9.81 - 1.25 \times 1.82^2}$$

$$\bar{u}_2 = 2.381 \text{ m/s}$$

We then substitute in equation (V):

ثم نعوض في المعادلة (V) :

$$\bar{u}_3 = \sqrt{17.657 - 1.5 \times 1.82^2}$$

$$\bar{u}_3 = 3.562 \text{ m/s}$$

Finally we calculate the flow rate in each pipe

واخيراً نحسب معدل الجريان في كل أنبوب

$$Q_1 = (\pi/4)\, d_1^2\, \bar{u}_1$$

$$= (\pi/4)\, 0.12^2 \times 1.8 = \underline{0.0206 \text{ m}^3/\text{s}}$$

$$Q_2 = (\pi/4)\, d_2^2\, \bar{u}_2$$

$$= (\pi/4)\, 0.075^2 \times 2.381 = \underline{0.0105 \text{ m}^3/\text{s}}$$

$$Q_3 = (\pi/4)\, d_3^2\, \bar{u}_3$$

$$= (\pi/4)\, 0.06^2 \times 3.562 = \underline{0.0101 \text{ m}^3/\text{s}}$$

Exercise

We can now check the flow regime in the three pipes to ensure that it was turbulent. We can also check the value of the kinetic energy to show its magnitude is small and our assumption was correct. Furthermore, the answer can be checked by applying the continuity equation to calculate Q_1 using ($Q_1 = Q_2 + Q_3$). The new Q_1 is then compared to the answer 0.0206 m^3/s. The above mentioned checks are to be done as an exercise. It is worth noting that the pipe network analysis is considered essential for the design of water distribution systems. Computer is now used effectively and extensively in this field.

تمرين

يمكن الان اجراء تدقيق لتعين نمط الجريان في الأنابيب الثلاثة و ذلك لاثبات كونه اضطرابياً . كما يمكن حساب الطاقة الحركية لاثبات ضآلة مقدارها , ويمكن ايضاً التأكد من صحة الجواب بتطبيق معادلة الاتصال , أي حساب Q_1 من المعادلة ($Q_1 = Q_2 + Q_3$) ومقارنة قيمته بالقيمة المحسوبة وهي 0.0206 m^3/s , وسنترك هذه الخطوات كتمرين للقارئ . وتجدر الاشارة الى ان تحليلات شبكات الانابيب تعد اساسا لتصميم منظومات توزيع المياه . وتستخدم الحاسبات الالكترونية بشكل واسع لحل مثل هذه المسائل .

Repeat the calculations of the above example using Excel.

أعد حل المثال اعلاه مستخدما برنامج اكسل .

5.5.5 The Time Required to Drain Liquid from a Storage Tank

In the following example, we will show how to develop an equation to estimate the time required for draining a certain quantity of liquid from a tank.

5.5.5 حساب الزمن اللازم لتفريغ كمية من السائل موجودة في خزان

سنوضح طريقة اشتقاق معادلة لحساب الزمن اللازم لتفريغ كمية معينة من السائل الموجودة في خزان من خلال أنبوب في المثال الآتي :

Example 5.5

A cylindrical storage tank, 200 m^2 cross section area, contains water to a depth of 6 m. The tank is drained through a pipe, 200 m in length, attached to the bottom. Calculate the time required for the water level to drop 2 m. consider (f =0.008)

مثال 5.5

خزان اسطواني الشكل مساحة قاعدته 200 m^2 يحتوي ماء بعمق 6 m الذي يفرغ من خلال انبوب افقي قطره 0.1 m وطوله 200 m مثبت قرب قعره . احسب الزمن اللازم لانخفاض مستوى سطح الماء في الخزان بمقدار 2 m علماً أن (f = 0.008)

Solution

To compute the time required for the level to drop 2 m we assume

1. Incompressible and turbulent flow in the pipe
2. Disregard friction losses in the pipe entrance

الحل

لايجاد الزمن اللازم لانخفاض مستوى الماء بمقدار 2 m نفترض ان

1. الجريان في الأنبوب هو جريان غير انضغاطي واضطرابي
2. تهمل خسائر الاحتكاك في مدخل الانبوب

Obviously the level of the liquid changes with time, therefore we will assume it is H' at any given time. We then apply the energy equation to points (1) and (2) of Fig 5.14.

المعلوم ان مستوى سطح السائل في الخزان هو متغير مع تغيرات الزمن لذا نفترض انه يعلو بمقدار H' في أي لحظة كانت , ثم نطبق معادلة الطاقة بين النقطتين (1) و (2) الموضحتين في الشكل 5.14

$$g\,\Delta z + \frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha} + \int_1^2 v\,dP + Ws + \sum L_f = 0$$

For turbulent flow, we can write:

لدينا الجريان الاضطرابي :

$$\alpha = 1$$

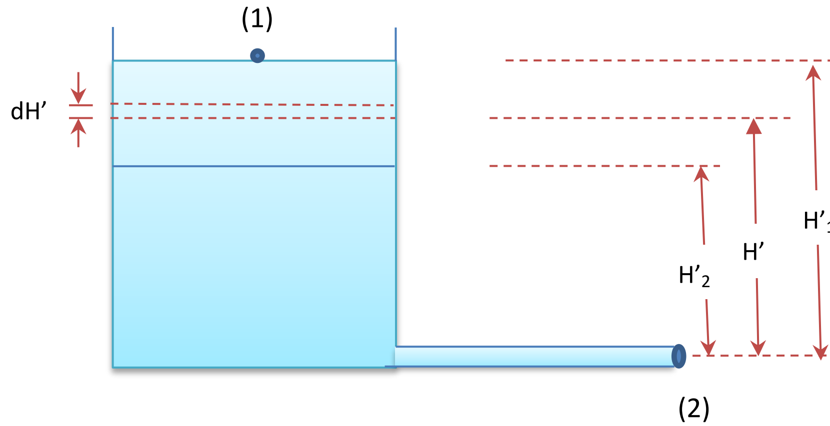


Fig 5.14 الشكل 5.14

The pressure at (1) is equal to that at (2), therefore the energy equation will be reduced to:

كما أن الضغط في النقطة (1) يساوي الضغط في النقطة (2) لذا نختصر معادلة الطاقة إلى:

$$\frac{\Delta \bar{u}^2}{2} + g\,\Delta z + L_f = 0$$

أيضاً لدينا معلوم في أي لحظة:

We also have, at any given time:

$$\bar{u}_1 = 0$$

$$\Delta z = 0 - H' = -H'$$

The velocity in the pipe is $\bar{u}_2$

والسرعة في الأنبوب تساوي $\bar{u}_2$

The friction losses L_f in the pipe are estimated by:

و تعطى خسائر الاحتكاك L_f التي تخص الأنبوب من :

$$L_f = 4f \frac{l}{d} \frac{\bar{u}^2}{2}$$

Substituting in the energy equation:

نعوض في معادلة الطاقة :

$$\frac{\bar{u}_2^2}{2} - g H' + 4f \frac{l}{d} \frac{\bar{u}_2^2}{2} = 0$$

$$\bar{u}_2 = \sqrt{\frac{2gH'}{1+\frac{4fl}{d}}} \qquad (a)$$

The quantity of water drained in time dt is $(\frac{dH' A_1}{dt})$, where A_1 is the cross section area of the tank; hence:

وأن كمية الماء المفرغة في زمن قدره dt **تساوي** $(\frac{dH' A_1}{dt})$ حيث A_1 هي مساحة مقطع الخزان ; اي ان:

$$\frac{dH' A_1}{dt} = \bar{u}_2 \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\therefore dt = \frac{A_1}{\bar{u}_2 \frac{\pi d^2}{4}} dH' \qquad (b)$$

Substituting $\bar{u}_2$, given in equation (a), into equation (b):

نعوض عن $\bar{u}_2$ من المعادلة (a) في المعادلة (b) :

$$dt = \frac{A_1}{\sqrt{[\frac{2gH'}{1+\frac{4fl}{d}}]}\,[\frac{\pi d^2}{4}]} dH'$$

$$dt = \frac{A_1}{(\pi/4)d^2} \sqrt{(1+\frac{4fl}{d})/2g} \quad (H')^{-1/2}\, dH'$$

Integrating the above equation:

الآن نكامل المعادلة :

$$\int_0^t dt = \left(\frac{A_1}{(\pi/4)d^2}\right)\sqrt{\left(1+\frac{4\,fl}{d}\right)/2g}\;\int_{H'2}^{H'1}(H'^{-1/2})\,dH$$

$$t = 2\left(\frac{A_1}{(\pi/4)d^2}\right)\sqrt{\left(1+\frac{4\,fl}{d}\right)/2g}\;[(H'_1)^{1/2} - (H'_2)^{1/2}] \qquad (5.31)$$

Substituting in equation (5.30A) for known quantities will give the required time.

نعوض في المعادلة (5.30A) عن القيم المعلومة لإيجاد الزمن المطلوب .

$$t = 2 \times 200 \times 4/\pi\ (0.1^2)\ \sqrt{[1+ 4 \times 0.008(200/0.1)]/(2 \times 9.81)}(6^{1/2} - 4^{1/2})$$

$$t = 75841.03\ s = \underline{21\ hrs}$$

Comment

If the density and viscosity are known, The Reynolds number can be evaluated to check the flow is actually turbulent.

ملاحظة

يمكن حساب رقم رينولدز (إذا كان معلوماً كل من كثافة السائل و لزوجته) لتدقيق كون الجريان اضطرابياً .

5.6 Velocity Distribution in Pipes

5.6 توزيع السرعة في الأنابب

5.6.1 Velocity Distribution for Laminar flow

Let us consider an incompressible fluid flowing in a horizontal small length of pipe l, as shown in Fig 5.15. We assume the flow is steady, one dimensional and laminar; also, the fluid is Newtonian. The control volume is to be considered as a cylindrical element, inside the pipe, with radius r_1 and length Δx.

5.6.1 توزيع السرعة للجريان الانسيابي

لنتخذ جزء من أنبوب أفقي طوله l يجري فيه مائع غير إنضغاطي كما هو مبين في الشكل 5.15 , ونفترض المائع مائعاً نيوتونياً يجري باتجاه واحد جرياناً أنسيابياً و مستقراً . نتخذ حجم التحكم للمائع في داخل الأنبوب كجسيم أسطواني نصف قطره r_1 و طوله Δx .

For steady flow, the net force ΣF acting on the control volume is equal to zero, that is:

ففي حالة الاستقرار يصبح مجمل القوى ΣF المؤثرة في جسيم المائع المتمثل بحجم التحكم يساوي الصفر , أي :

$$\Sigma F = 0 \qquad (5.31)$$

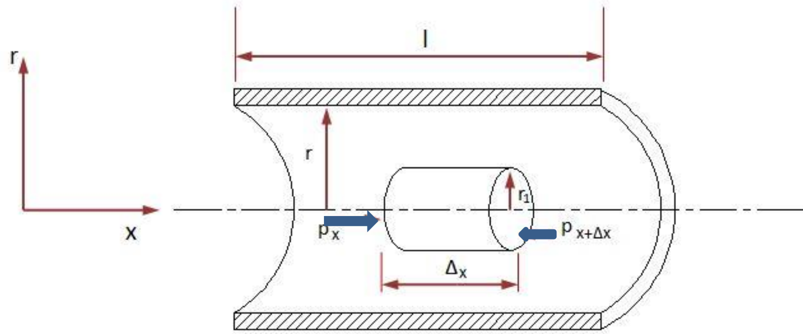


Fig 5.15 Control volume in a pipe

الشكل 5.15 حجم التحكم في الأنبوب

The forces are the pressure force, acting on the ends of the fluid element, and the shear force, acting on the surface area. In Fig 5.15 we have the net force given by:

وأن القوى المؤثرة هي تلك الناجمة عن الضغط التي تؤثر في نهايتي جسيم المائع و قوى القص التي تؤثر في المساحة السطحية. ففي الشكل 5.15 لدينا صافي القوى :

$$\Sigma F = F_{px} - F_{p(x+\Delta x)} + F_s = 0 \qquad (5.32)$$

Where F_{px} and $F_{p(x+\Delta x)}$ are the pressure forces and F_s is the shear force. Equation (5.32) can be written as follows:

حيث F_{px} و ($F_{p(x+\Delta x)}$) هما قوتا الضغط و F_s هي قوة القص . ويمكننا كتابة المعادلة (5.32) على النحو الآتي :

$$P_x \times \pi r_1^2 - P_{x+\Delta x} \times \pi r_1^2 + \tau_{r1} \times 2 \pi r_1 \Delta x = 0 \quad (5.33)$$

τ_{r1} denotes the shear stress at the surface of the control volume.

يمثل الرمز τ_{r1} اجهاد القص عند سطح حجم التحكم.

$$\therefore \tau_{r1} = [(P_x - P_{x+\Delta x})/ \Delta x] \; (r_1/2) \quad (5.34)$$

If the flow in the pipe is ***fully developed***, the ***pressure gradient*** will be constant, hence:

واذا كان الجريان في الأنبوب ***تام التكوين*** يكون ***تدرج الضغط*** ثابت المقدار , أي أن :

$$\tau_{r1} = (P_x - P_{x+\Delta x}) / \Delta x = - \Delta P_f / l \quad (5.35)$$

Substituting in equation (5.34), we obtain:

وبالتعويض في المعادلة (5.34) نحصل على :

$$\tau_{r1} = \frac{-\Delta P_f}{2\,l} \; r_1 \quad (5.36)$$

Equation (5.36) indicates that the shear stress is proportional to the radius. The maximum value of shear will be at the wall when ($r_1 = r$). Substituting in Newton's law of viscosity; in this case the law is:

و يتضح من المعادلة (5.36) ان اجهاد القص يتناسب طردأ مع نصف القطر , ويبلغ أقصى قيمة عند الجدران أي عندما يكون ($r_1 = r$) . وبالتعويض بدلالة قانون نيوتن للزوجة وهو في هذه الحالة :

$$\tau_{r1} = - \mu \frac{du_x}{dr_1} \quad (5.37)$$

u_x is the velocity at distance x in the pipe. Combining equations (5.36) and (5.37) will give:

حيث يمثل u_x السرعة عند أي نقطة تبعد x في الأنبوب وبدمج المعادلتين (5.36) و (5.37) نحصل على :

$$-\mu \frac{du_x}{dr_1} = \frac{-\Delta P_f}{2\,l} r_1$$

or

أو

$$\frac{du_x}{dr_1} = \frac{-\Delta P_f}{2\,\mu\,l} r_1 \qquad (5.38)$$

Integrating equation (5.38):

و بمكاملة المعادلة (5.38) نحصل على :

$$u_x = \frac{-\Delta P_f}{4\,\mu\,l} {r_1}^2 + C \qquad (5.39)$$

The velocity at the pipe wall is zero, that is, ($u_x = 0$) when ($r_1 = r$); we can therefore evaluate the integration constant as follows:

و بما ان السرعة تساوي صفراً عند جدران الأنبوب أي أن ($u_x = 0$) وذلك عندما ($r_1 = r$) فيمكننا تقييم ثابت التكامل كالآتي :

$$0 = -\frac{-\Delta P_f}{4\,\mu\,l} r^2 + C$$

$$\therefore C = \frac{-\Delta P_f}{4\,\mu\,l}\ r^2 \qquad (5.40)$$

Substituting C in equation (5.39):

و بالتعويض عن قيمة C في المعادلة (5.39) نحصل على معادلة توزيع السرعة في الأنبوب كالآتي :

$$u_x = \frac{-\Delta P_f}{4\,\mu\,l}\ (r^2 - {r_1}^2)$$

In another format, the equation will be

أو بصيغة أخرى

$$u_x = \frac{-\Delta P_f}{4\,\mu\,l} r^2 \left[1-\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] \qquad (5.41)$$

Equation (5.41) indicates clearly that the velocity distribution for laminar flow in a pipe is ***parabola*** shaped, as shown in Fig 5.16.

و يتضح من المعادلة (5.41) أن توزيع السرعة للجريان الطباقي في الأنبوب هو على شكل ***قطع مكافئ*** , كما هو مبين في الشكل 5.16

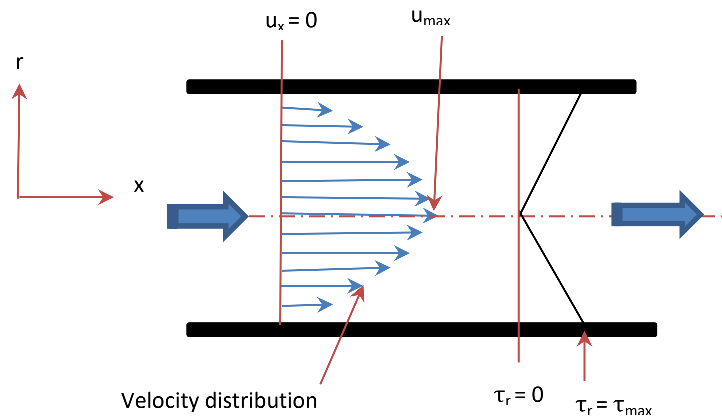


Fig 5.16 Velocity and momentum distribution for laminar flow in a pipe

الشكل 5.16 توزيع السرعة و الزخم للجريان الانسيابي في أنبوب

We can evaluate the average velocity across the section of a pipe using equation (4.63):

و بتطبيق المعادلة (4.63) يمكننا ايجاد متوسط السرعة عبر مقطع الأنبوب من

$$\bar{u} = (1/A)\int_A u_x \, dA$$

$$A = \pi\, r_1^2, \quad \therefore dA = 2\,\pi\, r_1\, dr_1$$

$$\bar{u} = \frac{1}{\pi\, r^2}\int_0^r u_x \;\; 2\pi\, r_1 \;\, dr_1 \qquad (5.42)$$

Substituting for u_x, defined in equation (5.41), into equation (5.42), then integrating we will obtain:

الآن نعوض عن u_x من المعادلة (5.41) في المعادلة (5.42) و نكاملها :

$$\bar{u} = \frac{(-\Delta P_f)\, r^2}{8\,\mu\, l} = \frac{(-\Delta P_f)\, d^2}{32\,\mu\, l} \qquad (5.43)$$

Equation (5.43) is known as the ***Hagen Poiseuille equation***; it is used to calculate the pressure drop, or to estimate the velocity for laminar flow, as indicated in section 5.4.1.

و تمثل المعادلة (5.43) ***معادلة هاكن – بوزيل*** التي يمكن استخدامها لحساب مقدار هبوط الضغط أو تخمين السرعة للجريان الانسيابي كما اشرنا إليه في الفقرة 5.4.1 .

We can apply equation (5.41) to estimate the maximum velocity u_{max} along the central line of the pipe where (r = 0), so

ونستطيع ايجاد السرعة القصوى u_{max} على امتداد الخط المركزي للانبوب باستخدام المعادلة (5.41) , علماً أن (r = 0) في مركز الأنبوب , لذا

$$u_{max} = \frac{(-\Delta P_f)\, r^2}{4\,\mu\, l} \qquad (5.44)$$

Combining equations (5.43) and (5.44) we obtain:

و بدمج المعادلتين (5.43) , (5.44) نحصل على :

$$\bar{u} = \frac{u_{max}}{2} \qquad (5.45)$$

Equation (5.45) shows that the average velocity of laminar flow in a pipe is equal to half the maximum velocity, measured along the central line.

تبين المعادلة (5.45) ان متوسط السرعة للجريان الطباقي في الأنبوب يساوي نصف السرعة القصوى التي نستطيع قياسها على امتداد خط المركز .

Dividing equation (5.41) by equation (5.44) will provide another form of the velocity distribution equation, which is:

وبتقسيم المعادلة (5.41) على المعادلة (5.44) نحصل على صيغة ثانية لمعادلة توزيع السرعة و هي :

$$\frac{u_x}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \qquad (5.46)$$

Example 5.5

مثال 5.5

A ***capillary tube*** is used to measure the flow rate of a liquid with density 875 kg/m^3 and viscosity 1.13 x 10^{-3} N/m^2. The diameter of the tube is 2.22 mm and its length is 317 mm. If the pressure drop in the tube is equivalent to a water head of 65.5 mm, calculate the flow rate, ignoring the effect of friction at the ends of the tube. The density of water is 996 kg/m^3.

يستخدم ***انبوب شعري*** قصير لقياس معدل جريان سائل كثافته 875 kg/m^3 ولزوجته 1.13 x 10^{-3} Ns/m^2 فاذا كان قطر الانبوب 2.22 mm وطوله 317 mm و كان مقدار هبوط الضغط يكافئ عموداً من الماء ارتفاعه 65.5 mm احسب معدل الجريان مهملاً تأثير الاحتكاك في نهايتي الانبوب علما ان كثافة الماء 996 kg/m^3

Solution

الحل

μ = 1.13 x 10^{-3} Ns/m^2, ρ = 875 kg/m^3, ρ_{water} = 996 kg/m^3

l = 0.317 m, d = 2.22 x 10^{-3} m, h_f = 0.0655 m, g = 9.81 m/s^2

We apply the Hagen-Poiseuille equation to evaluate the velocity:

نستخدم معادلة هاكن- بوزيل لايجاد السرعة :

$$\bar{u} = \frac{(-\Delta P_f)\, d^2}{32\, \mu\, l}$$

$$-\Delta P_f = h\, \rho\, g$$

$$-\Delta P_f = 0.0655 \times 996 \times 9.81 = 640 \text{ N/m}^2$$

Substituting:

و بالتعويض

$$\bar{u} = \frac{640}{32 \times 1.13 \times 10^{-3} \times 0.317}\ 2.22 \times 10^{-3}$$

$$\bar{u} = 0.275 \text{ m/s}$$

$Q = \bar{u}\ \pi\ d^2/4 = 0.275 \times (\pi/4) \times 2.22 \times 10^{-3}$

$Q = \underline{1.066 \times 10^{-6}\ m^3/s}$

$Re = 875 \times 2.22 \times 10^{-3} \times 0.275/ 1.13 \times 10^{-3}$

$Re = 473$

The low value of Reynolds number indicates that the flow is laminar, and therefore the use of Hagen-Poiseuille is justified.

يبين رقم رينولدز على ان الجريان انسيابي حيث يصح استخدام معادلة هاكن – بوزيل .

Exercise

A liquid (density 1190 kg/m^3 and viscosity 0.0046 Ns/m^2) flows at a rate 12 ml/s through a horizontal 4.1 mm diameter tube. Determine the pressure drop per m, unit length.

تمرين

يجري سائل كثافته 1190 kg/m^3 ولزوجته 0.0046 Ns/m^2 في انبوب افقي قطره 4.1 mm بمعدل 12 ml/s , احسب هبوط الضغط في كل متر من طول النبوب.

5.6.2 Velocity Distribution for Turbulent Flow

We mentioned earlier that, turbulent flow is the prevailing and important flow in pipes and industry. The mechanism of turbulence was not explained in detail because the topic will be covered in chapter 11. However, the reader can easily now determine the flow regime. The mathematical analysis to yield a ***velocity profile*** equation for turbulent flow is very complex, but there are a number of empirical equations that can be used, and one of these is the ***Blausius equation***, which is:

5.6.2 توزيع السرعة للجريان الأضطرابي

كنا قد أشرنا سابقاً أن الجريان الاضطرابي هوالسائد والأهم في الانابيب التي تنقل الموائع في المؤسسات الصناعية , ورغم أننا لم نتطرق إلى ميكانيكية الجريان الاضطرابي بالتفصيل حيث سنتناولها في الفصل الحادي عشر , الا أنه أصبح واضحاً للقارىء طريقة تحديد نمط الجريان . وفيما يخص ***توزيع السرعة*** فلن يتوصل العلماء إلى تحليل رياضي دقيق له والسبب يعود الى صعوبة حل المعادلات , ولكن هناك معادلات تعتمد على التجارب المختبرية منها ***معادلة بلاوسيوس*** وهي :

$$\frac{u_x}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^{1/7} \qquad (5.47)$$

Applying equation (5.42) will give the average velocity:

و من المعادلة (5.42) نجد أن متوسط السرعة هو :

$$\bar{u} = \frac{1}{A}\int_A u_x \, dA$$

$$\bar{u} = \frac{1}{\pi r^2}\int_0^r u_x \, 2\pi \, r_1 \, dr_1$$

Substituting u_x from equation (5.47)

نعوض عن u_x من المعادلة (5.47)

$$\bar{u} = \frac{1}{\pi r^2}\int_0^r u_{max} \left(1 - \frac{r_1}{r}\right)^{\frac{1}{7}} 2\pi \, r_1 \, dr_1$$

Note: to simplify the integration, you can take $(r - r_1 = y)$; this is left as an exercise.

ملاحظـة : يمكن اعتبـار $(r - r_1 = y)$ و ذلك لتسـهيل مهمـة اجراء المكاملة التي تترك كتمرين للدارس.

Integration gives:

وناتج التكامل هو :

$$\bar{u} = 0.82 \, u_{max} \qquad (5.48)$$

Combining equations (5.47) and (5.48) will provide the velocity distribution equation for turbulent flow in pipes:

وبدمج المعادلتين (5.47) و (5.48) نتوصل إلى معادلة توزيع السرعة التي تعنى بالجريان الاضطرابي في الأنابيب :

$$\frac{u_x}{\bar{u}} = (1/0.82) \left(1 - \frac{r_1}{r}\right)^{1/7}$$

or

أو

$$\frac{u_x}{\bar{u}} = 1.22 \left(1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^{1/7} \qquad (5.49)$$

Fig 5.17 illustrates the velocity distribution curves for turbulent flow and for ***laminar or streamline flow.***

يوضح الشكل 5.17 منحنياً يخص توزيع السرعة للجريان الاضطرابي ***والجريان الطباقي أو الأنسيابي*** .

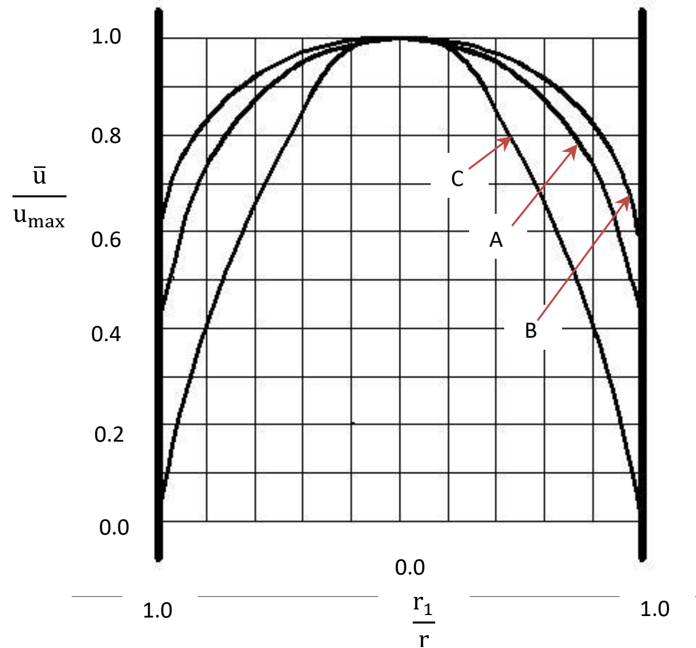


Fig 5.17 Velocity profile for flow in pipes

[A & B, turbulent flow profiles and C is laminar]

الشكل 5.17 منحنيات توزيع السرعة للجريان في الأنابيب

[A و B منحنيات تخص الجريان الاضطرابي و C منحني يعنى بالجريان الطباقي]

5.7 Friction Losses in Non-circular Conduits

5.7 خسائر الاحتكاك في القنوات غير دائرية المقطع

The equations developed for circular pipes can be used to estimate the friction losses in ***non-circular conduits*** by applying the concept of ***hydraulic mean diameter*** d_h instead of the pipe diameter d. d_h defined as follows:

يمكن تخمين خسائر الاحتكاك لجريان المائع في ***القنوات غير دائرية المقطع*** باستخدام نفس معادلات الانبوب اذا استخدم ***متوسط القطر الهيدروليكي*** للقناة d_h بدلاً من قطر الأنبوب d ويعرف d_h كالآتي :

$$d_h = 4 \text{ x} \frac{\text{Cross section area of the conduit}}{\text{Wetted perimeter of the conduit}} \qquad (5.50)$$

(4 x مساحة مقطع القناة مقسومة على محيط القناة المبلل بالمائع)

If we consider a pipe as an example:

فمثلاً للأنبوب :

$$d_h = 4\,(\pi\, d^2/4)/(\pi\, d) = d$$

For a rectangular duct-cross section area (a x b):

وللقناة المستطيلة المقطع - مساحة مقطعها (a x b) :

$$d_h = 4 \times (a \times b)/(2a + 2b) \qquad (5.51)$$

For flow between two ***concentric pipes*** known as ***annular flow***, the diameter of the larger pipe is d_1 and that for the smaller one d_2

وللجريان مابين ***أنبوبين متمركزين*** الذي يدعى ***الجريان الحلقي*** قطر الأنبوب الأكبر ي d_1 و الأصغر d_2

$$d_h = 4\,[\,(\pi/4\;\; d_1^2) - (\pi/4\;\; d_2^2)]/(\,\pi\, d_1^2 + \pi\, d_2^2)$$

$$d_h = d_1 - d_2 \qquad (5.52)$$

Exercise

تمرين

Derive an equation to calculate the mean hydraulic diameter for a duct with a right – angled triangular cross section.

اشتق معادلة لحساب متوسط القطر الهايدروليكي لقناة مقطعها مثلث قائم الزاوية.

5.8 Flow of Non-Newtonian Fluids in Circular Pipes

5.8 جريان الموائع غير النيوتونية في الأنابيب دائرية المقطع

In section 5.3, we studied the difference between Newtonian and non-Newtonian fluids; we also mentioned some types of non-Newtonian fluids. Based on the effect of time on viscosity, we noticed two main types of non-Newtonian fluids, namely, ***time independent*** and ***time dependent***. We will now investigate the flow of some important fluids in pipes and show how to estimate the pressure drop.

كنا قد بحثنا في الفقرة 5.3 الفرق بين الموائع النيوتونية وغير النيوتونية وبينا بعض أنواع الموائع غير النيوتونية . ونستنتج مما مر تبيانه أن الموائع غير النيوتونية تخضع لصنفين رئيسين , وذلك حسب تأثر اللزوجة بالزمن , وهما : ***موائع غير معتمدة على زمن*** و ***موائع معتمدة على زمن*** . وسندرس فيما يلي جريان بعض الموائع المهمة في الأنابيب ونبين كيف يحسب هبوط الضغط فيها .

5.8.1 Streamline Flow for a Non-Newtonian Time-Independent Fluid

The data regarding non-Newtonian flow in pipes are typically plotted as a distinct curve. Fig 5.18 illustrates one of these curves; where shear stress τ_w is plotted on the vertical axis, and the group ($\frac{8\,\bar{u}}{d}$) on the horizontal axis.

5.8.1 الجريان الأنسيابي لمائع غير نيوتوني غير معتمد على الزمن

يرسم عادة منحنى لتدوين المعلومات المتعلقة بجريان الموائع غير النيوتونية في الأنابيب . ويبين الشكل 5.18 مثل هذا المنحنى حيث يمثل الأحداثي الرأسي إجهاد القص عند جدران الأنبوب τ_w و يمثل الأحداثي الأفقي المجموعة ($\frac{8\,\bar{u}}{d}$) .

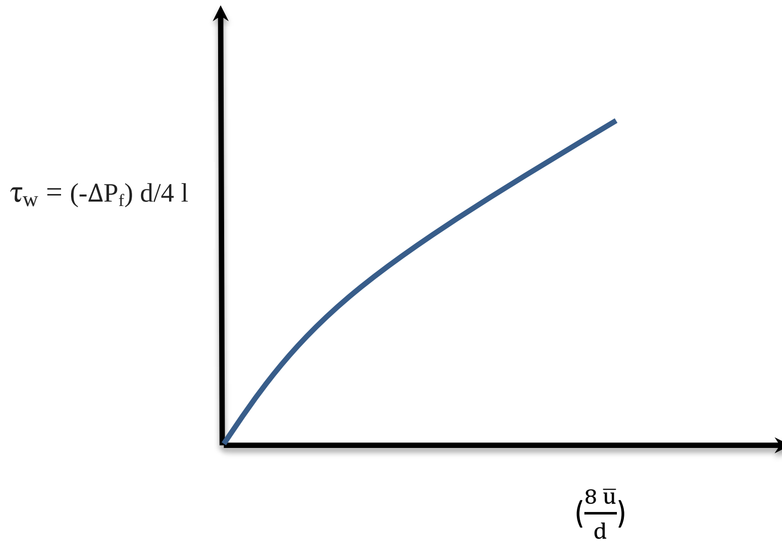


Fig 5.18 Stream line flow for a non-Newtonian fluid that follows a power law

الشكل 5.18 الجريان الانسيابي لمائع غير نيوتوني يتبع معادلة ذات قوة جبرية

For a fluid that follows an ***algebraic power law***, we can then write the following relationship:

وأذا اعتبرنا المائع مائعاً يتبع في سلوكه ***معادلة ذات قوة جبرية*** سنجد العلاقة التي تمثل الجريان الأنسيابي :

$$\frac{(-\Delta P_f\,)\,d}{4\,l} = K'\,(\frac{8\,\bar{u}}{d}\,)^{n'} \qquad (5.52)$$

If the data are plotted on a ***logarithmic scale***, n′ will then be the slope of the line; K′ being a constant having the units $N.s^{n'}/m^2$. It can be noted that if the value of n′ is equal to one, the fluid will be Newtonian; if n′ is less than one, the fluid will be one of ***Bingham's plastics***. K′ is known as the ***consistency factor***; for a Newtonian fluid it will simply be equal to the viscosity μ. Equation (5.52) can be written in the following format

حيث n′ هو ميل الخط عندما ترسم المعلومات على ***احداثيين لوغارثميين*** . و K′ ثابت وحداته $N.s^{n'}/m^2$. ويلاحظ أنه حين تكون قيمة n′ تساوي واحداً فالمائع هو مائع نيوتوني و اذا كان n′ أصغر من واحد فهو من ***لدائن بنكهام*** . ويمثل K′ ***معامل التجانس*** الذي يصبح مساوياً للزوجة μ في حالة يكون المائع مائعاً نيوتونياً . ويمكن كتابة المعادلة (5.52) بالصيغة

$$\frac{(-\Delta P_f)\, d}{4\, l} = K' \left(\frac{8\,\bar{u}}{d}\right)^{n'-1} \left(\frac{8\,\bar{u}}{d}\right) \qquad (5.53)$$

In the case of streamline flow for a Newtonian fluid, equation (5.53) becomes

ففي حالة الجريان الانسيابي لمائع نيوتوني تصبح المعادلة (5.53) كالاتي

$$\frac{(-\Delta P_f)\, d}{4\, l} = \mu \left(\frac{8\,\bar{u}}{d}\right) \qquad (5.54)$$

By comparing equation (5.53) to equation (5.54) we can define the ***apparent viscosity*** μ_a for a non-Newtonian fluid as follows:

وبمقارنة المعادلتين (5.53) و (5.54) نتمكن من تعريف ***اللزوجة الظاهرية*** μ_a لمائع غير نيوتوني كالآتي :

$$\mu_a = K' \left(\frac{8\,\bar{u}}{d}\right)^{n'-1} \qquad (5.55)$$

Accordingly, we can write a Reynolds number Re_N for a non-Newtonian fluid:

وبناء على ذلك نعرف رقم رينولدز للمائع غير النيوتوني Re_N بالمعادلة الآتية :

$$Re_N = \frac{\rho\,\bar{u}\,d}{\mu_a} \qquad (5.56)$$

Substituting μ_a given in equation (5.55) into equation (5.56), we obtain:

وبـالتعويض عـن μ_a مـن المعادلـة (5.55) فـي المعادلـة (5.56) نحصل على :

$$Re_N = \frac{\rho\, \bar{u}\, d}{K' \left(\frac{8\,\bar{u}}{d}\right)^{n'-1}}$$

$$Re_N = \frac{\rho\, \bar{u}^{2-n'}\, d^{n'}}{K'\, 8^{n'-1}} \qquad (5.57)$$

Fanning friction factor f_N for such flow is defined by the following equation:

و يعرف معامل احتكاك فانتك f_N لمثل هذا الجريان بالمعادلة :

$$f_N = \frac{16}{Re_N} \qquad (5.58)$$

We can now estimate the pressure drop $(-\Delta P_f)$ by applying the following equation:

والآن نسـتطيع تخمـين مقـدار هبـوط الضـغط $(-\Delta P_f)$ مـن المعادلة الآتية :

$$(-\Delta P_f) = 4\, f_N\, \frac{l}{d}\, \rho\, \frac{\bar{u}^2}{2} \qquad (5.59)$$

We now have two equations to calculate the pressure drop; these are (5.52) and (5.59).

وهكـذا اصـبح لـدينا طريقتـان لحسـاب هبـوط الضـغط , همـا باستخدام المعادلة (5.52) أو المعادلة (5.59) .

5.8.2 Pressure Drop for Turbulent Flow of a Time-independent non-Newtonian Fluid

5.8.2 هبـوط الضـغط للجريـان الاضـطرابي لمـائع غيـر نيوتوني غير معتمد على الزمن

For turbulent flow, Reynolds number depends

في حالة الاضطراب يعتمد رقم رينولدز على خواص المائع

on the non-Newtonian fluid properties. ***Dodge*** and ***Metzner*** did some research on turbulent non-Newtonian flow in smooth pipes. They developed an empirical equation and plotted the data as a Fanning friction factor f_N vs Reynolds number Re_N, see Fig 5.19.

غيـر النيوتـوني . وقـد قـام الباحثـان ***دودج و متزنـر*** بدراسـة تفصيلية اشتقا على اسسها معادلـة تخص الجريـان الاضطرابي للموائـع غيـر النيوتونيـة خـلال الانابيـب الملسـاء . وقـد رُسـم مخطـط لمعامل الاحتكاك فاننك f_N ضـد رقم رينولدز Re_N باستخدام معادلة دوج و متزنر . أنظر الشكل 5.19 .

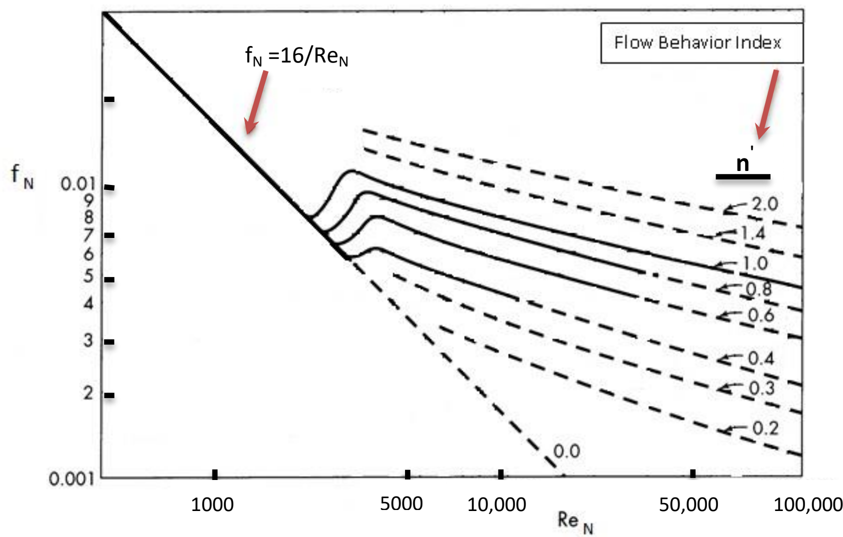


Fig 5.19 Friction factor for a time-independent non-Newtonian fluid

الشكل 5.19 مخطط معامل الاحتكاك لمائع غير نيوتوني غير معتمد على زمن

After finding the value for f_N from the chart, the pressure drop $(-\Delta P_f)$ is calculated using equation (5.59). The chart can't be used for ***rough pipes***, because of the lack of data for the effect of roughness on the friction factor. However, up to date studies are available in literature.

وبعـد ايجـاد f_N مـن المخطـط يحسـب هبـوط الضـغط $(-\Delta P_f)$ باستخدام المعادلة (5.59) . ولايمكن استخدام المخطط لحساب فرق الضغط في ***الأنابيب الخشنة*** لعدم توفر معلومات عن تأثير خشونة السطح على معامل الاحتكاك , الا انه يمكن الاطلاع على دراسات حديثة لهذا الموضوع .

5.8.3 Velocity Distribution

In the case of flow for a non-Newtonian fluid that follows a power algebraic equation, the power equation can be combined with ($\tau = \frac{(-\Delta P_f)\, d}{4\, l}$) to develop the velocity distribution; this is left for an exercise, see problem 5.14.

5.8.3 توزيع السرعة

في حالة جريان مائع لا نيوتوني يتبع معادلة ذات قوة جبرية , فيمكن استخدام المعادلة ذات القوة الجبرية و المعادلة ($\tau = \frac{(-\Delta P_f)\, d}{4\, l}$) لاشتقاق توزيع السرعة التي اعدت كتمرين للقارئ , أنظر المسألة 5.14 .

Example 5.6

A non-Newtonian fluid follows a power equation. It flows in a smooth pipe of length 30.5 m and diameter 0.0508 m. The average velocity of the fluid is 6.10 m/s and the density is 961 kg/m^3. If (n' = 0.3) and (K' = 2.744) calculate the pressure drop in the pipe.

مثال 5.6

يجري مائع غير نيوتوني يتبع معادلة ذات قوة جبرية في انبوب أملس طوله 30.5 m وقطره الداخلي 0.0508 m بمتوسط سرعة 6.10 m/s فاذا علمت ان كثافة الماء 961 kg/m^3 وأن (n' = 0.3) و (K' = 2.744) احسب هبوط الضغط في الأنبوب .

Solution

الحل

Given:

المعلوم:

$\bar{u}$ = 6.10 m/s , l = 30.5 m , d = 0.0508 m

K' = 2.744 N.s$^{n'}$/m^2 , n' = 0.3 , ρ = 961 kg/m^3

To calculate ($-\Delta P_f$) , we assume

(a) One-dimensional flow
(b) Steady incompressible flow

لحساب ($-\Delta P_f$) نفترض

(أ) جريان باتجاه واحد
(ب) جريان غير انضغاطي ومستقر

We calculate Reynolds number using equation (5.57)

نحسب أولاً قيمة رقم رينولدز باستخدام المعادلة (5.57)

$$Re_N = \frac{\rho\, \bar{u}^{2-n'}\, d^{n'}}{K'\, 8^{n'-1}}$$

Re_N = [961 x $(6.10)^{(2-0.3)}$ x $(0.0508)^{0.3}$] / [2.47 x $(8^{1.3-1})$]

Re_N = 13280

For Re = 13280, the flow is turbulent, and using Fig 5.18 we find ($f_N \approx 0.0032$)

و لقيمة رقم رينولدز 13280 يكون الجريان اضطرابياً , لـذا نجـد قيمـة f_N مـن المخطـط 5.18 وهـي بحـدود 0.0032

We now estimate ($-\Delta P_f$) using equation (5.59)

والآن نحسب قيمة ($-\Delta P_f$) باستخدام المعادلة(5.59)

$$(-\Delta P_f) = 4\, f_N \frac{l}{d} \rho \frac{\bar{u}^2}{2}$$

$$(-\Delta P_f) = 4 \times 0.0032 \times (30.5/0.0508) \times 961 \times (6.10/2)$$

$$(-\Delta P_f) = \underline{137.4\ kN/m^2}$$

5.9 Water Hammer

5.9 الطرق المائي

If a valve in a pipeline is suddenly closed for a short period of time, the disturbance in flow will cause a pressure wave which will travel along the whole length of the pipe. The wave may well be accompanied by a loud noise known as a ***water hammer***. There will also be a change in density and pressure of the fluid. The pressure rise due to closing a valve depends on the duration of closing; it may get to a value that causes the pipe wall to rupture. This pressure can be estimated as follows:

عندما يغلق صمام في أنبوب بشكل مفاجيء لفترة زمنية قصيرة جداً (لحظة) يحدث تغير في استقرارية جريان المائع مما يؤدي إلى نشوء موجة ضغط تجتاح الأنبوب باكمله . وقد يصحب الموجة ضجيج يسمى ***الطرق المائي*** اضافة إلى تغير في الكثافة والضغط . يعتمد مقدار الضغط النـاجم عـن غلـق الصـمام علـى فتـرة الغلـق , واذا ازداد مقداره عن مستوى معين فانـه سيؤدي إلـى كسـر وتمـزق جدار الأنبوب بسبب الاجهادات الفائقـة . ويمكـن حسـاب مقدار هذا الضغط كالآتي :

Mass of fluid in the pipe = (ρ l A)

كتلة المائع في الأنبوب تساوي (ρ l A)

Pipe length = l

طول الأنبوب = l

Cross section area = A

مساحة مقطعه = A

Deceleration of the fluid = $\frac{d\bar{u}}{dt}$

تباطؤ المائع = $\frac{d\bar{u}}{dt}$

Deceleration force = $(\rho\ l\ A)\frac{d\bar{u}}{dt}$

القوة الناجمة عن تباطؤ المائع = $(\rho\ l\ A)\frac{d\bar{u}}{dt}$

Pressure force = P . A

قوة الضغط = P . A

Force balance yields:

و بموازنة القوة نحصل على :

$$P = \rho\ l\ \frac{d\bar{u}}{dt} \qquad (5.60)$$

Note that the ***wave speed*** is equal to the ***speed of sound*** in the fluid. Therefore equation (5.60) can be integrated, for closing the valve at a certain time, between the limits 0 and (l/c), where c denotes the speed of sound; the integration gives:

و تجدر الاشارة إلى أن ***سرعة الموجة*** تساوي ***سرعة الصوت*** في المائع , وعليه يمكن مكاملة المعادلة (5.60) في حالة غلق الصمام في لحظة من الزمن بين الصفر و (l/c) حيث c يمثل سرعة الصوت , فتصبح المعادلة :

$$P = \rho\ l\ \frac{\bar{u} - 0}{l/c}$$

$$P = \rho\ \bar{u}\ c \qquad (5.61)$$

Equation (5.61) provides the value of pressure caused by the sudden closure of a valve fixed in a flow system. To ensure that the closure is sudden, we calculate the time based on the fact that the wave will leave the valve at the speed of sound and return to it at the same speed. The time is therefore calculated using (t = 2 l/c). If the actual time is longer than the calculated one, another formula is used to estimate the pressure, which is:

تعطي المعادلة (5.61) مقدار الضغط المتولد نتيجة غلق صمام مثبت في انبوب منظومة الجريان . ويمكن التحقق من ان غلق الصمام مفاجئ أو غير ذلك بعد حساب الزمن على اساس ان موجة الضغط تنطلق من الصمام المغلق بسرعة الصوت ثم تعود إليه بنفس السرعة , لذا يحسب الزمن باستخدام (t = 2 l/c) فاذا كان زمن غلق الصمام اطول من ذلك فلا يعد الغلق مفاجئاً وعندئذ تستخدم معادلة اخرى لحساب الضغط هي :

$$P = \rho\ l\ \frac{\Delta\bar{u}}{\Delta t} \qquad (5.62)$$

Exercise

A pipe line, 200 m long and 18 inch diameter, carrying petroleum liquid at the rate of 0.62 m^3/s. If the valve, fixed at the end of the pipe is closed in 10 s, calculate the pressure rise. The specific gravity of the liquid is 0.897 and the speed of sound in the liquid is 1207 m/s.

تمرين

انبوب طوله 200 m وقطره 18 inch مثبت في نهايته صمام . اذا كان سائل نفطي يجري فيه بمعدل $0.62\ m^3/s$. احسب مقدار ارتفاع الضغط عند غلق الصمام خلال 10 s . علما ان الكثافة النسبية للمائع 0.897 وسرعة الصوت في السائل 1207 m/s .

5.10 Selection of Pipe Size

The diameter of a pipes used in industry varies from millimeters to more than a meter. The ***optimum pipe size***, used to transport a certain fluid, is determined by balancing the cost of the pipe with the cost of pumping. If a small size is selected, the cost of the pipe will decrease but the cost of pumping will increase due to friction, see Fig 5.20. Commercial pipes are available in different sizes to suit the industry. The ***nominal size*** is normally quoted; this is an approximate diameter. It is closer to the outer diameter for larger pipes and closer to the inner diameter for small pipes. Sizes are available in inches as well as in meters, and charts are used to help select the optimum size rather than perform calculations.

5.10 اختيار حجم الأنبوب الملائم

تستخدم في المصانع انابيب تتراوح اقطارها مابين بضع مليمترات إلى أكثر من متر , ويتم اختيار ***حجم الانبوب الأمثل*** لنقل مائع معين في المصنع بعد اجراء موازنة بين سعر الأنبوب و كلفة الضخ . حيث يعني اختيار انبوب كبير الحجم زيادة في السعر واذا اختير انبوب أصغر حجماً فسيخفض السعر و لكن تزداد كلفة ضخ المائع في الانبوب بسبب الاحتكاك , انظر الشكل 5.20 . وتتوفر الانابيب التجارية باحجام مناسبة ويذكر عادة ***الحجم الأسمي*** للانبوب وهو قطر الانبوب التقريبي ولا يشترط ان يساوي القطر الداخلي أو الخارجي . وفي الانابيب الكبيرة الحجم يقترب الحجم الاسمي إلى القطر الداخلي . ومازالت احجام الانابيب القياسية تعطى بالانج اضافة الى المتر كما تتوفر مخططات لتعيين الحجم الأمثل بدلاً من اجراء حسابات تعتمد على المعادلات الاقتصادية .

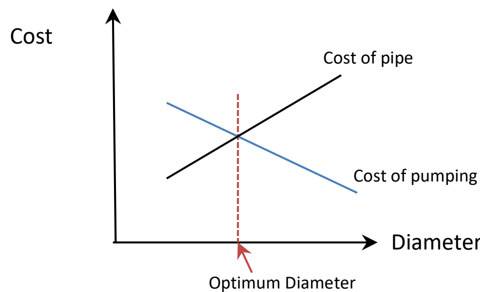


Fig 5.20 **الشكل 5.20**

Exercise

Search the Internet for pipe-size tables.

تمرين

ابحث في الانترنت عن مخططات لحجوم الانابيب .

5.11 Symbols

5.11 الرموز

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Area	L^2	m^2	A	المساحة
Speed of sound	LT^{-1}	m/s	c	سرعة الصوت
Constant	--	--	C	ثابت
Coefficient of contraction	--	--	C_c	معامل القص
Diameter of pipe	L	m	d	قطر الانبوب
Mean hydraulic diameter	L	m	d_h	متوسط القطر الهيدروليكي
Roughness of surface	--	--	e	خشونة سطح الانبوب
Fanning friction factor	--	--	f	معامل احتكاك فانتك
Friction factor of non-Newtonian fluid	--	--	f_N	معامل الاحتكاك لمائع لانيوتوني
Moody friction factor	--	--	f’	معامل احتكاك مودي
Force	MLT^{-2}	N	F	القوة
Pressure force	MLT^{-2}	N	F_P	قوة الضغط
Shear force	MLT^{-2}	N	F_s	قوة القص
Mass flow rate	MT^{-1}	kg/s	G	معدل الجريان الكتلي
Acceleration due to gravity	LT^{-2}	m/s^2	g	التعجيل الجاذبي
Friction head	L	m	h_f	عمود الضغط بسبب الاحتكاك
Consistency factor	--	$N.s^{n'}/m^2$	K’	معامل التجانس
Energy loss factor due to friction	--	--	k_f	معامل فقدان الطاقة بسبب الاحتكاك
Pipe length	L	m	l	طول الانبوب
Friction losses	L^2T^{-2}	J/kg	L_f	خسائر الاحتكاك
Mass	M	Kg	m	الكتلة
Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	P	الضغط
Pressure drop	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	$-\Delta P_f$	هبوط الضغط
Volumetric flow rate	L^3T^{-1}	m^3/s	Q	معدل الجريان الحجمي
Radius	L	m	r	نصف القطر
Radius of fluid element	L	m	r_1	نصف قطر جسيم المائع
Reynolds number	--	--	Re	رقم رينولدز
Reynolds number for a non-Newtonian fluid	--	--	Re_N	رينولدز لمائع غير نيوتوني
Time	T	s	t	الزمن
Average velocity	LT^{-1}	m/s	$\bar{u}$	متوسط السرعة
Velocity fluctuation	LT^{-1}	m/s	u’	مقدار تراوح السرعة
Maximum velocity	LT^{-1}	m/s	u_{max}	السرعة القصوى
Specific volume	L^3M^{-1}	m^3/kg	v	الحجم النوعي
The three dimensions	--	--	z,y,x	الابعاد الثلاثة
Viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ	اللزوجة
Apparent viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ_a	اللزوجة الظاهرية
Friction factor	--	--	$\varnothing$	معامل الاحتكاك
density	ML^{-3}	kg/m^3	ρ	الكثافة

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Shear Stress	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	τ	اجهاد القص
Maximum shear stress value	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	τ_{max}	اقصى قيمة لاجهاد القص
Shear stress at the radius	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	τ_{r1}	اجهاد القص عند نصف القطر
Shear stress at the wall	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	τ_w	اجهاد القص عند الجدران

5.12 Problems

5.12 مسائل

g = 9.81 m/s^2
ρ_{water} = 10^3 kg/m^3, μ_{water} = 10^{-3} Ns/m^2

5.1 A petroleum liquid, specific gravity 0.850, is flowing in a smooth pipe of diameter 0.28 m. The velocity of the liquid is 3 m/s and the kinematic velocity is 5.56 x 10^{-6}. Calculate the friction losses for each kilometer of the pipe.

5.1 سائل نفطي كثافته النسبية 0.850 يجري في انبوب املس قطره 0.28 m بسرعة مقدارها 3 m/s فاذا كان مقدار اللزوجة الكينماتية للسائل 5.56 x 10^{-6} m^2/s احسب خسائر الاحتكاك في كل كيلو متر من الانبوب .

5.2 The difference in water level of two storage tanks is 2.2 m. The diameter of the pipe connecting the two tanks is 0.073 and its length is 18 m. Estimate the volumetric flow rate for the water running in the pipe. Fanning friction factor = 0.008.

5.2 اذا كان الفرق في مستوى الماء في خزانين يساوي 2.2 m وكان انبوب قطره 0.073 m و طوله 18 m يوصل بين الخزانين , فما مقدار الجريان الحجمي للماء في الأنبوب ؟ علماً بأن معامل احتكاك فاننك يساوي 0.008 .

5.3 A petroleum liquid, specific gravity 0.705 and viscosity 0.5 mN.s/m^2, is pumped through 0.15 m diameter pipeline. If the pipeline is 2 km long, the flow rate is 0.04 m^3/s and the roughness of the surface is 0.004 cm, calculate the pressure drop due to friction.

5.3 يضخ سائل نفطي كثافته النسبية 0.705 ولزوجته 0.5 mN.s/m^2 في انبوب قطره 0.15 m و طوله 2 km بمعدل 0.04 m^3/s , فاذا كانت خشونة سطح الانبوب 0.004 cm احسب مقدار الهبوط في الضغط بسبب الاحتكاك.

Ans ج
316.9 kPa

5.4 A liquid, density 801 kg/m^3 and viscosity 1.49 cp, is flowing in a horizontal pipe at a velocity of 4.5 m/s. If the diameter of a steel pipe is 2½ in, and its length is 65 m

(a) Calculate the friction losses
(b) Calculate the friction losses if the pipe is considered as a smooth pipe. Determine the percentage decrease in friction losses.

5.4 يجري سائل كثافته 801 kg/m^3 ولزوجته 1.49 cp في انبوب افقي بسرعة 4.5 m/s , فاذا كان قطر الانبوب المصنوع من الصلب يساوي 2 ½ in وطوله 65 m

(أ) احسب خسائر الاحتكاك
(ب) احسب خسائر الاحتكاك لجريان السائل في انبوب املس بنفس المواصفات ثم بين نسبة انخفاض خسائر الاحتكاك

5.5 A pipeline transports oil between two cities 10 km apart at the rate of 795 m^3/day. If the pressure gauge at the inlet of the second pumping station reads 862 kPa, what will be the pressure at the exit of the first pumping station as gauge pressure? The second station is 17.4 m higher than the first one. Given:

5.5 انبوب ينقل النفط بين مدينتين لمسافة 10 km بمعدل 795 متراً مكعباً في اليوم . فاذا كان مقياس الضغط الكائن في مدخل محطة الضخ الثانية يقرأ 862 kPa , فما الضغط عند مخرج محطة الضخ الأول (كضغط مقياس) علماً بأن المحطة الثانية تقع على ارتفاع 17.4 m نسبة إلى الأولى . وكان معلوماً :

Pipe diameter =	10 cm	قطر الانبوب =
Surface roughness =	0.0042 cm	خشونة الانبوب =
Specific gravity of oil =	0.820	كثافة النفط النسبية =
Viscosity of oil =	0.5 mN.s/m^2	لزوجة النفط =

Ans ج
1971.944 kPa

5.6 Sulphuric acid flows in a smooth pipe 60 m long at a rate of 3 kg/s. If the pressure drop due to friction is 782.2 kN/m^2, determine the pipe diameter using the trial and error method. Given:

5.6 يجري حامض الكبريتيك في انبوب املس طوله 60 m بمعدل 3 kg/s , فاذا كان مقدار هبوط الضغط بسبب الاحتكاك 782.2 kN/m^2 , احسب قطر الانبوب بطريقة التجربة والخطأ , علماً بان

ρ = 1840 kg/m^3
μ = 25 mN.s/m^2

Ans ج
25 mm

5.7 Acetic acid is pumped into a 80 m long pipe of 85 mm diameter. If the friction losses mount to 107.896 J/kg, calculate the flow rate; given:

5.7 يضخ حامض الخليك في انبوب افقي قطره 85 mm وطوله 80 m فاذا كانت خسائر الاحتكاك في الانبوب 107.896 J/kg احسب معدل الجريان في الانبوب علما بأن :

ρ = 1060 kg/m^3
μ = 2.5 mN.s/m^2
e = 6 x 10^{-5} m

5.8 A pipe, 10 cm diameter and 40 m long, carries water at a rate of 2.5 m^3/s. If 20 m of the middle part of the pipe is removed and replaced by a 20 cm diameter pipe, what will the difference in friction losses for the two systems, given:

5.8 انبوب قطره 10 cm وطوله 40 m ينقل ماء بمعدل 2.5 m^3/s فاذا استبدل جزء من وسط الانبوب طوله 20 m بـانبوب اخـر قطـره 20 cm , أحسـب الفـرق بـين خسـائر الاحتكاك في المنظومة الاولى و الثانية علماً بأن :

$f = 0.01$

$C_c = 0.62$

Ans ج

20.316 J/kg

5.9 Water, density 10^3 kg/m^3 and viscosity 0.65 $mN.s/m^2$, is pumped into a horizontal pipe, internal diameter 45 mm and length 180 m, at a rate of 0.63 kg/s. If the pipe includes a ***right angle elbow*** and a ***half-opened globe valve***, determine the equivalent head to friction losses in the system.

5.9 يضـخ مـاء كثافتـه $10^3 kg/m^3$ و لزوجتـه 0.65 $mN.s/m^2$ فـي انبـوب افقي قطـره الداخلي 45 mm وطولـه 180 m بمعدل 0.63 kg/s , فـاذا كانـت ***حنيـة قائمـة الزاويـة*** مثبتـة فـي الانبـوب , كمـا يوجـد ***صـمام بـوابي نصـف مفتـوح*** احسـب عمـود الضـغط المكـافئ لخسـائر الاحتكـاك فـي المنظومة.

5.10 A petroleum liquid is pumped to a storage tank which is open to the atmosphere, through a pipe 0.1 m diameter and 50 m length. The liquid is pushed into the pipe inlet by a pressure of 2.8 bar. The system includes a ***control valve***, fixed 20 m from the inlet. There are also two right angle elbows in the system. The pipe joins the tank at a point 5 m higher than the horizontal section of the pipe. The liquid level in the tank is 6 m above the joining point of the pipe. Calculate the volumetric flow rate and the pressure at the entry point of the liquid to the control valve. Ignore the kinetic energy in the pipe.

5.10 يضخ سائل نفطي إلى خزان مفتوح إلى الجو من خلال انبوب طوله 50 m و قطره 0.1 m , فاذا كان مقدار الضـغط الذي يدفع السائل في مدخل الانبوب مساو 2.8 bar وكان في المنظومـة ***صـمام تحكـم*** مثبـت علـى بعـد 20 m مـن مـدخل الانبـوب . كمـا ويوجـد فـي الانبـوب حنيتـان قائمتـا الزاويـة و يتصل الانبوب بالخزان عند ارتفاع 5 m من مستوى الانبوب الافقي . وان ارتفاع النفط في الخزان يساوي 6 m فوق نقطـة اتصـال الانبـوب بـالخزان . أحسـب كـلاً مـن معـدل الجريـان الحجمي فـي الانبـوب والضـغط عند نقطـة دخـول السـائل إلـى صمام التحكم . اهمل مقدار الطاقة الحركية في الانبوب .

Density =	850 kg/m^3	كثافة النفط =
Energy loss coefficient in the valve =	0.4	معامل فقدان الطاقة بسبب الاحتكاك في الصمام =
Energy loss coefficient in the elbow =	1.3	معامل فقدان الطاقة بسبب الاحتاك في الحنية =
Fanning friction factor f =	0.007	معامل احتكاك فانتك f =

Ans ج

0.04 m^3/s , 2.07 bar

5.11 Water is flowing, at a rate 0.117 m^3/s, in a system of three pipes A, B, and C, connected in series. The length of pipe A is 500 m and its diameter is 6 cm. Pipe B is 700 m long and has a diameter of 8 cm, whilst pipe C is 600 m long and 10 cm diameter. The friction factor f in the three pipes is 0.02. Determine the diameter of a pipe that has the same total length as the three pipes, will transport the same flow rate of water, and will have the same value of friction factor.

5.11 يجري ماء في منظومة ثلاثة انابيب C, B, A متصلة على التوالي بمعدل 0.117 m^3/s , فاذا كان طول A يساوي 500 m وقطره 6 cm وطول B يساوي 700 m وقطره 8 cm و طول C يساوي 600 m و قطره 10 cm , وكان معامل الاحتكاك في الأنابيب الثلاثة (f = 0.02) . احسب قطر الانبوب الذي ينقل الماء بنفس معدل الجريان بحيث يكون طوله يساوي الطول الكلي للمنظومة وله نفس معامل الاحتكاك.

Ans ج

0.072 m

5.12 Three storage tanks A, B and C are connected to a piping system as shown in Fig 5.21. The flow rate of water in the pipe which is connected to tank B is 0.06 m^3/s. Determine the flow rate in the other two pipes and then calculate the level of the water in tank B relative to ground level. Friction factor, f = 0.01.

5.12 ثلاثة خزانات C, B, A متصلة بمنظومة انابيب كما هو مبين في الشكل 5.21 فاذا كان معدل الجريان في الانبوب المتصل بالخزان B يساوي 0.06 m^3/s , جد معدل الجريان في الانابيب الأخرى ثم احسب ارتفاع مستوى سطح الماء في الخزان B نسبة إلى مستوى سطح الارض , علماً ان معامل الاحتكاك في الانابيب (f = 0.01) .

Ans ج

Q_1= 0.079 m^3/s

Q_3 =0.02 m^3/s

Z_B = 13.56 m

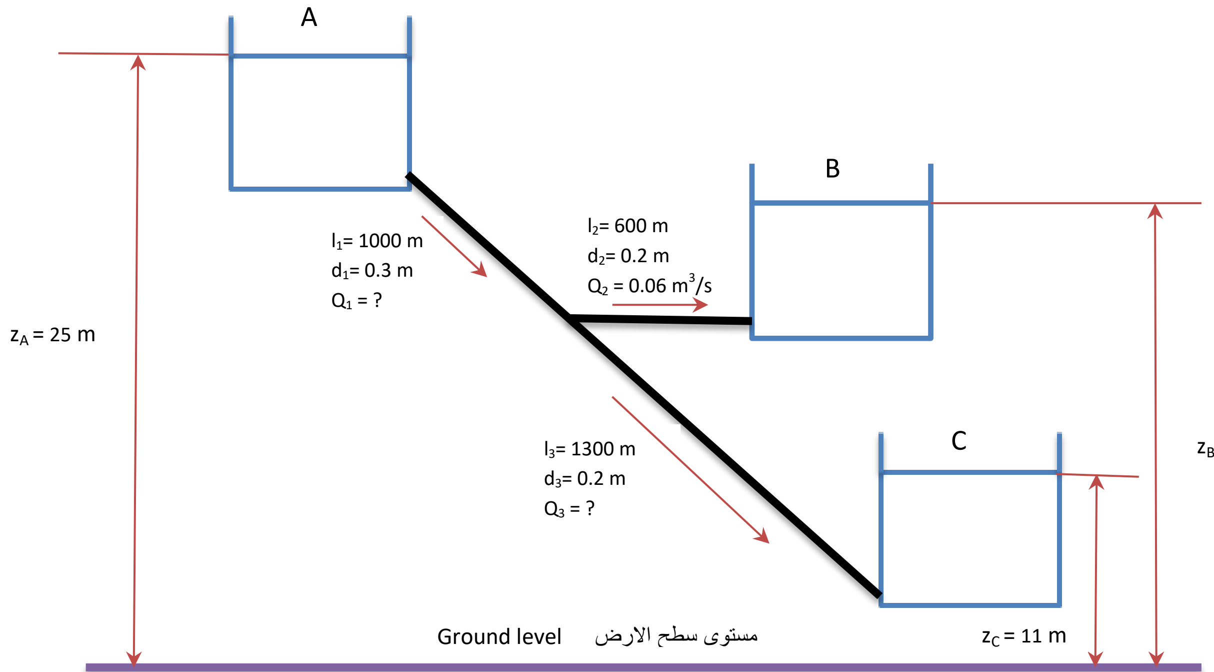


Fig 5.21 **الشكل 5.21**

5.13 Water is flowing in a canal at a rate of 3.8 m^3/s. The canal is 100 m long and has a square-section with 1.1 m side length. Compute the head equivalent to the friction losses, given that the roughness of the duct surface e = 3 x 10^{-4} m and the kinematic viscosity of water 1.141 x 10^{-6} m/s^2.

5.13 يجري ماء في قناة مربعة المقطع طولها 100 m بمعدل 3.8 m^3/s , فاذا كان طول ضلع المقطع 1.1 m و خشونة سطح القناة (e = 3 x 10^{-4} m) احسب العمود المكافئ لخسائر الاحتكاك علماً ان لزوجة الماء الكينماتية تساوي 1.141 x 10^{-6} m^2/s .

5.14 A non-Newtonian fluid flows in a pipe steadily. Find a relationship for the velocity distribution if the fluid obeys the following law:

5.14 يجري مائع غيرنيوتوني في انبوب جرياناً مستقراً . أوجد علاقة لتوزيع السرعة اذا كان المائع يتبع القانون الاتي :

$$\tau_r = K' \left(-\frac{du_x}{dr}\right)^n$$

5.15 A cylindrical vessel, diameter 1.52 m, contains cotton-seed oil to a depth of 6.1 m. The vessel is emptied through an opening near the bottom with diameter 15.8 mm. Estimate the time required for the level of the oil to fall from 6.1 m to 4.54 m.

5.15 خزان اسطواني المقطع قطره 1.52 m يحتوي على زيت بذور القطن بعمق 6.1 m . يتم تفريغ الخزان خلال فتحة قرب القعر قطرها 15.8 mm احسب الزمن اللازم لانخفاض عمق الزيت من 6.1 m الى 4.57 m .

Ans ج
1380 s

5.16 A Non-Newtonian fluid obeys an algebraic power equation; the fluid has density 1014 kg/m^3 and it flows in a pipe, 14.9 m long and 0.0524 m internal diameter. If the average velocity is 0.0728 m/s and n' = 0.4, K' = 15.23 $N.s^{n'}/m^2$ compute the pressure drop in the pipe.

5.16 مائع لا نيوتوني يتبع معادلة ذات قوة جبرية كثافته 1041 kg/m^3 يجري في انبوب طوله 14.9 m وقطره الداخلي 0.0524 m بمتوسط سرعة 0.0728 m/s , فذا علمت ان (n' = 0.4) و (K' = 15.23 $N.s^{n'}/m^2$) احسب مقدار هبوط الضغط .

Ans ج
43.39 kPa

5.17 Water is flowing in a pipe, 150 m long and diameter 0.5 m at a rate of 0.5 m^3/s. A valve is attached to the end of the pipe. Calculate the increase in pressure when the valve is closed during a period of:

(a) One second

(b) 0.1 second

(c) A moment (very short time)

Take the speed of sound in water 1493 m/s.

5.17 انبوب طوله 150 m و قطره 0.5 m مثبت في نهايته صمام , اذا كان الماء يجري فيه بمعدل 0.5 m^3/s , احسب مقدار الارتفاع في الضغط عند غلق الصمام في زمن قدره :

(أ) ثانية واحدة

(ب) 0.1 second

(ت) في لحظة زمنية

علماً ان سرعة الصوت في الماء هي 1493 m/s

5.18 Short research projects

5.18 مشاريع بحثية قصيرة

Investigate the following topics using the internet and other sources of literature. Write a report on your findings including references

استخدم الانترنت ومصادر اخرى للبحث في الموضوعات التالية ثم أعد تقريرا لكل بحث متضمنا ذكر المصادر المعتمدة

5.18.1 List the most important non-Newtonian fluids and specify their properties and uses

5.18.1 اذكر اهم الموائع غير النيوتونية وما هي خصائصها واستخداماتها ؟

5.18.2 How do the types and sizes of pipes vary in the oil and petrochemical industries?

5.18.2 كيف تتباين انواع وحجوم الانابيب في الصناعات النفطية والصناعات البتروكيميائية ؟

5.18.3 Find tables for pipe standard sizes and explain how to use them in practice

5.18.3 اوجد جداول تبين حجوم الانابيب القياسية واشرح طريقة استخدامها

5.18.4 The design of drinking water pipe network; illustrate by a sample of calculations

5.18.4 تصميم شبكات مياه الشرب مع تبيان نموذج للحسابات

5.18.5 Conduct san instigation about open channel flow and its applications

5.18.5 اجري بحثأ عن الجريان في القنوات المكشوفة و تطبيقاته

5.18.6 What are the latest empirical equations used to estimate the friction factor? Conduct calculations to compare with the equations mentioned in this chapter

5.18.6 ما هي احدث المعادلات التجريبية لحساب معامل الاحتكاك؟ اجري حسابات للمقارنة مع القيم التي تعتمد المعادلات في هذا الفصل

5.18.7 Use of non-circular ducts in ***industrial plants***

5.18.7 استخدامات القنوات ذات المقاطع غير الدائرية في ***المصانع***

5.18.8 Use Excel to solve problems 5.6 and 5.12

5.18.8 استخدم برنامج اكسل لحل السؤالين 5.6 و 5.12

Fluid Mechanics **2021** **ميكانيك الموائع**

M.Taki Al-Kamil *محمد تقي الكامل*

Chapter 6 الفصل السادس

Learning objectives of chapter 6

When you complete this chapter you should be able to:

1. Calculate the speed of pressure waves
2. Identify flow types based on Mach No.
3. Develop equations to estimate pressure drop for gas flow in pipes
4. Perform pressure drop analysis for different types of gas flow in pipes
5. Compute the speed and pressure of a shock wave
6. Conduct flow analysis for nozzles
7. Estimate pressure drop for the flow of a gas-liquid mixture (two phase flow)

اهداف دراسة الفصل السادس

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

1. حساب سرعة موجات الضغط
2. معرفة نوع جريان الغاز اعتماداً على رقم ماخ
3. اشتقاق معادلات تقدير هبوط الضغط ومعدل جريان الغازات في الانابيب
4. اجراء تحليلات تقييم الضغط لانواع مختلفة من جريان الغازات في الانابيب
5. حساب سرعة وضغط الموجة الصدمية
6. اجراء تحليل الجريان في المنفثات
7. تقدير هبوط الضغط في انبوب يجري فيه خليط من الغاز والسائل (الجريان ثنائي الطور)

6.1 Introduction

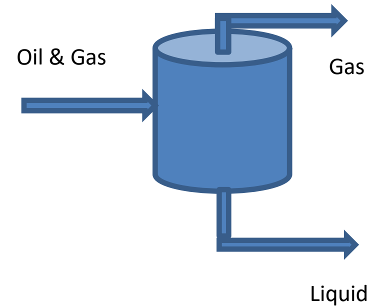
In this chapter, the gas flow in pipes known as ***compressible flow*** will be considered. We mentioned in chapter 4 that compressible flow is normally accompanied by a change in the fluid volume. We also learned that any change in temperature will have a significant influence on the flow; this is due to the changes in gas properties such as density and viscosity. However, it will be realized later that the gas flow can also be considered incompressible, particularly in cases where the density changes are very small and can be ignored.

The ***compressibility*** of a gas is considered as one of the most important factors in the study of compressible flow, particularly when the gas velocity approaches the speed of sound. Commonly, the speed of sound is not achieved in pipes and equipment; however, the gas flow through ***nozzles*** and ***safety valves*** may exceed the speed of sound. It is therefore imperative to explain some concepts regarding the speed of sound and ***sound waves***.

We will also investigate ***two phase flow*** in pipes, which is the flow of a mixture of gas and liquid or vapor and liquid. It will be seen that the gas or vapor will cause some notable energy dissipation due to the relatively higher velocity. Some extra energy losses arise due to the change in the properties of the flowing gas. This type of flow is encountered in industrial equipment such as ***steam boilers*** and ***evaporators***; and flow analysis is essential to design such equipment.

6.1 المقدمة

يبحث هذا الفصل جريان الغاز في الانابيب او ***الجريان الانضغاطي*** , فقد اشرنا في الفصل الرابع إلى ان هذا الجريان يمتاز بتغير حجم المائع في منظومة الجريان كما و تؤثر درجة الحرارة تأثيراً واضحاً في الجريان الانضغاطي حيث تتغير خواص الغاز مثل الكثافة واللزوجة بتغير مقدارها . وسنلاحظ ان جريان الغاز يعد احياناً جرياناً غير انضغاطي و ذلك في الحالات التي تتغير فيها الكثافة تغيراً قليلاً بحيث يمكن اهماله.



وتعد ***انضغاطية الغاز*** من العوامل المهمة في مسائل الجريان الانضغاطي , خاصة عندما تقترب سرعة الغاز من سرعة الصوت , رغم ان السرعة الصوتية قد لاتحصل في الانابيب و المعدات الا ان سرعة تدفق الغاز من بعض ***المنفثات*** و ***صمامات الامان*** تفوق احياناً سرعة الصوت , لذا نجد ضرورة للحديث عن بعض المفاهيم التي تخص سرعة الصوت و ***موجات الضغط*** .

وسندرس ايضاً ***الجريان ثنائي الطور*** في الأنابيب و هو جريان خليط من الغاز والسائل او البخار والسائل . وسنلاحظ ان وجود الغاز أو البخار سيؤدي إلى تبدد ملحوظ في الطاقة بسبب سرعة جريانه العالية مقارنة بسرعة جريان السائل في الخليط , وكذلك تحصل خسائر اضافية في الطاقة لتغير خواص الغاز اثناء الجريان . ويحدث مثل هذا الجريان في أنابيب بعض المعدات الصناعية ***كالمراجل البخارية*** و ***اجهزة التبخر*** وغيرها , وان دراسة الجريان ثنائي الطور مفيدة لتصميم هذه المعدات.

6.2 Pressure Waves

Pressure waves arise due to the occurrence of a disturbance in the fluid which triggers

6.2 موجات الضغط

تحدث موجات الضغط نتيجة حصول اضطراب في المائع الذي يؤدي بدوره إلى تغير الضغط في نقطة معينة ثم ينتشر

a change in pressure at one point and then spreads to the other parts of the fluid. This phenomenon is similar to the spread of waves caused by a boat travelling in water. It may occur in industry as a result of the sudden closing of a valve or obstructing the flow in a pipe.

إلى نقاط اخرى بطريقة مماثلة للموجات المائية الناتجة عن سير قارب في النهر مثلاً , واذا كان المائع في حالة جريان في انبوب فقد تحصل مثل هذه الموجات بسبب غلق صمام فجأة او اصطدام المائع بجسم يعيق الجريان.

Let us assume that the pressure wave is travelling at a speed u_w over a distance dx in a fluid of cross section A as shown in Fig 6.1

لنفرض ان موجة ضغط تنتقل بسرعة قدرها u_w عبر مسافة dx في مائع مساحه مقطعه A كما هو مبين في الشكل 6.1

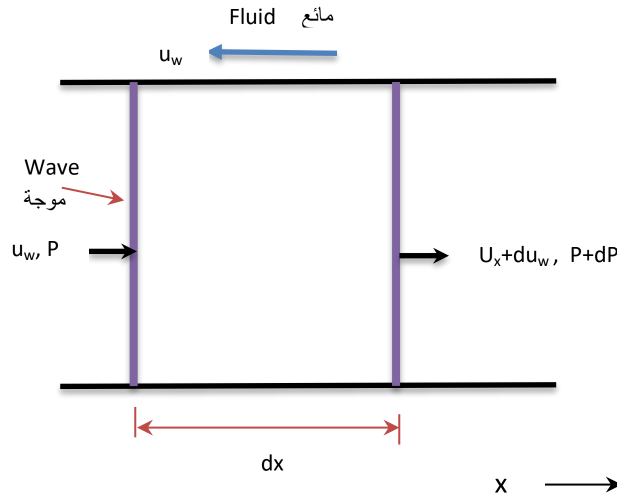


Fig 6.1 Transmission of a pressure wave

الشكل 6.1 انتقال موجة الضغط من نقطة إلى اخرى

If the fluid is moving in the opposite direction to the wave, at the same speed u_w, the wave appears as if it is stagnant. This is because the relative velocity is zero. Now, applying Euler equation (4.93), and the energy equation (4.55), we can actually develop an equation to calculate the speed of the wave as follows:

فاذا كان المائع يجري بالاتجاه المعاكس للموجة وبسرعة مساوية لسرعتها أي u_w فإن الموجة تبدو كأنها في حالة السكون , لان السرعة النسبية , أي سرعة المائع ناقصاً سرعة الموجة تساوي صفراً . و بتطبيق معادلة ايولر (4.93) و معادلة الاتصال (4.55) نتوصل إلى صيغة لحساب سرعة الموجة كالاتي :

Euler –momentum equation:

معادلة ايولر, وهي في الواقع معادلة الزخم , تنص :

$$u \frac{du}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + g \frac{dz}{dx} = 0$$

The equation includes:

تشمل هذه المعادلة :

Change in position + Change in pressure + Change in velocity

تغير في الموقع + تغير في الضغط + تغير في السرعة

In this case the wave is moving along the horizontal axis and therefore there is no change in position.

وهنا ليس في الموقع تغير , أي ان الموجة تحدث على امتداد خط افقي لذا :

$$g \frac{dz}{dx} = 0$$

The pressure wave equation becomes:

و تصبح المعادلة لموجة الضغط :

$$u_w \frac{du_w}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} = 0 \qquad (6.1)$$

We now apply the continuity equation, also known as the mass conservation equation:

الآن نطبق معادلة الاتصال أو معادلة حفظ الكتلة :

$$G_1 = G_2$$

G is the mass flow rate, substituting in terms of density and velocity

G هو معدل الجريان الكتلي و وبالتعويض نحصل على

$$\rho\, u_w\, A = (\rho + d\rho)\,(u_w + du_w)\,A$$

Simplifying:

و بفتح الاقواس :

$$\rho\, u_w = \rho\, u_w + \rho\, du_w + d\rho\, u_w + d\rho\, du_w$$

We can ignore the infinitesimal value ($d\rho\, du_w$):

وباهمال الحد ($d\rho\, du_w$) لضآلته نحصل على :

$$\rho\, du_w = -\, u_w\, d\rho \qquad (6.2)$$

It is clear that the change in density and velocity takes place along the x axis, thus it is possible to divide the two sides of the equation (6.2) by dx without any algebraic concerns.

ومن الواضح ان التغير في الكثافة والسرعة يحدث على امتداد x , لذا يمكن تقسيم طرفي المعادلة (6.2) على dx دون حدوث خلل جبري فيها .

$$\rho \frac{du_w}{dx} = - u_w \frac{d\rho}{dx} \qquad (6.3)$$

Substituting ($\frac{du_w}{dx}$) from equation (6.3) into equation (6.1):

ثم نعوض عن ($\frac{du_w}{dx}$) في المعادلة (6.1) من قيمتها في المعادلة (6.3) :

$$u_w \left(- \frac{u_w}{\rho} \frac{d\rho}{dx}\right) + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} = 0$$

Simplifying:

و بالتبسيط نحصل على :

$$u_w^2 \frac{d\rho}{dx} = \frac{dP}{dx}$$

$$\therefore u_w = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} \qquad (6.4)$$

We defined the ***coefficient of elasticity*** in chapter 2-equation (2.13) as follows:

و قد عرفنا ***معامل المرونة*** في الفصل الثاني بالمعادلة (2.13) كالآتي :

$$E = \rho \frac{dP}{d\rho}$$

Thus, the speed of the wave can be calculated in terms of E by substituting for it in equation (6.4):

لذا يمكن حساب سرعة الموجة بدلالة معامل المرونة وذلك بالتعويض عن قيمته في المعادلة (6.4) :

$$u_w = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (6.5)$$

or in terms of specific volume

أو بدلالة الحجم النوعي

$$u_w = \sqrt{E\,v} \qquad (6.6)$$

The ideal gas equation at a constant temperature is written in the following format:

وفي حالة كون الغازغازاً مثالياً و ثابتاً في درجة حرارته , تكتب معادلة الغاز المثالي بالصيغة الآتية :

$$P\,v = C$$

The constant C is equal to (RT), or in this case:

C هو مقدار ثابت يساوي (RT) في هذه الحالة :

$$\frac{P}{\rho} = C$$

Considering P/ρ constant in equation (2.13) will give the equation of the coefficient of elasticity for an ideal gas as follows:

واذا عد P/ρ ثابتاً في المعادلة (2.13) يصبح معامل المرونة للغاز المثالي الآتي :

$$E = \rho\,\frac{dp}{d\rho} = \rho\,\frac{P}{\rho}$$

$$\therefore E = P \qquad (6.7)$$

Substituting E in equation (6.6) for an ideal gas:

ثم نعوض عن E في المعادلة (6.6) للغاز المثالي :

$$u_w = \sqrt{P\,v} \qquad (6.8)$$

Under isentropic conditions, that is at constant entropy, we have:

اما تحت الظروف الايسنتروبية , اي ثبوت الانتروبي فلدينا :

$$P\,v^{\gamma} = C$$

Substituting ρ in equation (2.13) gives:

وبالتعويض عن ρ في المعادلة (2.13) نحصل على :

$$E = \gamma\,P \qquad (6.9)$$

The speed at which the wave travels will be obtained by substituting E in equation (6.6):

وهكذا تصبح سرعة انتقال الموجة بعد التعويض عن E في المعادلة (6.6) :

$$u_w = \sqrt{\gamma\,P\,v} \qquad (6.10)$$

It is noted that equation (6.10) provides the ***wave speed*** for adiabatic conditions. This is reasonably accurate, because the wave moves at such a high speed, allowing no time for heat transfer to maintain isothermal conditions.

و يلاحظ ان المعادلة (6.10) تعطي ***سرعة الموجة*** بافتراض انها تسري بدون تبادل حراري , وهذا افتراض معقول لان الموجات تنتشر بسرعة عالية فلا زمن يكفي لانتقال كمية الحرارة اللازمة لابقاء درجة الحرارة ثابتة .

In fact the speed of a wave in a fluid u_w is close to the speed of sound in the same fluid. Also, u_w is the maximum velocity that can be attained by a fluid in a pipe.

وقد تبين ان سرعة انتقال موجة الضغط في المائع u_w مقاربة جداً لسرعة انتقال الصوت في ذلك المائع , وكذلك u_w هي اقصى سرعة جريان يبلغها المائع في الأنبوب .

Example 6.1

مثال 6.1

Determine the speed of sound in air at 273 K. Knowing that the molecular weight of air is 29 kg/kmol, the heat capacity at a constant pressure Cp is 0.993 kJ/kgK and the universal gas constant is 8.314 kJ/kgK.

احسب سرعة الصوت في الهواء بدرجة حرارة 273 K علماً بان الوزن الجزيئي للهواء 29 kg/kmol وسعته الحرارية النوعية بثبوت الضغط C_p تساوي 0.993 kJ/kgK و قيمة ثابت الغازات العام 8.314 kJ/kgK

Solution

الحل

a- Assume that the speed of sound is equal to the speed of the pressure wave in air
b- Assume that sound travels in air at a constant entropy
c- Assume that air obeys the ideal gas laws

أ- نفترض ان سرعة الصوت تساوي سرعة موجة ضغط في الهواء
ب- نفترض ان انتقال الصوت في الهواء يحدث تحت ظروف ثبوت الانتروبي
ت- نفترض ان الهواء يتبع قانون الغازات المثالية

Applying equation (6.10), which is:

نستخدم المعادلة (6.10) وهي :

$$u_w = \sqrt{\gamma P v}$$

The ideal gas law states:

لدينا من قانون الغاز المثالي :

$$P v = R T$$

Substituting :

وبالتعويض نحصل على :

$$u_w = \sqrt{\gamma RT} \qquad (6.11)$$

We estimate R using equation (4.4):

ومن المعادلة (4.4) نحسب قيمة R :

$$R = R_0/M = 8.314 \times 10^3 / 29$$

$$R = 286.689 \text{ J/kgK}$$

We can evaluate γ by applying equations (4.46) and (4.36):

نستخدم المعادلتين (4.46) و (4.36) لحساب γ :

$$\gamma = C_p/C_v \quad \text{and} \quad C_p - C_v = R$$

Combining the two equations, we get:

وبدمج المعادلتين نحصل على :

$$\gamma = \frac{C_P}{C_P - R}$$

Substituting:

نعوض :

$$\gamma = \frac{0.993 \text{ x } 1000}{0.993 \text{ x } 100 - 286.689}$$

$$\gamma = 1.405$$

We now apply equation (6.11) to calculate the speed of sound u_w:

الآن نستطيع حساب سرعة الصوت u_w باستخدام المعادلة (6.11)

$$u_w = \sqrt{1.405 \text{ x } 286.689 \text{ x } 273}$$

$$u_w = \underline{331.6 \text{ m/s}}$$

Comment

ملاحظة

If it is required to calculate the speed of sound in a liquid, equation (6.5) will be used instead of (6.11)

اذا كان المراد حساب سرعة الصوت في سائل فيمكن استخدام المعادلة (6.5) بدلاً من المعادلة (6.11)

6.3 Mach Number

6.3 رقم ماخ

Mach number is the ratio of the velocity of fluid at a certain point to the speed of sound at the same point, thus:

رقم ماخ هو النسبة بين سرعة المائع في نقطة معينة إلى سرعة الصوت في تلك النقطة , اذن :

$$Ma = u/u_w \qquad (6.12)$$

Substituting u_w in equation (6.12) using equation (6.10), we can write:

وبالتعويض عن u_w من المعادلة (6.10) في المعادلة (6.12) نحصل على :

$$Ma = \frac{u}{\sqrt{\gamma \text{ P v}}} \qquad (6.13)$$

Compressible flow is classified according to the value of Mach number as follows:

يصنف الجريان الانضغاطي حسب قيمة رقم ماخ كالآتي :

a- ***Subsonic flow*** , Mach number is less than one ($Ma < 1$)
b- ***Sonic flow*** ($Ma = 1$)
c- ***Supersonic flow*** ($Ma > 1$)

أ- ***الجريان دون الصوتي*** عندما تكون قيمة رقم ماخ اصغر من الواحد , أي ($Ma < 1$)
ب- ***الجريان الصوتي*** ($Ma = 1$)
ت- ***الجريان فوق الصوتي*** ($Ma > 1$)

6.4 Constant Temperature Gas Flow in Pipes (Isothermal flow)

We can write a general equation for compressible flow in pipes according to the energy equation, covered in chapter 4; let us start with equation (4.73) which is:

6.4 جريان الغاز بثبوت درجة الحرارة في الانابيب (الجريان الايسوثرمي)

استناداً إلى معادلة الطاقة , التي درسناها في الفصل الرابع , يمكننا التوصل إلى معادلة عامة تخص جريان الموائع الانضغاطية في الانابيب , وسنبدأ بالصيغة التي وردت في المعادلة (4.73) وهي :

$$(\bar{u}\, d\bar{u}/\alpha) + g\, dz + v\, dP + \delta W_s + \delta L_f = 0$$

For a gas flowing in a pipe having length l and diameter d as shown in Fig 6.2, the friction losses in an ***infinitesimal*** length dl, can be estimated by applying equation (5.9) as follows:

فاذا كان الغاز يجري في انبوب طوله l و قطره d , كما هو مبين في الشكل 6.2 , يمكن حساب خسائر الاحتكاك استناداً إلى المعادلة (5.9) في جزء ***متناهي الصغر*** طوله dl كالآتي :

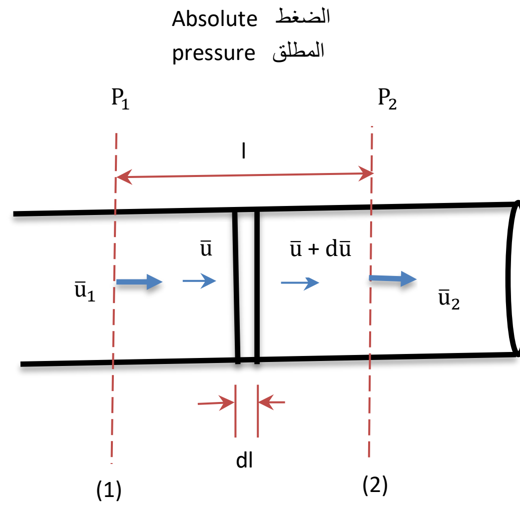


Fig 6.2 Compressible flow in a pipe

الشكل 6.2 جريان المائع الانضغاطي في الانبوب

$$\delta L_f = 4f\ \frac{dl}{d}\ \frac{\bar{u}^2}{2} \qquad (6.14)$$

Substituting δL_f in the energy equation:

وبالتعويض عن δL_f في معادلة الطاقة نحصل على :

$$d(\bar{u}^2/2\alpha) + g\ dz + v\ dP + 4f\ \frac{dl}{d}\ \frac{\bar{u}^2}{2} = 0 \qquad (6.15)$$

Where: $W_s = 0$

We know that the velocity of the gas varies along the pipe length and therefore it is not possible to integrate equation (6.15). However, we can substitute the velocity by the mass flow rate G, which remains constant, and knowing that:

نعلم ان سرعة جريان الغاز تتغير على امتداد الانبوب لذا لا يمكن مكاملة المعادلة (6.15) ولكن نستطيع التعويض عن السرعة بدلالة معدل الجريان الكتلي G الذي يبقى ثابت اثناء الجريان , علماً ان :

$$G = \bar{u}\ A\ \rho$$

In terms of specific volume:

أو بدلالة الحجم النوعي :

$$G = \bar{u}\ A/v \qquad (6.16)$$

Thus

اذن

$$\bar{u} = G\ v/A \qquad (6.17)$$

or

أو

$$\bar{u} = 4G\ v/\pi d^2 \qquad (6.18)$$

Substituting $\bar{u}$ in equation (6.15) using equation (6.17):

وبالتعويض عن $\bar{u}$ في المعادلة (6.15) من المعادلة (6.17) ينتج :

$$\frac{1}{\alpha}\left(\frac{G}{A}\right)^2 v\,dv + g\,dz + v\,dP + 4f\,\frac{dl}{d}\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{v}{2} = 0 \qquad (6.19)$$

Dividing equation (6.19) by v^2 and ignoring (g dz), because the pipe is considered to be horizontal, we can then integrate to obtain:

نقسم المعادلة (6.19) على v^2 ونهمل الحد (g dz) حيث عد الانبوب افقياً , ثم نجري عملية التكامل :

$$\frac{1}{\alpha}\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln\frac{v_2}{v_1} + \int_1^2\frac{dp}{v} + 2f\,\frac{l}{d}\left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0 \qquad (6.20)$$

Equation (6.20) is the general format for the energy equation of compressible flow in pipes. The equation can be integrated after defining the relationship between pressure and specific volume. For example, if the flow is isothermal, the ideal gas equation at constant temperature (P v = C) will apply.

تمثل المعادلة (6.20) صيغة عامة لمعادلة الطاقة التي تخص الجريان الانضغاطي في الانابيب , ويمكن اتمام التكامل بعد تحديد العلاقة بين الضغط والحجم النوعي . ففي حالة الجريان بثبوت درجة الحرارة (الجريان الايسوثرمي) يمكن تحديد العلاقة بين الضغط والحجم النوعي حسب سلوك الغاز , فاذا كان سلوكاً مثالياً تطبق معادلة الغاز المثالي بثبوت درجة الحرارة وهي (P v = C)

By substituting v; the integral ($\int_1^2\frac{dp}{v}$) becomes:

وبالتعويض عن v يصبح التكامل ($\int_1^2\frac{dp}{v}$) كالآتي:

$$\int_1^2\frac{dp}{v} = \int_1^2\frac{P\,dp}{C} = \frac{1}{C}\int_1^2 P\,dP$$

We will then obtain:

و هكذا ينتج :

$$\int_1^2\frac{dp}{v} = \frac{P_2^2 - P_1^2}{2C} \qquad (6.21)$$

Equation (4.3) states

ولكن لدينا من المعادلة (4.3)

$$C = P\,v = P_1\,v_1 = P_2\,v_2 \qquad (6.22)$$

Thus:

اذن:

$$\int_1^2 \frac{dp}{v} = \frac{P_2^2 - P_1^2}{2P_1 v_1} \qquad (6.23)$$

So, the equation for isothermal flow of an ideal gas in a horizontal pipe will be:

وعليه تصبح معادلة الطاقة لجريان الغاز المثالي بثبوت درجة الحرارة في انبوب افقي الآتي :

$$\frac{1}{\alpha}\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln\frac{v_2}{v_1} + \frac{P_2^2 - P_1^2}{2P_1 v_1} + 2f\,\frac{l}{d}\left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0 \qquad (6.24)$$

Substituting $(\frac{v_2}{v_1})$ using $(P_1\,v_1 = P_2\,v_2)$ and considering the flow turbulent (α =1) we can write:

وبالتعويض عن $(\frac{v_2}{v_1})$ من $(P_1\,v_1 = P_2\,v_2)$ و باعتبار الجريان جرياناً اضطرابياً (α =1) نتوصل إلى الصيغة الاتية :

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{P_2^2 - P_1^2}{2P_1 v_1} + 2f\,\frac{l}{d}\left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0 \qquad (6.25)$$

We can substitute $(P_1.v_1)$ in terms of $(R_0.T_1)$ using the ideal gas law $(P\,v = R_0 T)$ and to estimate the pressure drop in the pipe, we must apply the trial and error method.

و يمكن التعويض عن $(P_1.v_1)$ بدلالة $(R_0\,.T_1)$ باستخدام قانون الغاز المثالي $(P\,v = R_0\,T)$, واذا كان المراد حساب هبوط الضغط في الانبوب فالحل سيتطلب استخدام طريقة التجربة والخطأ , و يمكن احياناً الاستفادة

We can also simplify the calculations by ignoring the kinetic energy term in equation (6.25). This assumption must be justified by computing the kinetic energy using $[(\frac{G}{A})^2 \ \ln \frac{P_1}{P_2}]$ to show that the value is small. However, if the value is significant, the trial and error technique should be used to solve the problem.

من اهمال حد الطاقة الحركية في المعادلة (6.25) لايجاد هبوط الضغط . ولكن بعد انتهاء الحل يجب حساب قيمة الطاقة الحركية من $[(\frac{G}{A})^2 \ \ln \frac{P_1}{P_2}]$ لاثبات ان قيمتها صغيرة بحيث يمكن اهمالها , اما اذا كانت عكس ذلك فيستلزم الرجوع إلى طريقة التجربة و الخطأ لانجاز الحل .

Another method to estimate the pressure drop is to apply the energy equation assuming the flow is incompressible. This implies that the changes in specific volume values along the pipe are considered negligible. The assumption is valid for small pressure changes along the pipe. The ***mean specific volume*** v_m is calculated by the following relationship:

وهناك طريقة اخرى لحساب هبوط الضغط على اساس معادلة الطاقة , اذ يفترض جريان الغاز في الانبوب جرياناً غير انضغاطي , أي بمعنى اخر تهمل تغيرات الحجم النوعي على امتداد الانبوب . ويعد هذا الافتراض صحيح في حالة انخفاض الضغط مقداراً ضئيلاً اثناء الجريان . ويحسب ***متوسط الحجم النوعي*** v_m من :

$$\frac{P_1 + P_2}{2} \ v_m = P_1 \ v_1 \qquad (6.26)$$

The term $(P_2^2 - P_1^2)$ of equation (6.25) can be factorized as follows:

كما يمكن تحليل $(P_2^2 - P_1^2)$ في المعادلة (6.25) كالآتي :

$$P_2^2 - P_1^2 = (P_2 - P_1)\,(P_2 + P_1) \qquad (6.27)$$

Combining equations (6.25), (6.26) and (6.27), we obtain

وبدمج المعادلات (6.25) , (6.26) , (6.27) نحصل على

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln \frac{P_1}{P_2} + \frac{P_2 - P_1}{v_m} + 2f\,\frac{l}{d}\left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0 \qquad (6.28)$$

The small change in the value of the pressure drop along the pipe indicates that the absolute pressure P_1 is closer in value to P_2. Consequently, the kinetic energy term $[(\frac{G}{A})^2 \ln\frac{P_1}{P_2}]$ can be ignored and the equation will change to:

وان حصول هبوط في الضغط ضئيل المقدار في الانبوب يعني ان قيمة الضغط المطلق P_1 مقاربة لقيمة P_2 لذا يمكن اهمال حد الطاقة الحركية $[(\frac{G}{A})^2 \ln\frac{P_1}{P_2}]$ فتصبح المعادلة :

$$\frac{P_2 - P_1}{v_m} + 2f\,\frac{l}{d}\left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0 \qquad (6.29)$$

or

أو ان

$$P_1 - P_2 = 2f\,\frac{l}{d}\left(\frac{G}{A}\right)^2 v_m \qquad (6.30)$$

Since $(-\Delta P_f = P_1 - P_2)$, thus:

وبما أن $(-\Delta P_f = P_1 - P_2)$, اذن :

$$-\Delta P_f = 2f\,\frac{l}{d}\left(\frac{G}{A}\right)^2 v_m = 0 \qquad (6.31)$$

It can be noted that equation (6.31) is similar to equation (5.8) which is used to estimate the pressure drop of an incompressible fluid in a pipe, where

و يلاحظ ان المعادلة (6.31) مماثلة للمعادلة (5.8) المستخدمة لحساب هبوط الضغط لمائع غير انضغاطي يجري في انبوب معين , حيث

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 v_m = \left(\frac{\rho A \bar{u}}{A}\right)^2 \frac{1}{\rho_m} = \rho_m \bar{u}^2$$

ρ_m is the mean density of the gas equal to $(1/v_m)$.

ρ_m هي متوسط كثافة الغاز , وهي تساوي $(1/v_m)$.

Example 6.2

مثال 6.2

A pipe, 30 m long and 0.15 m in diameter, transports air at 293 K. The vacuum absolute pressure at the pipe inlet is 1 kPa and at the outlet 0.1 kPa. If the relative roughness (e/d) is 0.002, calculate the mass flow rate of air.

انبوب طوله 30 m وقطره 0.15 m ينقل هواء بدرجة حرارة 293 K , فاذا كان ضغط الفراغ المطلق في مدخل الانبوب 1 kPa و في مخرجه 0.1 kPa و كانت الخشونة النسبية (e/d) تساوي 0.002 , احسب معدل الجريان الكتلي للهواء .

Molecular weight of air = 29 kg/kmol = ا لوزن الجزيئي للهواء

Molar volume at STP = 22.4 m^3/lmol = الحجم المولي في الظروف القياسية

Viscosity of air = 0.018 mNs/m^2 = لزوجة الهواء

Solution

الحل

Given: المعلوم :

T = 273 K, l = 30 m, d = 0.15 m, e/d = 0.002

P_2 = 0.1 kN/m^2 (kPa), P_1= 1 kN/m^2 (kPa), M = 29

Assumptions

a- Air is an ideal gas
b- Isothermal flow of a compressible fluid
c- One dimensional turbulent flow

الافتراضات

أ- الهواء غاز مثالي
ب- مائع انضغاطي يجري في الانبوب بثبوت درجة الحرارة
ت- جريان اضطرابي ببعد واحد و مستقر

We apply equation (6.25) to calculate G:

نستخدم المعادلة (6.25) لايجاد G :

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln \frac{P_1}{P_2} + \frac{P_2^2-P_1^2}{2P_1 v_1} + 2f\,\frac{l}{d}\left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0$$

In this problem we have the three unknowns G, v_1 and f. The ***molar volume*** is given, therefore we can compute v_1 using the following ideal gas laws:

و لكن لدينا ثلاثة مجاهيل هي f , v_1, G ولما كان ***الحجم المولي*** معلوم لذا نستطيع حساب v_1 باستخدام قوانين الغاز المثالي الاتية :

$$P\,V = n\,R_0\,T$$

$$P\,v = R\,T$$

In the above equations, v is the specific volume in m^3/kmol which should be converted to m^3/kg. Since R_0 is constant, we can write:

و هنا v هو رمز الحجم النوعي بوحدات m^3/kmol التي يجب ان تحول إلى m^3/kg وبما ان R_0 ثابت لذا يمكن كتابة :

$$\frac{P_1\,v_1}{T_1} = \frac{P_2\,v_2}{T_2} \qquad (6.32)$$

The numerals 1 and 2, in equation (6.32), indicate that the ideal gas is changing from state 1 to state 2. If we consider the molar volume v_2 at 273 K and 101.3 kP, we can then calculate v_1 at 293 K and 1 kP as follows:

و يشير الرقمانن 1 و 2 في المعادلة (6.32) إلى انتقال الغاز المثالي من ظروف الحالة الأولى إلى الثانية . فاذا اعتبرنا v_2 الحجم المولي وهو يعطى عادة بدرجة حرارة 273 K و ضغط 101.3 kPa يمكننا حساب v_1 بدرجة حرارة 293 K وضغط 1 kPa كالآتي :

$$\frac{1 \times v_1}{293} = \frac{101.3\,x\,\;22.4}{273}$$

$$v_1 = 2435.355\ m^3/kmol$$

Dividing v_1 by the molecular weight M we obtain the specific volume in m^3/kg.

و بتقسيم v_1 على الوزن الجزيئي M نحصل على الحجم النوعي بوحدات m^3/kg .

$$v_1 = 2435.355/29 = 83.977\ m^3/kg$$

There are now two unknowns in equation (6.25), therefore we need to apply the trial and error method to solve the problem. We assume a value for Reynolds number and find f from Fig 5.7 and then evaluate (G/A) using equation (6.25); this will lead to a calculated Re. If the

و الان يبقى في المعادلة (6.25) مجهولان , لذلك سنحلها بطريقة التجربة والخطأ . فسنفرض قيمة لرقم رينولدز ونوجد قيمة f من الشكل 5.7 ثم نحسب قيمة المقدار (G/A) من المعادلة (6.25) و منها قيمة Re , فاذا كانت قيمته مقاربة

new calculated Re is close to the assumed value, we end the calculations. If the values differ, we repeat the computations, based on the calculated Re, and continue until the last two values of Re are close enough to end the calculations.

للقيمة المفترضة نتوقف و ننهي الحل , وبعكسه نعيد الحسابات على اساس القيمة الجديدة لرقم رينولدز وهكذا .

We have

ولما كان

$$Re = \frac{\rho\, d\, \bar{u}}{\mu}$$

$$\bar{u} = Q/A = G/\rho A$$

$$\therefore Re = \frac{\left(\frac{G}{A}\right) d}{\mu} \qquad (6.33)$$

Let us assume a value for Re which is 10^5, then find f from Fig 5.7, which is 0.006 approximately. Now, we calculate (G/A) using equation (6.25) and Re using equation (6.33).

نفترض اولا ان قيمة Re تساوي 10^5 و نجد قيمة f من الشكل 5.7 و هي تساوي 0.006 على وجه التقريب, ثم نحسب قيمة المقدار (G/A) من المعادلة (6.25) و قيمة Re من المعادلة (6.33) .

Substituting for the known values in equation (6.25):

نعوض في المعادلة (6.25) :

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln \frac{1.0}{0.1} + \frac{(0.1 \times 1000)^2 - (1 \times 1000)^2}{2 \times 1000 \times 83.977} + 2 \times 0.006 \left(\frac{30}{0.15}\right) \left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0$$

Giving

ومنها

$$G/A = 1.37 \text{ kg/m}^2\text{s}$$

We determine now Re from equation (6.33)

الآن نحسب Re من المعادلة (6.33)

$$Re = \frac{1.37 \times 0.15}{0.018 \times 0.001} = 1.14 \times 10^4$$

We can see that the value of the assumed Re = 10^5 is high. Thus, we take the calculated Re = 1.14 x 10^4 as the new value and repeating the computations we find (f = 0.0082) approximately. The new value of (G/A) is 1.26 kg/m^2s. Once again we calculate Re from equation (6.33)

اذن نستنتج ان قيمة Re المفترضة 10^5 هي عالية و نختار القيمة الجديدة و لتكن مساوية 1.14 x 10^4 وباعادة الحسابات على نفس المنطق السابق , نجد ان (f = 0.0082) تقريباً . وان قيمة المقدار (G/A) الجديدة تساوي 1.26 kg/m^2s ومرة ثانية نحسب Re من المعادلة (6.33)

$$Re = \frac{1.26 \text{ x } 0.15}{0.018 \text{ x } 0.001} = 1.04 \text{ x } 10^4$$

The value of the newly calculated Re is close to 1.14 x 10^4 . Thus the answer will be:

وهي مقاربة إلى 1.14 x 10^4 اذن الجواب هو

$$G/A = 1.26 \; kg/m^2s$$

$$G = 1.26 \text{ x } (\pi/4) \text{ x } 0.15^2 = \underline{0.022 \; kg/s}$$

Comments

a- To solve compressible flow problems you must always work with absolute pressure. One of the reasons is the inclusion of the pressure ratio (P_1/P_2). Also, the ideal gas laws are required for the solution.

b- The ratio (G/A) is sometimes called the ***mass velocity***

ملاحظات

أ- يستخدم الضغط المطلق دائماً لحل مسائل الجريان الانضغاطي , و ذلك لوجود نسبة ضغط (P_1/P_2). و كذلك بسبب استخدام قوانين الغازات

ب- يعرف المقدار (G/A) احياناً ***بالسرعة الكتلية***

Exercise

Solve example 6.2 using Excel.

تمرين

اعد حل المثال 6.2 مستخدما برنامج الاكسل.

Example 6.3

A pipeline 3.0 km long with a 0.6 m diameter transports methane gas from a compressor station to an industrial site at a rate of 50 m^3/s.

مثال 6.3

انبوب طوله 3.0 km وقطره 0.6 m ينقل غاز الميثان بمعدل 50 m^3/s من محطة ضغط إلى احد المصانع . فاذا كان الامر يستلزم توفير الميثان بضغط مطلق 170 kPa فما

If the absolute pressure required to deliver the gas is 170 kPa, what will be the pressure at the compressor station? Assume the gas is incompressible with a density 0.677 kg/m^3, viscosity of 0.11 mNs/m^2 and (e/d = 0.001)

ضغط الغاز عند محطة الضغط . افترض ان الغاز هنا مائع غير انضغاطي يجري بثبوت درجة الحرارة متخذاً كثافته 0.677 kg/m^3 و لزوجته 0.11 mNs/m^2 , وان (e/d = 0.001)

Solution

الحل

Given:

المعلوم

$Q = 50$ m3/s, $d = 0.6$ m, $l = 3000$ m, $\mu = 0.11 \times 10^{-3} Ns/m^2$

$P = 0.677\ kg/m^3$, $p_2 = 170 \times 10^3$ Pa (N/m^2), $e/d = 0.001$

Assumptions

a- Methane is an incompressible fluid
b- Isothermal flow
c- One dimensional turbulent flow

الافتراضات

أ- الميثان مائع غير انضغاطي
ب- الجريان يحدث بثبوت درجة الحرارة
ت- جريان اضطرابي ببعد واحد مستقر

We estimate P_1 using equation (6.28)

نحسب P_1 باستخدام المعادلة (6.28)

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{P_2 - P_1}{v_m} + 2f\,\frac{l}{d}\left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0 \qquad \text{Eqn. 6.28}$$

We now compute Reynolds number to find f

الآن نحسب رقم رينولدز لغرض ايجاد قيمة f

$$Re = \frac{\left(\frac{G}{A}\right) d}{\mu}$$

$$G = \rho Q = 0.667 \times 50 = 33.9\ kg/s$$

$$A = \pi d^2/4 = \pi\,(0.6)^2/4 = 0.283\ m^2$$

$$G/A = 33.9/0.283 = 119.6 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$$

$$Re = \frac{119.6 \times 0.6}{0.011 \times 0.001} = 6.53 \times 10^6$$

$$e/d = 0.001$$

The value of f from Fig 5.7 is 0.0028 approximately, and by substitution in equation (6.28) we obtain:

والان نلاحظ ان قيمة f من الشكل 5.7 تساوي 0.0028 وبالتعويض في المعادلة (6.28)

$$v_m = 1/\rho = 1/0.667 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$(119.6)^2 [\ln (P_1/170000)] + \frac{170000 - P_1}{(\frac{1}{0.677})} + 2 \times 0.0028 (3000/0.6) (119.6)^2 = 0$$

$$\ln (P_1/170000) = 0.473 \times 10^{-4} P_1 - 36.05$$

This equation can be solved by another trial and error method. This method is based on assuming values for P_1 , substituting them in the equation and calculating both sides of the equation. The iterations continue until the two sides are nearly equal.

يمكن حل المعادلة اعلاه باستخدام طريقة ثانية من التجربة و الخطأ حيث ينجز الحل على اساس افتراض قيم مختلفة للضغط P_1 حتى يتساوى طرفا المعادلة المذكورة , وفي هذه الحالة نحصل على الجواب وهو:

$$P_1 = 745\ 000 \text{ Pa} = \underline{745 \text{ kPa}} \text{ or kN/m}^2$$

Comment

If equation (6.29) was used, the answer would have been 762 kPa. Consequently, the kinetic energy term calculated, based on this value, would be so large that it is would not be possible to ignore.

ملاحظة

اذا استخدمنا المعادلة (6.29) سنجد الجواب يصبح 762 kPa وبعد حساب مقدار الطاقة الحركية سنجد قيمتها كبيرة نسبياً بحيث لا يمكن اهمالها .

Exercise

Use Excel to solve example 6.3.

تمرين

استخدم برنامج اكسل لحل المثال 6.3 .

6.5 Variable Temperature Flow of an Ideal Gas in a Horizontal pipe

6.5 الجريان بتغير درجة الحرارة لغاز مثالي في انبوب افقي

The gas flow in long pipelines is normally considered isothermal; however, in many flow systems the temperature may change along the flow line. Constant temperature implies that the flow is accompanied by heat transfer from or to the surroundings through the pipe wall.

If the pipe is **thermally insulated**, the gas temperature will change along the length of the pipe, and the flow will be called ***adiabatic***, meaning no heat exchange with the surroundings. The relationship between pressure and volume, in this case, will depend on the amount of heat transferred. It was noted in chapter 4 that equation (4.37) applies to constant temperature and heat exchange at the same time, the equation is: $P v = C$

على الرغم من ان جريان الغاز في الانابيب الطويلة يحدث بثبوت درجة الحرارة تقريباً , إلا ان درجة الحرارة قد تتغير في كثير من حالات الجريان . ويعني ثبوت درجة الحرارة اقتران الجريان بانتقال حرارة من او الى المحيط عبر جدران الانبوب . اما في حالة ***عزل الانبوب حرارياً*** فان درجة حرارة الغاز ستتغير على امتداد الانبوب ويصبح الجريان ***اديباتيا*** او جرياناً من دون تبادل حراري . وتعتمد صيغة العلاقة بين الحجم والضغط في حالة تمدد الغاز , على مقدار انتقال الحرارة , فقد تبين في الفصل الرابع ان المعادلة (4.37) تعني ثبوت درجة الحرارة ووجود تبادل حراري بنفس الوقت , وهي : $P v = C$



Thermal Insulation
العزل الحراري

Equation (4.47) applies to a condition of heat exchange accompanied by changes in temperature, the equation is:

و المعادلة (4.47) تعني وجود انتقال حرارة مصحوباً بتغير درجة الحرارة وهي :

$$P v^{k} = C$$

Equation (4.44) is used for constant entropy and no heat exchange condition, the equation is:

والمعادلة (4.44) تعني ثبوت الانتروبي وانعدام التبادل الحراري وهي :

$$P v^{\gamma} = C$$

We can substitute the above relationships into equation (6.20) according to the flow conditions, as we did for the isothermal flow.

ويمكننا استخدام هذه العلاقات في المعادلة (6.20) حسب ظروف الجريان و على غرار ماعملنا به للجريان بثبوت درجة الحرارة .

For example, if the relationship between volume and pressure is ($P v^k = C$), we will obtain:

فمثلاً اذا كانت علاقة الحجم بالضغط متمثلة بالمعادلة ($P v^k = C$) فنجد ان :

$$\int_1^2 \frac{dp}{v} = \frac{k}{k+1} \frac{P_1}{v_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(k+1)/k} - 1\right] \quad (6.34)$$

By combining equations (6.20) and (6.34), the energy equation for the compressible flow under such conditions will be:

و بدمج المعادلتين (6.20) و (6.34) للتعويض عن التكامل تصبح معادلة الطاقة للجريان الانضغاطي تحت مثل هذه الظروف الآتي :

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{1}{k} \ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{k}{k+1} \frac{P_1}{v_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(k+1)/k} - 1\right] + 2f \frac{l}{d} \left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0 \quad (6.35)$$

The maximum flow rate will occur when the velocity is equal to the speed of sound u_w. In this case u_w is calculated by an equation similar to equation (6.10), which is

ويحدث اقصى جريان للمائع عند بلوغه سرعة تساوي سرعة الصوت u_w , وفي هذه الحالة تحسب السرعة u_w بطريقة مماثلة للمعادلة (6.10) أي :

$$u_w = \sqrt{k P v} \quad (6.36)$$

6.6 Constant Entropy Flow (Isentropic flow)

6.6 الجريـــــــان بثبـــــوت الانتروبـــــي (الجريان الايسنتروبي)

Isentropic flow is an adiabatic ***frictionless*** flow and obeys the relationship ($P v^\gamma = C$). Thus, we can obtain the energy equation for such flow by replacing k in equation (6.35) with γ and ignoring the friction term, as follows:

هو جريان ادياباتي اي بدون تبادل حراري و ***بدون احتكاك*** يتبع القانون ($P v^\gamma = C$) , لذا يمكن التوصل إلى معادلة الطاقة لمثل هذا الجريان باحلال γ محل k و اهمال الاحتكاك في المعادلة (6.35) , اي :

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{1}{\gamma} \ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{P_1}{v_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma+1)/\gamma} - 1\right] + 2f \frac{l}{d} \left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0$$

We can introduce Mach number, so that the energy equation given in equation (4.73), will take the following format:

و يمكن استخدام صيغة تضم رقم ماخ ابتداء من معادلة الطاقة المتمثلة بالمعادلة (4.73) التي تصبح بعد تبسيطها :

$$\bar{u}\, d\bar{u} + v dP = 0$$

$$\therefore d\left(\frac{\bar{u}^2}{2}\right) + v\, dP = 0$$

The above equation is used to determine the velocity of a gas passing through a ***converging nozzle*** attached to a storage vessel. The integration is performed, for the conditions of the vessel (1) and the conditions during the passage of the gas through the nozzle, as follows:

تستخدم مثل هذه الصيغة لحساب سرعة مرور الغاز في ***منفث ملتم*** متصل بخزان مثلاً . وتجري مكاملة للمعادلة بين الظروف في الخزان (1) والظروف عند مرور الغاز في المنفث (2) على النحو الأتي :

$$\int_1^2 d\left(\frac{\bar{u}^2}{2}\right) = \int_1^2 - v\, dP$$

$$P v^{\gamma} = C$$

$$C' = v P^{1/\gamma} = v_1 P_1^{1/\gamma} = v_2 P_2^{1/\gamma}$$

$$\therefore v = C'/P^{1/\gamma}$$

C and C’ are constants, thus:

حيث C و C’ هما مقداران ثابتان , اذن :

$$\frac{\bar{u}^2}{2} = C' \int_1^2 \frac{dP}{P^{1/\gamma}} = - v_1 P_1^{1/\gamma} \int_1^2 P^{-1/\gamma}\, dP$$

$$\bar{u}_2^2 = \frac{2\,\gamma\, P_1\, v_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right] \qquad (6.37)$$

Using equation (6.13) to substitute $\bar{u}_2^2$ in terms of Mach number Ma_2,

ومن المعادلة (6.13) نعوض عن السرعة $\bar{u}_2^2$ بدلالة رقم ماخ : Ma_2

$$Ma = \frac{u}{\sqrt{\gamma P v}}$$

$$\bar{u}_2^2 = (Ma_2)^2 (\gamma P_2 v_2)$$

So, equation (6.37), in terms of Ma_2, will be

وهكذا تصبح المعادلة (6.37) بدلالة Ma_2 الآتي

$$Ma_2^2 = \frac{2 \gamma P_1 v_1}{(\gamma - 1)\gamma P_2 v_2} [1 - (\frac{P_2}{P_1})^{(\gamma - 1)/\gamma}] \qquad (6.38)$$

Rearranging equation (3.38) and substituting (v_1/v_2) with $(P_2/P_1)^{1/\gamma}$, we obtain

و باعادة ترتيب المعادلة (6.38) وبالتعويض عن (v_1/v_2) بالمقدار $(P_2/P_1)^{1/\gamma}$ نحصل على

$$Ma_2^2 = \frac{2}{\gamma - 1} [(\frac{P_1}{P_2})^{(\gamma - 1)/\gamma} - 1] \qquad (6.39)$$

$$\therefore (\frac{P_1}{P_2})^{(\gamma - 1)/\gamma} = \frac{(\gamma - 1)}{2} Ma_2^2 + 1$$

$$\frac{P_1}{P_2} = [(\frac{(\gamma - 1)}{2} Ma_2^2 + 1]^{\gamma/(\gamma - 1)} \qquad (6.40)$$

It is worth noting that maximum velocity occurs in the nozzle throat which is actually ***sonic velocity***. This means that the value of Mach number in the throat is equal to 1 and therefore ***critical conditions*** will prevail. The ratio (P^*/P_1) is called the ***critical pressure ratio***,

و تجدر الاشارة إلى ان اقصى سرعة للجريان في عنق المنفث هي ***السرعة الصوتية*** , أي ان قيمة Ma في العنق تساوي الواحد , وفي هذه الحالة تنتج ***الظروف الحرجة*** , حيث يرمز للضغط في عنق المنفث P^* , وتسمى النسبة (P^*/P_1) ***نسبة الضغط الحرجة*** ,

denoted r_c. Introducing r_c into equation (6.40), we obtain:

يرمز لها r_c . و بالتعويض في المعادلة (6.40) تصبح النسبة :

$$r_c = P^*/P_1 = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \qquad (6.41)$$

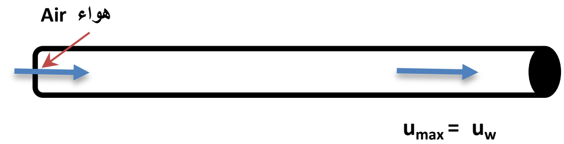
6.7 Flow Without Heat Exchange (Adiabatic flow)

Unlike isentropic flow, adiabatic flow is accompanied by changes in entropy; this means friction is significant and can't be ignored. A good example is the gas flow in a long thermally insulated-pipeline. The gas enters the pipeline at certain pressure and temperature; it flows at a rate defined by the length and diameter of the pipe plus the pressure values at the inlet and outlet. In a long pipeline, the velocity may approach the speed of sound, particularly if the pressure is low at the far end. In any case, the velocity will never exceed the sonic velocity, and if the gas enters the pipe with a supersonic velocity, the flow rate will change so that the velocity is reduced to the sonic value; the sonic velocity is the maximum gas velocity in pipes of an unvarying cross section.

Since the temperature varies along the length of the pipeline, the viscosity will be affected and hence the Reynolds number and the friction factor will vary in value. However, the variation is small enough to be ignored. But, it is worth noting that the flow rate for an ideal gas in a pipe causes a higher pressure drop for adiabatic flow compared to isothermal flow. Despite the fact that the maximum difference is around 20%, it does not normally exceed 5%.

6.7 الجريان بدون تبادل حراري (الجريان الاديباتي)

يختلف هذا الجريان عن الجريان بثبوت الانتروبي بحقيقة انه متغير الانتروبي , وهذا يعني عدم اهمال تأثير الاحتكاك اثناء الجريان , ومثال ذلك جريان الغاز في انبوب طويل معزول حرارياً حيث يدخل الغاز بضغط معين و درجة حرارة معينة و يجري بمعدل يتحدد حسب كل من طول الانبوب و قطره و مقدار الضغط في نهايتيه . ففي الانبوب الممتد لمسافة بعيدة والذي يكون ضغط الغاز في نهايته واطئا , قد تصل سرعة الغاز إلى سرعة الصوت . لكن لايمكن لسرعة الجريان ان تفوق السرعة الصوتية في اي حال من الاحوال , فمثلاً اذا دخل الغاز في الانبوب بسرعة فوق صوتية فان معدل الجريان سيتغير بحيث تنخفض السرعة إلى السرعة الصوتية التي تعد اقصى سرعة لجريان الغاز في الانابيب ثابتة المقطع .



ولما كانت درجة الحرارة متغيرة على امتداد الانبوب فستتأثر لزوجة المائع و يصبح كل من رقم رينولدز و معامل الاحتكاك متغيرين في المقدار , ولكن التأثير يكون عادة ضئيلاً بحيث يمكن اهماله . وتجدر ملاحظة أن مقدار معدل الجريان لغاز مثالي في انبوب يسبب هبوطاً معيناً في الضغط أعظم حين يكون الجريان خالياً من التبادل الحراري مقارنة بالجريان بثبوت درجة الحرارة , وعلى الرغم من ان أقصى مقدار للفرق بينهما هو بحدود 20% ألا انه في معظم حالات الجريان لايتجاوز 5% .

Based on that and regardless of the conditions, we find that the assumption of isothermal conditions provide acceptable results for most cases of flow problems.

وبنـاء علـى ذلـك نجـد افتـراض الجريـان فـي الأنابيـب جريانـاً بثبـوت درجـة الحـرارة , ومهمـا تكـن الظـروف , يعـط نتـائج مقبولة في أغلب مسائل جريان الغاز .

Substituting γ for k in equation (6.35) will offer approximate values for the flow rate of a gas in an insulated pipeline. We can use the following analysis to get more accurate results:

و باستخدام المعادلـة (6.35) بعد احـلال γ محـل k نتوصـل إلـى نتـائج تقريبيـة لحسـاب معدل جريـان الغـاز تحـت ظـروف العزل الحراري , و يمكن التوصل إلى نتائج اكثر دقة بأستخدام الطريقة الآتية لأجراء التحلايلات:

Starting with the energy equation in the format:

نبدأ بمعادلة الطاقة بالصيغة :

$$dH + g\,dz + (\bar{u}\,d\bar{u}/\alpha) - \delta q + \delta W_s = 0$$

For turbulent gas flow in a horizontally insulated pipe of an unvarying cross section the equation will be reduced to:

واذا اعتبرنـا جريـان الغـاز اضـطرابياً فـي انبـوب أفقـي معـزول حرارياً وثابت المقطع سنختصر المعادلة إلى:

$$dH + \bar{u}\,d\bar{u} = 0 \qquad (6.42)$$

or

أو

$$dH + d\left(\frac{\bar{u}}{2}\right) = 0$$

In terms of mass flow rate:

و بدلالة معدل الجريان الكتلي ينتج الأتي :

$$dH + d\left(\frac{G\,v}{2\,A}\right)^2 = 0$$

Differentiating:

وباجراء التفاضل :

$$dH + \left(\frac{G}{A}\right)^2 v\,dv = 0 \qquad (6.43)$$

Equation (4.21) is:

ولدينا من المعادلة (4.21)

$$H = U + P\,v$$

$$\therefore\ dH = dU + d(P\,v)$$

Substituting dU and dH using the two equations (4.26) and (4.29):

نعوض عن dU و dH من المعادلتين (4.26 و 4.29) فنحصل على :

$$C_P\,dT = C_v\,dT + d\,(Pv)$$

$$dT = \frac{d\,(P\,v)}{C_P - C_v} \qquad (6.44)$$

و المعلوم أن :

We have:

$$dH = C_v\,dT + d\,(P\,v)$$

Substituting dT using equation (6.44):

نعوض عن dT من المعادلة (6.44) :

$$dH = C_v\,\frac{d\,(P\,v)}{C_P - C_v} + d(P\,v)$$

$$dH = d(P\,v)\,\left(\frac{C_v}{C_P - C_v} + 1\right)$$

و لما كان :

Since:

$$\gamma = C_P/C_v$$

Thus:

اذن :

$$dH = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\quad d(P\,v) \qquad (6.45)$$

Substituting dH defined in equation (6.45) into equation (6.43):

و بـالتعويض عـن dH مـن المعادلـة (6.45) فـي المعادلـة (6.43) :

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 v\,dv + \frac{\gamma}{\gamma-1}\,d(P\,v) = 0 \qquad (6.46)$$

Integrating equation (4.46) gives:

وبمكاملة المعادلة (4.46) نحصل على الآتي :

$$\frac{1}{2}\left(\frac{G}{A}\right)^2 v_1^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1}(P\,v) = \frac{1}{2}\left(\frac{G}{A}\right)^2 v_1^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1}(P_1\,v_1) = C \qquad (6.47)$$

C is a constant, and simplifying equation (6.47), we get:

حيث يمثل الرمز C مقداراً ثابتاً , ومن المعادلة (6.47) :

$$P = \frac{\gamma-1}{\gamma}\left[\frac{C}{v} - \frac{1}{2}\left(\frac{G}{A}\right)^2 v\right] \qquad (6.48)$$

$$dP = \frac{\gamma-1}{\gamma}\left[-\frac{C}{v^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{G}{A}\right)^2\right] dv$$

$$\frac{dP}{v}\ \frac{\gamma-1}{\gamma}\left[-\frac{C}{v^3} - \frac{1}{2}\left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{1}{v}\right] dv \qquad (6.49)$$

$$\int_1^2 \frac{dP}{v} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\left[\frac{C}{2}\left(\frac{1}{v_2^2} - \frac{1}{v_1^2}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln\frac{v_2}{v_1}\right] \qquad (6.50)$$

C can be evaluated from equation (6.48) as:

و ان قيمة الثابت C من المعادلة (6.48) هي :

$$C = \frac{1}{2}\left(\frac{G}{A}\right)^2 v_1^{\,2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}\ (P_1 v_1)$$

Substituting C will change equation (6.50) to the following format:

اذن تصبح المعادلة (6.50) بعد التعويض عن قيمة C الآتي :

$$\int_1^2 \frac{dP}{v} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\ \left[\left(\frac{G}{A}\right)^2 (v_1^{\,2}/4)\ \left(\frac{1}{v_2^2} - \frac{1}{v_1^2}\right) + \frac{\gamma}{2\,(\gamma-1)}\ (P_1 v_1)\left(\frac{1}{v_2^2} - \frac{1}{v_1^2}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln \frac{v_2}{v_1}\right]$$

Simplifying:

و بالتبسيط نحصل على :

$$\int_1^2 \frac{dP}{v} = \frac{\gamma-1}{4\gamma}\ \left[\frac{G}{A}\right)^2 \left(\frac{v_1^2}{v_2^2} - 1 - 2\ln\frac{v_2}{v_1}\right) + (P_1 v_1/2)\ \left(\frac{1}{v_2^2} - \frac{1}{v_1^2}\right) \qquad (6.51)$$

Now we substitute for the value of the integral $\int_1^2 \frac{dP}{v}$ of equation (6.51) into equation (6.20):

والآن نعوض عن قيمة التكامل $\int_1^2 \frac{dP}{v}$ من المعادلة (6.51) في المعادلة (6.20) :

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln\frac{v_2}{v_1} + \frac{\gamma-1}{v_1} + \left(\frac{G}{A}\right)^2 \left(\frac{v_1^2}{v_2^2} - 1 - 2\ln\frac{v_2}{v_1}\right) + (P_1 v_1/2)\ \left(\frac{1}{v_2^2} - \frac{1}{v_1^2}\right) + 2f\ \frac{l}{d}\ \left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0$$

Simplifying further:

و بالتبسيط :

$$4f\ \frac{l}{d} = \left[\frac{\gamma-1}{2\,\gamma} + \frac{P_1}{v_1}\left(\frac{A}{G}\right)^2\right]\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2\right] - \frac{\gamma+1}{\gamma}\ln\frac{v_2}{v_1} \qquad (6.52)$$

Equation (6.52) is used to estimate the mass flow rate G. Also, it can be used to determine the specific volume v at the end of the pipe if G is known. The maximum flow rate of a gas in a pipe can be computed by differentiating equation (6.52) and setting $(\frac{dG}{dv}) = 0$. Using equation (6.10), we find the maximum flow rate is achieved when the velocity is equal to the sonic velocity, defined as $\sqrt{\gamma P v}$.

تستخدم المعادلة (6.52) لحساب معدل الجريان الكتلي G , أو اذا كان G معلوماً يمكن حساب الحجم النوعي v في نهاية الانبوب . كما يمكن ايجاد اقصى معدل جريان في الانبوب بمفاضلة المعادلة (6.52) ومساواة المقدار $(\frac{dG}{dv})$ الصفر . وبالاستعانة بالمعادلة (6.10) نجد اقصى الجريان حادثاً حين تصبح سرعة الجريان مساوية للسرعة الصوتية $\sqrt{\gamma P v}$

Example 6.4

A thermally insulated steel pipe transports air from a vessel at an absolute pressure of 10 MPa with a temperature of 290 K, to another vessel at an absolute pressure of 8.75 MPa. If the pipe is 30 m long and has a diameter of 10 mm, determine the flow rate of air in the pipe.

مثال 6.4

انبوب مصنوع من الصلب و معزول حرارياً ينقل هواء من خزان تحت ضغط مطلق 10 MPa ودرجة حرارة 290 K إلى خزان آخر تحت ضغط مطلق 8.75 MPa فاذا كان طول الانبوب 30 m وقطره 10 mm , احسب معدل الجريان في الانبوب .

Density of air in the second vessel =	106 .156 kg/m^3	= كثافة الهواء في الخزان الثاني
Viscosity of air =	0.018 mNs/m^3	= لزوجة الهواء
Molecular weight of air =	29 kg/kmol	= الوزن الجزيئي للهواء
Molar volume at STP =	22.4 m^3/kmol	= الحجم المولي بالظروف القياسية
Friction factor, f =	0.0056	= f معامل الاحتكاك
γ =	1.36	= γ قيمة الثابت

Solution

الحل

Given:

المعلوم :

T_1 = 290 K,P_1 = 10 x 10^6 Pa (N/m^2), P_2 = 8.75 x 10^6 Pa (N/m^2), M = 29 kg/kmol

μ = 0.018 Ns/m^2, ρ_2 = 106.157 kg/m^3, γ = 1.36, f = 0.056, l =30 m, d = 0.01 m,

molar volume = 22.4 m^3/kmol

Assumptions:

الافتراضات:

a- Constant viscosity, thus independent of temperature
b- Adiabatic flow

أ- تعد اللزوجة ثابتة , أي لا تتأثر بدرجة الحرارة
ب- يعد الجريان جرياناً بدون تبادل حراري (أديباتي)

نستخدم المعادلة (6.52) وهي :

Applying equation (6.52):

$$4f\ \frac{l}{d} = \left[\frac{\gamma-1}{2\,\gamma} + \frac{P_1}{v_1}\left(\frac{A}{G}\right)^2\right]\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2\right] - \frac{\gamma+1}{\gamma}\ \ln\ \frac{v_2}{v_1}$$

We first estimate v_1 using equation (6.32)

نوجد قيمة v_1 أولاً باستخدام المعادلة (6.32)

$$\frac{P_1\,v_1}{T_1} = \frac{P_2\,v_2}{T_2}$$

We will take v_2 as the molar volume at STP, P_2 to be the atmospheric pressure (101.3 kPa) and T_2 the ***absolute zero*** (273 K).

نتخذ v_2 مساوياً الحجم المولي بالظروف القياسية و P_2 هو الضغط الجوي (101.3 kPa) و T_2 ***درجة الصفر المطلق*** (273 K) .

$$\frac{10 \times 10^6 \times v_1}{290} = \frac{101.3 \times 10^3 \times 22.4}{273}$$

$v_1 = 0.241\ m^3/kmol$

$v_1 = 0.241/29 = 0.0083\ m^3/kg$

$v_2 = 1/\rho_2 = 1/106.157 = 0.00942\ m^3/kg$

We now compute G using equation (6.52):

والآن نحسب G من المعادلة (6.52) :

$$(4 \times 0.0056 \times 30/0.01) = \left[\frac{1.36-1}{2 \times 1.36} + \frac{10 \times 10^6}{0.0083}\left(\frac{A}{G}\right)^2\right]\left[1 - \left(\frac{0.0083}{0.00942}\right)\right] - \frac{1.36+1}{1.36}\ \ln\left(\frac{0.00942}{0.0083}\right)$$

$A/G = 5 \times 10^{-4}\ m^2/(kg/s)$

$A = \pi d^2/4 = (\pi/4)(0.01)^2 = 7.85 \times 10^{-5}\ m^2$

$\therefore G = 7.85 \times 10^{-5}/5 \times 10^{-4} = \underline{0.157\ kg/s}$

6.8 Fanno Line

The Fanno line depicts the conditions for an adiabatic flow in a pipe. The line is generally drawn according to a relationship between entropy and enthalpy, or between entropy and temperature based on the following equations:

6.8 خط فانو

يبين خط فانو مختلف ظروف المائع اثناء جريانه في الانبوب جرياناً بدون تبادل حراري (جريان اديباتي) , ويرسم هذا الخط حسب علاقة تربط بين الانتروبي والانثالي او بين الانتروبي ودرجة الحرارة التي تشتق على اساس المعادلات الآتية :

$$\frac{dH}{dT} = C_P \qquad \text{(Eq. 4.33)}$$

$$dS = \frac{dq}{T} \qquad \text{(Eq. 4.22)}$$

$$H = U + P\,v \qquad \text{(Eq. 4.21)}$$

Differentiating equation (4.21):

وباجراء عملية التفاضل على المعادلة (4.21) :

$$dH = dU + P\,dv + v\,dP \qquad (6.53)$$

We also have the first law of thermodynamics:

و كذلك لدينا من القانون الأول لداينميك الحرارة :

$$dU = dq - dw$$

Equation (4.22) can be written as:

كما تعطي المعادلة (4.22):

$$dq = T\,dS$$

Substitution in the first law will give:

و بالتعويض في القانون الأول لداينميك الحرارة نحصل على :

$$dU = T\,dS - P\,dv \qquad (6.54)$$

We then substitute dU in equation (6.53)

ثم نعوض عن dU في المعادلة (6.53)

$$dH = T\,dS - P\,dv + P\,dv + v\,dP$$

$$\therefore dH = T\,dS + v\,dP \qquad (6.55)$$

Combining the two equations (6.55) and (4.35):

وبدمج المعادلتين (6.55) و (4.35) نحصل على :

$$C_P\,dT = T\,dS + v\,dP$$

or

وبصيغة ثانية

$$dS = C_P \frac{dT}{T} - \frac{v}{T}\,dP \qquad (6.56)$$

The ideal gas law gives:

وينص قانون الغاز المثالي :

$$\frac{v}{T} = \frac{R}{P}$$

Substituting $\frac{v}{T}$ in equation (6.56):

وبالتعويض عن $\frac{v}{T}$ في المعادلة (6.56) ينتج الآتي :

$$dS = C_P \frac{dT}{T} - R\,dP$$

Considering C_P and R constants; integration yields:

وباجراء التكامل على أن C_P و R ثوابت :

$$S = C_P \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0} \qquad (6.57)$$

P_0 and T_0 represent the pressure and temperature when the entropy is assumed equal to zero. Equation (6.57) is actually a relationship to draw the Fanno line, as shown in Fig 6.3.

حيث يمثل كل من P_0 و T_0 مقدار الضغط ودرجة الحرارة عندما يفترض أن مقدار الانتروبي يساوي صفراً . وتمثل المعادلة (6.57) علاقة لرسم خط فانو كما هو مبين في الشكل 6.3 .

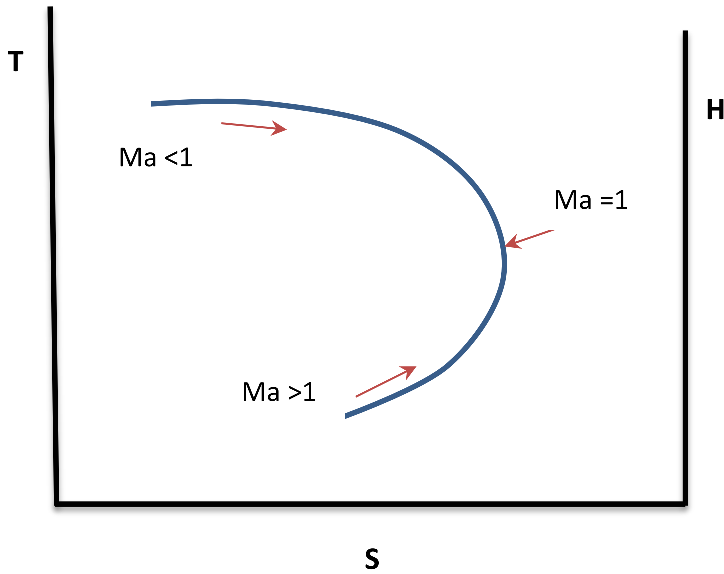


Fig 6.3 Fanno line

الشكل 6.3 خط فانو

The Fanno line clearly shows, that if the gas enters the pipe with a supersonic velocity, the velocity will decrease and the enthalpy will increase to approach sonic conditions (Ma =1). It is also clear that the maximum value of the entropy occurs at the sonic velocity. In any case, the value of the entropy always increases regardless of the gas velocity at the inlet.

و يتضح من خط فانو أنه اذا دخل الغاز إلى الانبوب بسرعة فوق صوتية فانها ستنخفض بينما تزداد الانثالبي لحين حصول الظروف الصوتية أي (Ma =1) . ويلاحظ ان أقصى قمة للأنتروبي تحدث عند بلوغ الغاز السرعة الصوتية , وفي أي حال من الاحوال تزداد قيمة الانتروبي ولا تنقص أبداً سواء اكانت سرعة دخول الغاز فوق صوتية أو دون صوتية .

6.9 Shock Waves

6.9 الموجات الصدمية

Shock waves occur when the gas flow, through ***nozzles***, changes from supersonic to subsonic under certain conditions. Shock waves occur as a result of ***sudden irreversible changes*** in the fluid's properties. The waves are usually accompanied by an increase in the pressure and entropy values; also, a sudden decrease in the velocity as well as a substantial loss in energy. We will cover ***vertical shock waves*** only. There is also what is known as ***oblique shock waves*** that occur when a solid object travels at a very high speed in a gaseous medium; examples are aircraft and spaceships.

تحدث مثل هذه الموجات حين يتحول الجريان من فوق صوتي إلى تحت صوتي تحت ظروف محدودة في ***المنفثات*** . و الموجات الصدمية هي ***تغيرات مفاجئة غير انعكاسية*** في خواص المائع , وتكون دائماً مصحوبة بزيادة مفاجئة في الضغط والانتروبي وانخفاض مفاجيء في السرعة وفقدان ملحوظ في الطاقة . وسنبحث ***الموجات الصدمية العمودية*** فقط , حيث هناك ***الموجات الصدمية المائلة*** التي تحدث في حالة سير اجسام صلبة بسرع عالية جداً في الغاز , مثال ذلك الطائرات والمركبات الفضائية .

The shockwave changes occur across a very small thickness of about 10^{-3} mm, as shown in Fig 6.4.

و تحدث تغيرات الموجات الصدمية عبر سمك ضئيل يبلغ زهاء 10^{-3} mm كما هو مبين في الشكل 6.4 .

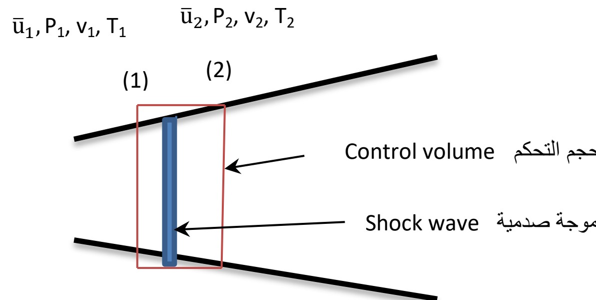


Fig 6.4 Vertical shock wave

الشكل 6.4 موجة صدمية ععمودية

We can apply the momentum equation to the control volume as follows:

و نستطيع تطبيق قانون حفظ الزخم على حجم التحكم كالآتي :

$$\Sigma F_x = \frac{G}{\beta}(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \qquad \text{(Eq 4.85)}$$

Considering that the resultant force ΣF_x is equal to the pressure force and the flow is turbulent, the equation will be reduced to:

وعلى أن مجمل القوى ΣF_x مساوي قوة الضغط فقط , و الجريان اضطرابي تصبح المعادلة :

$$(P_1 - P_2)\,A = G\,(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)$$

We also have

و لكن

$$G = \rho_1 \bar{u}_1 A_1 = = \rho_2 \bar{u}_2 A_2$$

Combining the two equations will give:

و بدمج المعادلتين المذكورتين نحصل على :

$$P_2 - P_1 = \rho_1\, \bar{u}_1^2 - \rho_2\, \bar{u}_2^2 \qquad (6.58)$$

$$P_2 - P_1 = \frac{\bar{u}_1^2}{v_1} - \frac{\bar{u}_2^2}{v_2} \qquad (6.59)$$

Substituting for velocity in terms of Mach number:

نعوض عن السرعة بدلالة رقم ماخ :

$$Ma = \frac{\bar{u}}{\sqrt{\gamma\, P\, v}}$$

Equation (6.59) will change to

فتصبح المعادلة (6.59) الآتي

$$P_2 - P_1 = \gamma\ (P_1\, Ma_1^2 - P_2\, Ma_2^2) \qquad (6.60)$$

Dividing equation (6.60) by P_1 and rearranging it

وبتقسيم المعادلة (6.60) على P_1 واعادة ترتيبها نحصل على

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1+\gamma\, Ma_1^2}{1+\gamma\, Ma_2^2} \qquad (6.61)$$

Applying equation (6.61), we can estimate the pressure resulting from a shock wave. We will now develop relationships to compute the temperature and specific volume:

و هكذا نستطيع حساب مقدار الضغط بعد حدوث موجة صدمية باستخدام المعادلة (6.61) , والآن نشتق معادلات لحساب كل من درجة الحرارة والحجم النوعي :

Starting with the following form of the energy equation:

نبدأ بمعادلة الطاقة بالصيغة :

$$\Delta \frac{u_1^2}{2} + \Delta H = 0$$

$$\frac{u_1^2}{2} + H_1 = \frac{u_2^2}{2} + H_2 \qquad (6.62)$$

In terms of heat capacity C_P:

و بدلالة السعة الحرارية C_P :

$$\frac{\overline{u}_1^2}{2} + C_P\, T_1 = \frac{\overline{u}_2^2}{2} + C_P\, T_2 \qquad (6.63)$$

However, we have:

ولكن

$$C_P - C_v = R$$

$$C_P / C_v = \gamma$$

Combining the two equations will give: و بدمج المعادلتين نحصل على :

$$C_P = \frac{R\,\gamma}{\gamma - 1} \qquad (6.64)$$

Substituting for C_P in equation (6.63) وبالتعويض عن C_P في المعادلة (6.63)

$$\frac{\bar{u}_1^2}{2} + \frac{R\,\gamma}{\gamma - 1} T_1 = \frac{\bar{u}_2^2}{2} + \frac{R\,\gamma}{\gamma - 1} T_2 \qquad (6.65)$$

In terms of Mach number, the equation will be: و بدلالة رقم ماخ تصبح المعادلة (6.65) :

$$\frac{\gamma\, P_1 v_1}{2}\ Ma_1^2 + \frac{R\,\gamma}{\gamma - 1} T_1 = \frac{\gamma\, P_2 v_2}{2}\ Ma_2^2 + \frac{R\,\gamma}{\gamma - 1} T_2$$

The ideal gas law gives: و لدينا من قانون الغازات العام :

$$P_1\, v_1 = R\, T_1$$

$$P_2\, v_2 = R\, T_2$$

Substituting: وبالتعويض نحصل على :

$$\frac{\gamma\ R\,T_1}{2}\ Ma_1^2 + \frac{R\,\gamma}{\gamma - 1} T_1 = \frac{\gamma\, R\,T_2}{2}\ Ma_2^2 + \frac{R\,\gamma}{\gamma - 1} T_2$$

$$Ma_1^2 + \frac{2}{\gamma - 1} = Ma_2^2\,\frac{T_2}{T_1} + \frac{2}{\gamma - 1}\,\frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{2}{\gamma - 1} + Ma_1^2}{\frac{2}{\gamma - 1} + Ma_2^2} \qquad (6.66)$$

Combining the ideal gas law with the mass conversation equation which is written, for ***unvarying cross section- flow***, as follows:

و بدمج قانون الغازات المثالية مع معادلة حفظ الكتلة التي تكتب ***للجريان ثابت المقطع*** بالصيغة :

$$\rho_1 \bar{u}_1 = \rho_2 \bar{u}_2$$

$$\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

نحصل على :

We obtain:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} = \frac{T_2}{T_1} \qquad (6.67)$$

و بدلالة رقم ماخ نحصل على :

In terms of Mach number, we get:

$$\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} = \frac{Ma_1}{Ma_2} \sqrt{\frac{\gamma P_1 v_1}{\gamma P_2 v_2}}$$

و بتطبيق معادلة الغاز المثالي :

Applying the ideal gas law:

$$\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} = \frac{Ma_1}{Ma_2} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \qquad (6.68)$$

وبالتعويض عن $(\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2})$ من المعادلة (6.68) في المعادلة (6.67) نحصل على :

Substituting $(\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2})$ given in equation (6.68) into equation (6.67), we obtain:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \left(\frac{Ma_2}{Ma_1}\right)^2 \qquad (6.69)$$

Finally, we can develop an equation to compute Mach number Ma_1 in terms of Ma_2, by combining equations (6.61, 6.66, and 6.69) as follows:

وأخيراً يمكننا التوصل إلى معادلة لحساب رقم ماخ Ma_1 بدلالة Ma_2 بدمج المعادلات (6.61 و 6.66 و 6.69) على النحو الآتي :

$$\frac{\frac{2}{\gamma-1}+Ma_1^2}{\frac{2}{\gamma-1}+Ma_2^2} = \left(\frac{1+\gamma\,Ma_1^2}{1+\gamma\,Ma_2^2}\right)\left(\frac{Ma_2}{Ma_1}\right)^2 \qquad (6.70)$$

Rearranging equation (6.70):

و باعادة تترتيب المعادلة (6.70) نحصل على :

$$Ma_2{}^2 = \frac{Ma_1^2+\frac{2}{\gamma-1}}{\left(\frac{2\,\gamma}{\gamma-1}\right)Ma_1^2-1} \qquad (6.71)$$

By applying the above equations, we can estimate the variables across the wave.

و بهذا نستطيع حساب المتغيرات عبر الموجة باستخدام المعادلات السابقة

Example 6.5

مثال 6.5

A vertical shock wave occurs in a pipeline carrying air, if the following are known

تحدث موجة صدمية عمودية في انبوب يجري فيه هواء, فاذا كان معلوماً

T_1 = 5 ^{0}C, P_1 = 100 Pa, $\bar{u}_1$= 600 m/s, $\gamma = 1.4$, R = 286.45 J/kg.K

Calculate the velocity, pressure, temperature, Mach number and the specific volume across the wave.

احسب السرعة والضغط ودرجة الحرارة عبر الموجة وكذلك احسب مقداري رقم ماخ و الحجم النوعي .

Solution

الحل

We assume that air is an ideal gas.

نفترض ان الهواء غاز مثالي.

We first compute Ma_1 using equation (6.13):

نحسب أولاً رقم ماخ Ma_1 من المعادلة (6.13) :

$$Ma = \frac{u}{\sqrt{\gamma\,P\,v}}$$

Applying the following ideal gas law (P v = RT), and substituting (P v):

وعلى ان الهواء غاز مثالي نطبق القانون (P v = RT) ونعوض عن (P v) :

$$Ma = \frac{\bar{u}}{\sqrt{\gamma R T}}$$

$$\therefore Ma_1 = \frac{\bar{u}_1}{\sqrt{\gamma R_1 T_1}}$$

$$Ma_1 = \frac{600}{\sqrt{1.4 \text{ x } 286.45 \text{ x } 278}} = 1.797$$

We then calculate Ma_2 using equation (6.71):

ثم نحسب Ma_2 باستخدام المعادلة (6.71) :

$$Ma_2^2 = \frac{Ma_1^2 + \frac{2}{\gamma - 1}}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma-1}\right) Ma_1^2 - 1}$$

$$Ma_2^2 = \{(1.797)^2 + [2/(1.4 - 1)]\} / \{[2 \text{ x } 1.4 /(1.44 - 1)] (1.797)^2] - 1\}$$

$$Ma_2^2 = 0.3809$$

$$Ma_2 = \underline{0.6172}$$

We now compute P2 using equation (6.61)

ثم نحسب P_2 باستخدام المعادلة (6.61)

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1 + \gamma Ma_1^2}{1 + \gamma Ma_2^2}$$

$$P_2/10^5 = \frac{1 + 1.4 \text{ x } 1.797^2}{1 + 1.4 \text{ x } 0.6172^2}$$

P_2 = <u>360 kPa (kN/m^2)</u>

T_2 will be calculated by equation (6.66)

و نحسب T_2 من المعادلة (6.66)

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{2}{\gamma-1} + Ma_1^2}{\frac{2}{\gamma-1} + Ma_2^2}$$

$$T_2/273 = \frac{\frac{2}{1.4-1} + 1.797^2}{\frac{2}{1.4-1} + 0.6172^2}$$

T_2 = 427 K = 152 ^{0}C

The velocity $\bar{u}_2$ is computed by equation (6.68)

و نحصل على قيمة $\bar{u}_2$ من المعادلة (6.68)

$$\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_2} = \frac{Ma_1}{Ma_2}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$600/\bar{u}_2 = (1.797/0.6172)\sqrt{\frac{279}{425}}$$

$\bar{u}_2$ = 254.8 m/s

v_1 is estimated using the ideal gas law:

ومن قانون الغاز المثالي نحسب v_1 :

$P_1 v_1 = R T_1$

$v_1 = 286.45 \times 278 / 10^5$

$v_1 = 0.7963\ m^3/kg$

v_2 is determined using the continuity equation:

وبتطبيق معادلة الاتصال (معادلة حفظ الكتلة) نجد قيمة v_2 :

$$G = \rho_1 A \bar{u}_1 = A \bar{u}_1/v_1 = A \bar{u}_2/v_2$$

$$\therefore \bar{u}_1/v_1 = \bar{u}_2/v_2$$

$$600/0.7963 = 254.8/v_2$$

$$v_2 = \underline{0.3381 \text{ m}^3/\text{kg}}$$

Comment

The value of Mach number indicates that the flow is supersonic, then changed to subsonic after the occurrence of the shock wave. The increase in entropy, during the occurrence of the shock wave, can be estimated by an equation similar to equation (6.57), which is:

ملاحظة

يلاحظ من قيمة رقم ماخ ان الجريان هو فوق صوتي ثم انخفض إلى دون صوتي بعد حدوث الموجة الصدمية . ويمكن حساب مقدار الزيادة في الانتروبي أثناء حدوث الموجة ابتداءاً بمعادلة مماثلة للمعادلة (6.57) وهي :

$$S_2 - S_1 = C_P \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \qquad (6.72)$$

Substituting T and P in equation (6.72) in terms of Mach number using equations (6.69, 6.61 and 6.71), then rearranging it, we will get:

نعوض عن T و P في المعادلة (6.72) بدلالة رقم ماخ من المعادلات (6.71, 6.61, 6.69) و بعد الترتيب نحصل على :

$$S_2 - S_1 = C_P \ln \frac{28\ Ma_1^2 - (\gamma-1)}{\gamma+1} - C_P \ln \frac{Ma_1^2 - (\gamma-1)}{(\gamma-1)\ Ma_1^2+2} \qquad (6.73)$$

Equation (6.73) shows that the value of $(S_2 - S_1)$ is positive when the value of Mach number is greater than one. Accordingly, we conclude that the shock wave only occurs in supersonic flow.

وتبين المعادلة (6.73) أن قيمة $(S_2 - S_1)$ تكون موجبة حين يكون رقم ماخ أكبر من واحد, و بناءاً على ذلك نستنتج ان الموجة الصدمية تحدث في الجريان فوق الصوتي فقط .

6.10 Laval Nozzles

6.10 منفثات لافال

Converging-diverging nozzles are called Laval nozzles. They are used for expanding gasses to very low pressures, as in aircraft engines and rockets. They are named after the Swedish inventor ***Kustaf De Laval*** in 1888.

تسمى المنفثات التي يكون جزء منها ملتماً والجزء الآخر منفرجاً (***ملتم- منفرج***) بمنفثات لافال وهي تستعمل لغرض تمدد الغازات في الحالات المصحوبة بانخفاض كبير في الضغط مثل محركات الطائرات النفاثة والصواريخ . وقد سميت بهذا الاسم نسبة الى المخترع السويدي ***كوستاف دي لافال*** عام 1888 .

If a converging-diverging nozzle is designed carefully, the gas expansion will approach a reversible path. Moreover, the gas flow will be so fast that there will not be enough time for heat transfer due to the high pressure drop, and therefore the flow can be considered ***isentropic***.

واذا صمم المنفث الملتم – المنفرج بعناية فتمدد الغاز فيه يصبح انعكاسياً على وجه التقريب . ولهبوط الضغط الكبير يكون جريان الغاز فيه سريعاً اذ لازمن كافياً لانتقال الحرارة من المنفث إلى المحيط , وعليه يعد ***جرياناً ايسنتروبياً*** أي بثبوت الانتروبي .

Assuming that a ***perfect gas*** is flowing steadily in one direction, this will enable us to study the behavior of a gas in the nozzle under different conditions as follows:

واذا افترضنا الغاز ***غازاً تاماً*** يجري جرياناً مستقراً باتجاه واحد فيمكننا دراسة سلوك الغاز في المنفث لظروف جريان مختلفة على الوجه الآتي :

Consider the nozzle in Fig 6.5; if we control the pressure across the nozzle, we will arrive at the following cases:

تأمل المنفث في الشكل 6.5 , فاذا تمكننا التحكم بمقدار الضغط عبر المنفث سوف نحصل على الحالات الآتية :

a- No flow will take place, in the case of the ***surroundings pressure*** P_4 is equal to the vessel pressure P_1 and to the nozzle outlet pressure P_3. Curve A depicts the ***pressure distribution*** along the nozzle.

أ- حين يتساوى ***ضغط المحيط*** P_4 وضغط الخزان P_1 وضغط مخرج المنفث P_3 فسوف لن يحدث أي جريان . ويبين المنحنى A ***توزيع الضغط*** على امتداد المنفث .

b- In the case of a decrease in the surrounding pressure and keeping ($P_3 = P_4$). The gas will exit the vessel to the surroundings through the nozzle. The pressure will then decrease to the minimum value, in the throat, and rise in the divergent portion, as shown in curve B. The velocity in the throat will not get to the sonic value; thus, the flow is considered ***subsonic***.

ب- حين ينخفض مقدار ضغط المحيط ويبقى ($P_3 = P_4$) فسيندفع الغاز من الخزان إلى خارج المنفث و ينخفض الضغط ليصل إلى ادنى قيمة في العنق ثم يرتفع في الجزء المنفرج من المنفث كما يتضح من المنحنى B , ويفترض في هذه الحالة ان السرعة لم تصل إلى السرعة الصوتية في العنق و لهذا يعد الجريان في المنفث جرياناً ***دون صوتياً*** .

c- If the surrounding pressure is lowered further and (P_3 = P_4), the velocity will approach sonic velocity in the throat and the ***critical pressure ratio*** will be attained. This ratio was defined in equation (6.41) as the ratio of the pressure in the throat to that in the vessel. In this case, Mach number in the throat is equal to one. Curve C shows the pressure distribution where the prevailing flow is isentropic. In this case, the throat acts as a ***choke*** and will not allow a further pressure decrease in the converging section.

ت- اذا انخفض ضغط المحيط أكثر وبقي (P_3 = P_4) فالسرعة ستصل إلى السرعة الصوتية في العنق و تنتج ***نسبة الضغط الحرجة*** , التي عرفناها في المعادلة (6.41) كنسبة الضغط في العنق إلى الضغط في الخزان , وفي هذه الحالة يكون رقم ماخ في العنق مساوياً واحداً . ويبين المنحنى C توزيع الضغط حيث يبقى الجريان يتبع ظروف ثبوت الانتروبي (الجريان الايسنتروبي) وفي هذه الحالة يعمل عنق المنفث ***كخانق*** ولن يسمح لظروف الجزء الملتم أن تستجيب لأي إنخفاض لاحق في الضغط .

d- If the surrounding pressure decreases more, the conditions in the throat will remain sonic, that is (Ma =1). The pressure, however, will continue to decrease in the diverging portion and the flow will change to ***supersonic***; see curve D. In this case, the pressure in the nozzle outlet P_3 will be equal to the surrounding pressure P_4; P_3 will therefore be used to design the nozzle.

ث- حين يهبط ضغط المحيط أكثر تبقى الظروف صوتية في عنق المنفث , أي (Ma = 1) , بينما يستمر الضغط بالانخفاض في جزء المنفث المنفرج و يصبح الجريان فيه ***فوق صوتياً*** , انظر المنحنى D . وفي هذه الحالة يبقى الضغط في مخرج المنفث P_3 مساوياً لضغط لمحيط P_4 , وهنا P_3 هو مقدار الضغط الذي يجب ان يستخدم لغرض تصميم المنفث .

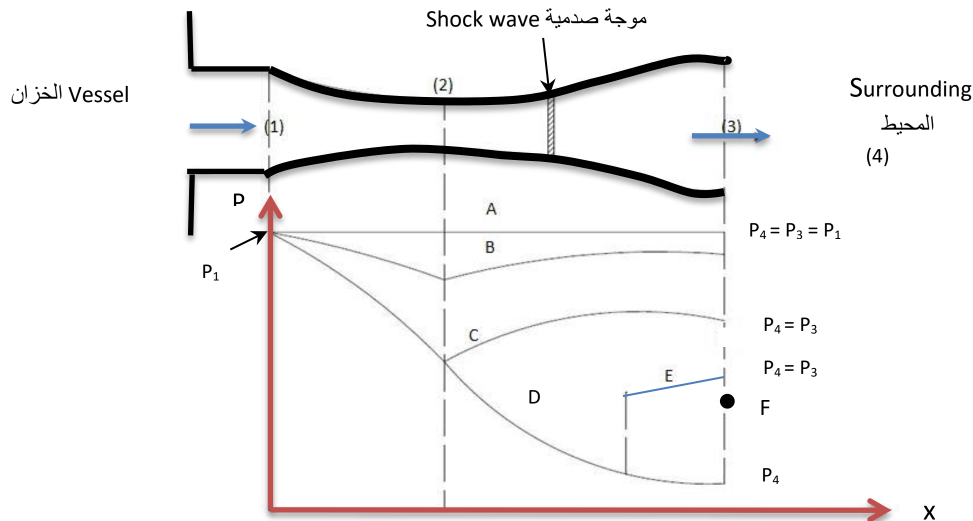
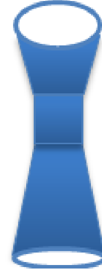


Fig 6.5 Flow pattern in a Laval nozzle

الشكل 6.5 نمط الجريان في منفث لافال

e- In the case of lowering the surrounding pressure to an intermediate value between the end values of the two curves C and D, the flow through the nozzle will either be supersonic, but does not occupy the whole area of the nozzle, or a shock wave will occur in the diverging portion, causing a rise in pressure and changing the flow to subsonic. Curve E represents the occurrence of the shock wave. If the pressure drops sharply relative to curve C, for example to point F then the wave will occur in the nozzle outlet.

ج- في حالة هبوط ضغط المحيط P_4 إلى مقدار مابين مقدار ضغطي نهايتي المنحنين C و D فان الجريان في المنفث سيكون أما فوق صوتي ولكن لا يشمل مساحة المنفث باكملها , أو ستحدث موجة صدمية عند نقطة ما في الجزء المنفرج تسبب ارتفاعاً في الضغط تحول الجريان إلى دون صوتي . ويمثل المنحنى E حدوث الموجة الصدمية , واذا هبط الضغط بمقدار كبير نسبة إلى المنحنى C مثلاً إلى النقطة F فأن الموجة ستحدث في مخرج المنفث .



f- In the case of the surrounding pressure, if P_4 drops below the outlet pressure P_3, the gas will be flowing through the nozzle with P_3 greater than P_4. However, the gas will expand to the surrounding pressure value P_4 causing inclined shock waves.

ح- حين يهبط ضغط المحيط P_4 إلى دون ضغط مخرج المنفث P_3 , أي أن الغاز يجري في المنفث بحيث يكون P_3 أكبر من P_4 فسيتمدد الغاز خارج المنفث من الضغط P_3 إلى P_4 مصحوباً بحدوث موجات صدمية مائلة .

We normally apply the equations of the isentropic flow, given in section 6.6, to solve problems involving flow through nozzles. We will also express more relevant relationships in the following example.

نستخدم المعادلات التي تختص بدراسة الجريان بثبوت الانتروبي (الجريان الايسنتروبي) , الذي ذكرناه في الفقرة 6.6 لحل المسائل المتعلقة بالجريان في المنفثات , وسنبين في المثال القادم بعض المعادلات الأخرى .

Example 6.6

مثال 6.6

Air is ejected from a convergent-divergent nozzle at a speed equivalent to (Ma =3) in a lab. The temperature in the lab is 27 ^{0}C and the pressure is atmospheric, 101.3 kPa. If the diameter of the outlet is 2 cm, compute:

ينبعث الهواء من منفث ملتم - منفرج بسرعة تكافئ (Ma =3) في جو مختبر درجة حرارته 27 ^{0}C وضغط 101.3 kPa (أي الضغط الجوي) فاذا كان قطر فتحة خروج الغاز 2 cm احسب مايلي :

a- The diameter of the nozzle throat
b- The pressure and temperature of the feed vessel
c- The mass flow rate of air

أ- قطر عنق المنفث
ب- الضغط و درجة حرارة الخزان المغذي
ت- معدل جريان الهواء الكتلي

$R = 0.287$ kJ/kg.K, $\gamma = 1.4$

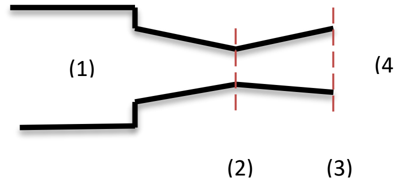
الحل

Solution

المعلوم :

Given:

$Ma = 3$, $P_4 = 101.3$ kPa, $T_4 = 300$ K, $R = 0.287$ kJ/kg.K, $\gamma = 1.4$



الافتراضات

Assumptions

a- ($P_3 = P_4 = 101.3$ kPa)
b- Air is an ideal gas

أ- ($P_3 = P_4 = 101.3$ kPa)
ب- يسلك الهواء سلوكاً مثالياً

We will derive some useful relationships as follows:

نشتق بعض المعادلات المفيدةعلى النحو الآتي:

$$G = \rho\, A\, \bar{u} = \rho_1\, A_1\, \bar{u}_1 = C$$

$$\therefore \ln \rho + \ln A + \ln \bar{u} = \ln C$$

C is a constant; differentiation will yield

حيث ان C مقدار ثابت , وباجراء عملية التفاضل نحصل على

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{d\bar{u}}{\bar{u}} = 0 \qquad (6.74)$$

Applying the ideal gas law in terms of density:

من معادلة الغاز المثالي بدلالة الكثافة :

$$P\ v = R\ T$$

$$P = \rho\ R\ T$$

Differentiating:

وبعد مفاضلة المعادلة :

$$\frac{dP}{P} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \qquad (6.75)$$

We also have the relationship for the reversible adiabatic process (constant entropy process):

كـذلك لـدينا قـانون العمليـة الاديبادتيـة الانعكاسـية (ثبـوت الانتروبي)

$$P\ v^{\gamma} = C$$

$$P/\rho^{\gamma} = C$$

$$\therefore \frac{dP}{P} - \gamma\frac{d\rho}{\rho} = 0 \qquad (6.76)$$

Using the equation defining Mach number

ومن معادلة تعريف رقم ماخ

$$Ma = \frac{\bar{u}}{\sqrt{\gamma\ P\ v}} \qquad \text{(Eqn 6.13)}$$

$$Ma = \frac{\bar{u}}{\sqrt{\gamma\ R\ T}}$$

$$\frac{dMa}{Ma} = \frac{d\bar{u}}{\bar{u}} - \frac{1}{2}\frac{dT}{T} \qquad (6.77)$$

The energy equation leads to

و من معادلة الطاقة

$$dH + \bar{u}\, d\bar{u} = 0 \qquad \text{(see Eqn 6.42)}$$

$$dH = C_P\, dT \qquad \text{(Eqn 4.33)}$$

$$\therefore C_P\, dT + \bar{u}\, d\bar{u} = 0$$

We know that:

والمعلوم ان:

$$C_P = \frac{\gamma}{\gamma-1} R \qquad \text{(Eqn. 6.64)}$$

$$\therefore \frac{\gamma}{\gamma-1} R\ dT + \bar{u}\, d\bar{u} = 0$$

$$R = \frac{\bar{u}^2}{\gamma\, Ma^2\, T} \qquad \text{(from Eqn. 6.13)}$$

$$\frac{1}{\gamma-1} \frac{\bar{u}^2}{\gamma\, Ma^2\, T} dT + \bar{u}\, d\bar{u} = 0$$

$$\therefore \frac{1}{(\gamma-1)\, Ma^2} \frac{dT}{T} + \frac{d\bar{u}}{\bar{u}} = 0 \qquad (6.78)$$

Combining equations (6.75, 6.77 and 6.78) gives the following relationships:

ومـن المعـادلات (6.75 , 6.77, 6.78) نحصـل علـى المعادلات الاتية :

$$\frac{dT}{T} = \frac{-(\gamma-1)\, Ma^2}{1+\frac{\gamma-1}{2} Ma^2} \frac{dMa}{Ma} \qquad (6.79)$$

$$\frac{d\bar{u}}{\bar{u}} = \frac{1}{1+\frac{\gamma-1}{2}Ma^2}\frac{dMa}{Ma} \qquad (6.80)$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{-\gamma\, Ma^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}Ma^2}\frac{dMa}{Ma} \qquad (6.81)$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{-\ Ma^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}Ma^2}\frac{dMa}{Ma} \qquad (6.82)$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{-(1-\ Ma^2)}{1+\frac{\gamma-1}{2}Ma^2}\frac{dMa}{Ma} \qquad (6.83)$$

Equations (6.79 - 6.83) can be integrated for any two sections of the nozzle, and to estimate the throat area, we integrate equation (6.83) over the two sections (2) and (3). Since the flow in the outlet of the nozzle is supersonic, the flow in the throat will never exceed the sonic value, and Mach number will therefore be Ma= 1.

يمكـن مكاملـة المعـادلات (6.79 -6.83) لأي مقطعـين فـي المنفث. ولحساب مساحة عنق المنفث نكامل المعادلة (6.83) في المقطعين (2) و (3) , ولما كان الجريان في مخرج المنفث فـوق صـوتي لـذا فـان الجريـان فـي العنـق لايمكـن ان يفـوق الجريـان الصـوتي , أي ان رقـم مـاخ فـي العنـق يسـاوي الواحد (Ma =1) .

Thus the integration gives

وهكذا تصبح نتيجة التكامل

$$\frac{A_3}{A_2} = \frac{1}{Ma_3}\left(\frac{2+(\gamma-1)Ma_3^2}{\gamma+1}\right)\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)} \qquad (6.84)$$

Knowing that:

و لما علم ان :

$$\frac{A_3}{A_2} = \left(\frac{d_3}{d_2}\right)^2$$

Substituting γ, Ma_3 and d_3 we obtain:

وبالتعويض عن γ و Ma_3 و d_3 نحصل على :

$$\frac{2^2}{d_2^2} = \frac{1}{3}\left(\frac{2+(1.4-1)(3^2)}{1.4+1}\right)\left(\frac{1.4+1}{2\,(1.4-1)}\right)$$

d_2 = <u>0.975 cm</u>

We then calculate the pressure in the throat by applying equation (6.40) to the vessel and the nozzle outlet.

ثم نحسب مقدار الضغط في العنق بتطبيق المعادلة (6.40) على الخزان و مخرج المنفث .

$$\frac{P_1}{P_2} = \left[\left(\frac{(\gamma-1)}{2}\, Ma_2^{\,2} + 1\right]^{\gamma/(\gamma-1)} \qquad \text{(Eqn 6.40)}$$

$P_3 = P_4 = 101.3 \times 10^3$ Pa or (N/m^2)

$$P_1 = 101.3 \times 10^3 \left(\frac{1.4-1}{2} \times 3^2 + 1\right)^{1.4/(1.4-1)}$$

P_1 = <u>3680 kPa</u>

To determine the temperature T_1, We use the following relationships:

ولايجاد درجة الحرارة T_1 نستخدم القانونين :

$$P_1 v_1/T_1 = P_3 v_3/T_3$$

$$P_1 v_1^{\gamma} = P_3 v_3^{\gamma}$$

Combining the two equations:

و بدمج المعادلتين نحصل على :

$$\frac{T_1}{T_3} = \left(\frac{P_1}{P_3}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$$

$T_3 = 27 + 273 = 300$ K

$$\frac{T_1}{300} = \left(\frac{3680}{101.3}\right)^{(1.4-1)/1.4}$$

T_1 = <u>835.2 K</u>

We will now estimate the flow rate G; the continuity equation is:

والآن نحسب معدل الجريان G, لدينا معادلة الاتصال :

$$G = \rho\, A\, \bar{u} = A\, \bar{u}/v$$

$$P\, v = RT$$

$$Ma = \frac{\bar{u}}{\sqrt{\gamma\, P\, v}} = \frac{\bar{u}}{\sqrt{\gamma\, R\, T}}$$

$$\therefore G = \frac{P\, A}{R\, T}\; Ma\, \sqrt{\gamma\, R\, T}$$

$$G = P\, A\, Ma\, \sqrt{\gamma/\, R\, T} \qquad (6.86)$$

Applying equation (6.86) to the nozzle outlet:

نطبق المعادلة (6.86) على مخرج المنفث :

$$G = P_3\; A_3\; Ma_3 \sqrt{\frac{\gamma}{R\, T_3}}$$

$$G = 101.3 \times 10^3\, [(\pi \times 2^2 \times 10^{-4})/4]\; \sqrt{\frac{1.4}{287 \times 300}}$$

G = <u>0.388 kg/s</u>

6.11 Two Phase Flow in Pipes

6.11.1 Modes of Two Phase Flow

When a mixture of gas and liquid flows in a pipe, both phases might be in the turbulent or streamline regime; alternatively, one phase might be turbulent and the other streamline, or vice versa. Two phase flow occurs in the oil and gas pipelines; also the mixture of steam and water passing through the pipes of industrial ***boilers***.

The flow pattern of two phase flow depends on the velocity of the gaseous phase. Many experiments have been conducted to observe the types of flow shown in Fig 6.6.

6.11 الجريان ثنائي الطور في الانابيب

6.11.1 نمط الجريان ثنائي الطور

عندما يجري خليط من الغاز و السائل في انبوب قد يكون كلا الطورين في حالة الاضطراب او في حالة الجريان الانسيابي , او قد يكون احدهما في حالة الاضطراب والآخر في الحالة الأخرى أو عكس ذلك . ويحصل مثل هذا الجريان في انابيب النفط والغاز النفطي وكذلك يجري احياناً خليط من البخار و الماء في انابيب ***المراجل البخارية*** .

يعتمد نمط الجريان ثنائيي الطور على سرعة جريان الطور الغازي , وقد اجريت تجارب عديدة لمشاهدة انواع الجريان الموضحة في الشكل 6.6 .

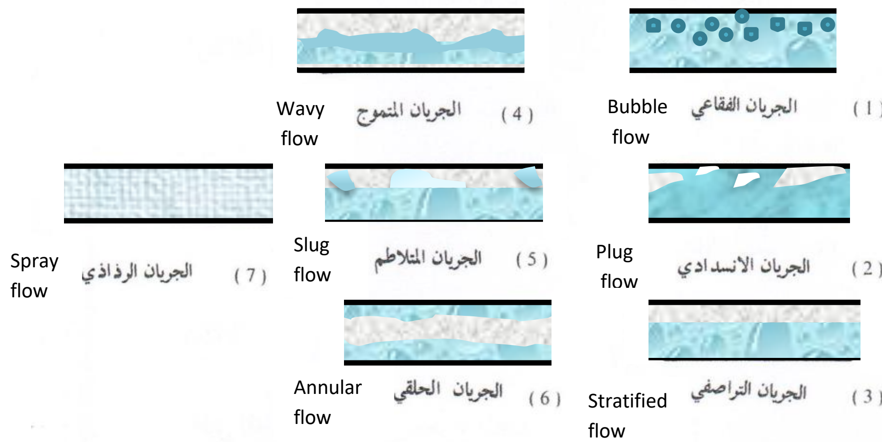


Fig 6.6 Flow modes of a gas-liquid mixture in a horizontal pipe

الشكل 6.6 أنواع جريان خليط من الغاز والسائل في انبوب أفقي

Bubble flow arises when the ratio of the liquid to gas G_G is high and the bubbles move at a velocity closer to that of the liquid. If the bubbles grow in size or merge forming larger bubbles, ***plug flow*** will result. As the flow of gas increases relative to the liquid, ***stratified flow*** prevails; the gas will appear as a distinct layer above the liquid. At a higher velocity, the flow will change to the ***wavy flow*** regime, where a wavy-surface is formed separating the two phases. Increasing the gas velocity further will cause the waves to grow and develop ***slug flow***. In this regime, some of the liquid mass will travel at a speed higher than the average velocity of the liquid causing vibrations. These vibrations can be dangerous and damaging if they hit a bend along the pipeline. The flow will then change to the ***annular flow*** mode, where the gas carrying drops of liquid travel at high speed inside a membrane formed close to the pipe wall. At very high gas speed, the liquid will break down into drops spreading throughout the gas and creating what is known to be ***Spray flow.***

يحدث ***الجريان الفقاعي*** حين تكون نسبة جريان السائل إلى الغاز G_G عالية , وتسير الفقاعات بسرعة مقاربة لسرعة السائل . وفي حالة تضخم حجم الفقاعات أو التصاق بعضها مع بعض ينتج ما يسمى ***الجريان الانسدادي*** , وبازدياد جريان الغاز نسبة إلى السائل ينتج ***الجريان التراصفي*** حيث يظهر الغاز بطبقة محددة فوق طبقة السائل . وعند سرعة أعلى يتحول الجريان إلى ***الجريان المتموج*** الذي يظهر فيه سطح متموج يفصل بين الطورين . ثم تنمو الامواج بازدياد سرعة الغاز فيحصل ***الجريان المتلاطم*** حيث تسير كتل من السائل بسرعة أعلى من متوسط سرعة السائل التي قد تسبب اهتزازات عنيفة وخطرة في الانبوب اذا ما اصطدمت بحنية فيه . وبعد ذلك ينتج ***الجريان الحلقي*** وهو غشاء من السائل يتكون بمحاذاة جدران الانبوب يجري في داخله غاز بسرعة عالية حاملا معه قطرات من السائل . وفي حالة كون سرعة الغاز عالية جداً فسوف يتوزع السائل على شكل قطرات في الغاز مكوناً مايسمى ***بالجريان الرذاذي*** .

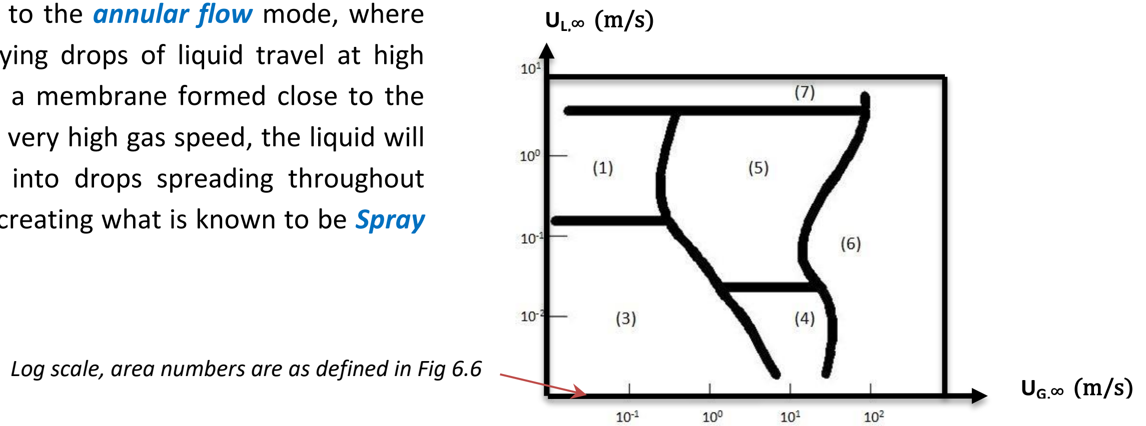


Fig 6.7 Types of two phase flow

الشكل 6.7 انواع الجريان ثنائي الطور

Fig 6.7 shows the boundary lines for the types of two phase flow. The letter G refers to the gas and L to the liquid. The diagram was based on experimental data for a mixture of water and Air. The thick lines indicate that the flow areas couldn't be defined accurately.

ويبين الشكل 6.7 حدود انواع الجريان ثنائي الطور , و يشير الحرف G إلى الغاز بينما يعني الحرف L سائلاً . و قد تم رسم الشكل على اساس معلومات مختبرية تخص خليطاً من الماء والهواء . ويلاحظ سمك الخطوط غير الاعتيادي مشيراً إلى عدم امكانية تحديد مناطق الجريان المختلفة بدقة عالية .

Where $u_{L,\infty}$ represents the velocity of the liquid phase based on ($u_{L,\infty} = 4Q_L/\pi d^2$), implying that the liquid occupies the whole cross section area. The velocity $u_{G,\infty}$ refers to the gas phase based on ($u_{G,\infty} = 4Q_G/\pi d^2$)

حيث يمثل الرمز $u_{L,\infty}$ سرعة الطور السائل المعرفة على اساس ($u_{L,\infty} = 4Q_L/\pi d^2$) اي وكأن السائل يشغل مقطع الانبوب بأكمله وان $u_{G,\infty}$ هي سرعة الغاز المعرفة على اساس ($u_{G,\infty} = 4Q_G/\pi d^2$)

6.11.2 Lockhart and Martinelli Method

6.11.2 تخمين هبوط الضغط بطريقة لوكهارت ومارتينيلي

The pressure drop calculation by this method depends on considering single phase flow, meaning that the gas flow is independent of the liquid flow. The effect of merging the two phases is then added up. It is assumed here that the two phases are in a turbulent state. If the total flow rare is denoted G_T, it will obviously be equal to the sum of the gas and liquid flow rates, thus:

تعتمد هذه الطريقة على اساس دراسة جريان الغاز والسائل كل على انفراد , أي جريان احادي الطور , ثم يضاف تأثير دمج الطورين , ويفترض ان جريان الطورين يكون في حالة الاضطراب . فاذا كان G_T يمثل معدل جريان الخليط , فهو يساوي مجموع جريان الغاز و السائل أي :

$$G_T = G_G + G_L \qquad (6.87)$$

If d denotes the internal diameter of the pipe and A the cross section area, whilst w_G is the gas to liquid mass ration in the mixture, we will obtain:

واذا كان قطر الانبوب الداخلي d ومساحة مقطعه A وكان الرمز w_G يمثل نسبة كتلة الغاز في الخليط أي أن :

$$w_G = \frac{G_G}{G_L} \qquad (6.88)$$

Substituting G_L using equation (6.87):

وبالتعويض عن G_L من المعادلة (6.87) ينتج:

$$G_L = G_T\,(1 - w_G) \qquad (6.89)$$

We can now define the average velocity of the gas u_G and the liquid u_L as follows:

يمكننا الآن تعريف متوسط سرعة الغاز u_G والسائل u_L كالآتي:

$$u_G = \frac{G_G}{A\,\rho_G}$$

$$u_G = \frac{G_T\,.\,w_G}{A\,.\,\rho_G} \qquad (6.90)$$

$$u_L = \frac{G_T\,(1-w_G)}{A\,.\,\rho_L} \qquad (6.91)$$

ρ_G and ρ_L denote the densities of the gas and liquid respectively.

حيث ρ_G و ρ_L هما كثافة الغاز والسائل على التوالي .

We can estimate the pressure drop for the liquid phase using equation (5.8) assuming that it is flowing in the pipe without the other phase.

و على اساس المعادلة (5.8) نستطيع حساب هبوط الضغط بسبب الاحتكاك الناجم عن جريان الطور السائل بافتراض انه يجري في الانبوب دون الطور الآخر .

$$-\Delta P_L = 4f\left(\frac{l}{d}\right)\rho_L\,\frac{u_L^2}{2} \qquad (6.92)$$

Substituting u_L using equation (6.91) into equation (6.92) gives:

وبالتعويض عن u_L من المعادلة (6.91) في المعادلة (6.92) نحصل على :

$$-\Delta P_L = 4f\left(\frac{l}{d}\right)\left[\left(\frac{G_T}{A}\right)^2\left(\frac{1}{2\,\rho_L}\right)\right](1-w_G)^2 \qquad (6.93)$$

Lockhart and Martinelli assumed that the total pressure drop ($- \Delta P_T$) is equal to a drop for one of the phases multiplied by a correction factor Φ^2, thus;

وقد افترض لوكهارت ومارتينيلي هبوط الضغط الكلي $- \Delta P_T$ مساوياً هبوط ضغط احد الطورين مضروباً بمعامل تصحيح Φ^2 أي أن :

$$- \Delta P_T = - \Delta P_L \times \Phi^2 \qquad (6.93A)$$

The values of Φ are given in table 6.1 for different values of X_T, defined as follows:

وان قيم Φ مدرجة في الجدول 6.1 لقيم مختلفة من X_T حيث

$$X_T = \left(\frac{1-w_G}{w_G}\right)^{0.9} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L}\right)^{0.5} \left(\frac{\mu_L}{\mu_G}\right)^{0.1} \qquad (9.94)$$

Now we can calculate the pressure drop ($-\Delta P_T$) due to friction for the flow of a mixture of gas and liquid in a pipe as follows:

وهكذا نستطيع حساب هبوط الضغط ($-\Delta P_T$) بسبب الاحتكاك اثناء جريان خليط من الغاز والسائل في انبوب كالآتي :

$$-\Delta P_T = \Phi^2\, 4f \left(\frac{l}{d}\right) \left[\left(\frac{G_T}{A}\right)^2 \left(\frac{1}{2\,\rho_L}\right)\right] (1 - w_G)^2 \qquad (9.95)$$

We first compute the Reynolds number for the liquid phase:

نحسب اولاً رقم رينولدز للسائل :

$$Re_L = \frac{\rho_L\, u_L\, d}{\mu_L}$$

Substituting for u_L given in equation (6.91), we obtain:

و بالتعويض عن u_L من المعادلة (6.91) نحصل على :

$$Re_L = \frac{G_T\; d\,(1-w_L)}{A\,.\,\mu_L} \qquad (6.96)$$

X_T	Φ
0.01	128
0.02	68.4
0.04	38.5
0.07	24.4
0.10	18.5
0.20	11.2
0.40	7.05
0.70	5.05
1.00	4.20
2.00	3.10
4.00	2.38
7.00	1.96
10.1	1.75
20.0	1.48
40.0	1.29
70.0	1.17
100.0	1.11

Table 6.1

الجدول 6.1

Using the value of Reynolds number and the relative roughness e/d we find the value of f from Fig 5.7.

ثم نستخرج قيمة f من الشكل 5.7 بعد معرفة رقم رينولدز و الخشونة النسبية (e/d) .

Example 6.7

مثال 6.7

A mixture of gas and liquid is running in a smooth pipe of an internal diameter 0.02 m. If the steady flow rate is 0.2 kg/s, calculate the pressure drop for each meter length of the pipe. Given that the mass gas ratio in the mixture is 0.149 and the gas and liquid properties are:

يجري خليط من الغاز والسائل في انبوب املس قطره الداخلي 0.02 m بمعدل جريان مستقر 0.2 kg/s . احسب هبوط الضغط لكل متر من الانبوب علماً بأن نسبة كتلة الغاز في الخليط هي 0.149 وأن خواص الغاز و السائل هي :

$\rho_G = 60\ kg/m^3$
$\mu_G = 1.0 \times 10^{-5}\ Ns/m^2$
$\rho_L = 10^3\ kg/m^3$
$\mu_G = 2.0 \times 10^{-3}\ Ns/m^2$

Solution

الحل

We assume that the pipe is smooth.

نفترض ان الانبوب املس .

To apply equation 6.95, we first estimate f from Fig 5.7

نستخدم المعادلة (6.95) , بعد ان نوجد قيمة f من الشكل 5.7

Re_L will be determined using equation (6.96), which is:

نحسب قيمة Re_L من المعادلة (6.96) وهي :

$$Re_L = \frac{G_T \ d\ (1-w_L)}{A\ .\ \mu_L}$$

$$Re_L = \frac{0.2 \text{ x } 0.02\ \ (1-0.149)}{\left(\frac{\pi}{4}\right)0.02^2 \text{ x } 2 \text{ x}10^{-3}} = 5417$$

The friction factor for a smooth pipe is found from Fig 5.7, it is:

ومـن الشـكل 5.7 نجـد أن قيمـة معامـل الاحتكـاك للأنبـوب الاملس هي :

f = 0.009 approximately

We then calculate X_T using equation (6.94)

ثم نحسب X_T من المعادلة (6.94)

$$X_T = \left(\frac{1-w_G}{w_G}\right)^{0.9} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L}\right)^{0.5} \left(\frac{\mu_L}{\mu_G}\right)^{0.1}$$

$$X_T = \left(\frac{1-0.149}{0.149}\right)^{0.9} \left(\frac{60}{1000}\right)^{0.5} \left(\frac{2 \text{ x } 0.001}{0.00001}\right)^{0.1}$$

$$X_T = 4.797 \text{ x } 0.2449 \text{ x } 1.698 = 9.647$$

We obtain Φ from table 6.1:

ومن الجدول 6.1 نستخرج قيمة Φ :

$$\Phi = 3.106$$

$$\Phi^2 = 9.647$$

Substituting in equation (6.95)

والآن نستطيع ان نعوض في المعادلة (6.95)

$$-\Delta P_T = \Phi^2\, 4f\, \left(\frac{l}{d}\right) \left[\left(\frac{G_T}{A}\right)^2 \left(\frac{1}{2\,\rho_L}\right)\right] (1 - w_G)^2$$

$A = \pi d^2/4 = \pi\, 0.02^2/4 = 0.000314\ m^2$

$$-\Delta P_T = 9.647 \times 0.009 \times \frac{1}{0.02} \times \left[\left(\frac{0.2}{0.000314}\right)^2 \left(\frac{1}{2 \times 1000}\right)\right] (1 - 0.149)^2$$

$-\Delta P_T =$ 2547.2 Pa = 2.547 kPa (kN/m^2)

6.12 Symbols

6.12 الرموز

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Area	L^2	m^2	A	المساحة
Constant	--	--	C	ثابت
Specific heat capacity at constant pressure	$L^2T^{-1}\theta^{-1}$	J/kgK	C_P	السعة الحرارية النوعية بثبوت الضغط
Specific heat capacity at constant volume	$L^2T^{-1}\theta^{-1}$	J/kgK	C_v	السعة الحرارية النوعية بثبوت الحجم
Pipe diameter	L	m	d	قطر الانبوب
Coefficient of elasticity	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	E	معامل المرونة
Pipe wall roughness	L	m	e	خشونة سطح الانبوب
Fanning friction factor	---	---	f	معامل احتكاك فاننك
Force in x direction	MLT^{-2}	N	F_x	القوة بالاتجاه x
Mass flow rate	MT^{-1}	kg/s	G	معدل الجريان الكتلي
Mass flow rate of gas	MT^{-1}	kg/s	G_G	معدل جريان الطور الغازي
Mass flow rate of liquid	MT^{-1}	kg/s	G_L	معدل جريان الطور السائل
Mass flow rate of mixture	MT^{-1}	kg/s	G_T	معدل جريان خليط غاز و سائل
Gravitational acceleration	LT^{-2}	m/s^2	g	التعجيل الجاذبي
Enthalpy	L^2T^{-2}	J/kg	H	الانثالبي
A number in the equation ($P v^k = C$)	--	--	k	رقم في المعادلة ($P v^k =C$)
Pipe length	L	m	l	طول الانبوب
Friction losses	L^2T^{-2}	J/kg	L_f	خسائر الاحتكاك
Molecular weight	--	Kg/kmol	M	الوزن الجزيئي
Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa (N/m^2)	P	الضغط
Critical pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	P^*	الضغط في الظروف الحرجة
Pressure drop due to friction	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	$-\Delta P$	هبوط الضغط بسبب الاحتكاك

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Pressure drop of the liquid phase	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	$-\Delta P_L$	هبوط الضغط للطور السائل
Total pressure drop	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	$-\Delta P_T$	هبوط الضغط الكلي
Heat transferred	L^2T^{-2}	J/kg	Δq	كمية الحرارة المنتقلة
Gas constant	$L^2T^{-2}\,\theta^{-1}$	J/kgK	R	ثابت الغاز
Universal gas constant	$L^2T^{-2}\,\theta^{-1}$	J/kgK	R_0	ثابت الغازات العام
Critical pressure ratio	--	--	r_c	نسبة الضغط الحرجة
Entropy	$L^2T^{-2}\,\theta^{-1}$	J/kgK	S	الانتروبي
Temperature	θ	K	T	درجة الحرارة
Velocity	LT^{-1}	m/s	u	السرعة عند نقطة معينة
Average velocity	LT^{-1}	m/s	$\bar{u}$	متوسط السرعة
Wave speed	LT^{-1}	m/s	u_w	سرعة موجة الضغط
Specific volume	L^3M^{-1}	m^3/kg	v	الحجم النوعي
Shaft work	LT^{-2}	J/kg	δW_s	شغل عمود الادارة
Gas ratio in the mixture	--	--	w_G	نسبة كتلة الغاز في الخليط
Distance	L	m	x	بعد
Coefficient defined in equation 6.40	--	--	X_t	معامل معرف بالمعادلة 6.40
Height above ground level	L	m	Z	الارتفاع عن سطح الارض
Kinetic energy correction factor	--	--	A	معامل تصحيح الطاقة الحركية
Momentum correction factor	--	--	B	معامل تصحيح الزخم
Ratio = (C_P/C_v)	--	--	γ	نسبة مقدارها (C_P/C_v)
Viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ	اللزوجة
Gas phase viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ_G	لزوجة الطور الغازي
Liquid phase velocity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ_L	لزوجة الطور السائل
Constant defined by equation 6.94	--	--	Φ	ثابت معرف بالمعادلة 6.94
Density	ML^{-3}	kg/m^3	ρ	الكثافة
Density of gas phase	ML^{-3}	kg/m^3	ρ_G	كثافة الطور الغازي
Density of liquid phase	ML^{-3}	kg/m^3	ρ_L	كثافة الطور السائل

6.13 Problems

6.13 مسائل

$g = 9.81\ m/s^2$

"Pressure" implies **"absolute value"**

"الضغط" هنا هو **"الضغط المطلق"**

6.1 A gas is flowing at a constant temperature, in a pipe of 0.25 m diameter with a 5 km length at a rate of 0.217 kg/s. The viscosity of the gas is 1.4 x 10^{-5} and the density, considered constant, is equal to 0.56 kg/s. Calculate the pressure required to drive the gas through the pipe to the surrounding at atmospheric pressure (101.3 kPa). Show that the amount of kinetic energy is negligible. (e/d = 0.002)

6.1 يندفع غاز في انبوب قطره 0.25 m و طوله 5 km بمعدل 0.217 kg/s و بثبوت درجة الحرارة , فاذا كانت لزوجة الغاز 1.4 x 10^{-5} Nm/s^2 وكثافته ثابتة المقدار خلال الجريان مساوية 0.56 kg/s احسب الضغط اللازم لدفع الغاز في الانبوب بحيث ينبعث الغاز في نهاية الانبوب الاخرى إلى المحيط تحت الضغط الجوي (101.3 kPa) ثم اثبت امكان اهمال الطاقة الحركية .

الخشونة النسبية (e/d = 0.002)

Ans ج

111 kPa

6.2 An ideal gas, following the relationship (P v = 75 m^2/s^2), flows in a horizontal pipe at a constant temperature. The internal diameter of the pipe is 0.025 m and the pressure drop is 11 kPa for each 5m length. Calculate the mass flow rate per unit area in kg/sm^2, assuming the pressure at the end of the pipe is 12 kpa and the friction factor f = 0.009. Ignore the kinetic energy.

6.2 غاز مثالي يتبع العلاقة (P v = 75 m^2/s^2) يجري في انبوب افقي جرياناً مستقرا بثبوت درجة الحرارة , فاذا كان قطر الانبوب الداخلي 0.025 m ومقدار هبوط الضغط 11 kPa لكل 5 m من طول الانبوب , احسب معدل الجريان الكتلي لوحده المساحة بوحدات kg/sm^2 مفترضاً ان معامل الاحتكاك (f = 0.009) والضغط في نهاية الانبوب 12 kPa . اهمل الطاقة الحركية .

6.3 A pipe with a diameter of 50 mm and a length of 500 m, transports hydrogen isothermally. If the pressure of the feed vessel is 2.6 MPa and at the end of the pipe is 2 MPa, determine the flow rate of the hydrogen. Ignore the kinetic energy.

6.3 انبوب قطره 50 mm وطوله 500 m ينقل غاز الهيدروجين بدرجة حرارة التي تبقى ثابتة . فاذا كان ضغط الخزان المغذي 2.6 MPa والضغط في نهاية الانبوب 2 MPa , احسب معدل جريان الهيدروجين مهملاً الطاقة الحركية .

Molecular weight of hydrogen =	2 kg kg/kmol	الوزن الجزيئي للهيدروجين =
Molar volume at STP =	22.4 kmol/m^3	الحجم المولي بالظروف القياسية =
Relative roughness =	0.001	الخشونة النسبية =
Viscosity of hydrogen =	0.009 ms/m^2	لزوجة الهيدروجين =

(To find f, apply the trial and error method)

(استخدم طريقة التجربة والخطأ لايجاد معامل الاحتكاك f)

Ans ج

0.213 kg/s

6.4 Air is flowing from a vessel at a rate of 2000 kg/m^2s from one vessel to another. The pressure in the feed vessel is 12 MPa and the temperature is 290 K. The connecting pipe is 10 mm in diameter and 35 m long; it is thermally insulated. Estimate the pressure in the receiving tank, given:

6.4 ينتقل هواء بسرعة 2000 kg/m^2s من خزان تحت ضغط 12 MPa وبدرجة حرارة 290 K إلى خزان آخر . فاذا كان الانبوب الواصل بين الخزانين معزولاً حرارياً و كان قطره 10 mm وطوله 35 m . احسب مقدار الضغط في الخزان الثاني علماً أن :

Molecular weight of air =	29 kg/kmol	الوزن الجزيئي للهواء =
Molar volume at STP =	22.4 m^3/kmol	الحجم المولي عند الظروف المناسبة =
Relative roughness =	0.002	الخشونة النسبية =

Note: apply equations 6.47 and 6.52

ملاحظة: استخدم المعادلتينن 6.47 , 6.52

6.5 A water-steam mixture flows in a 75 mm internal diameter and 100 m long insulated pipe. If the flow rate of the water is 1.5 kg/s and that of the steam is 0.05 kg/s, estimate the pressure drop for the mixture, given:

6.5 يجري خليط من الماء و بخار الماء في انبوب معزول طوله 100 m وقطره الداخلي 75 mm , فاذا كان معدل جريان الماء 1.5 kg/s ومعدل جريان البخار 0.05 kg/s احسب مقدار هبوط الضغط لجريان الخليط علماً أن :

Relative roughness =	0.00015	الخشونة النسبية =
Density of steam =	0.788 kg/m^3	كثافة بخار الماء =
Viscosity of steam =	0.0113 x 10^{-3} Ns/m^2	لزوجة بخار الماء =
Density of water =	1000 kg/m^3	كثافة الماء =
Viscosity of water =	0.52 x 10^{-3} Ns/m^2	لزوجة الماء =

Ans ج

29 kPa

6.6 Air is discharged from a vessel though an opening 12 mm in diameter, to the surroundings at 1.0 bar. If the pressure inside the vessel is 10 bar and the temperature is 300 K, calculate the mass flow rate, given:

6.6 يتدفق الهواء من خزان ضغطه 10 bar ودرجة حرارته 300 K خلال فوهة قطرها 12 mm فاذا كان ضغط المحيط 1.0 bar احسب معدل الجريان الكتلي علماً ان :

R = 0.297 kJ/kgK , ϒ = 1.4

(Note that the flow through the opening will not exceed the sonic condition)

(ملاحظة : لايمكن للجريان خلال الفوهة ان يفوق الجريان الصوتي)

6.7 Show that the maximum flow rate of air passing through a convergent-divergent nozzle is given by:

6.7 اثبت ان اقصى معدل لجريان الهواء في منفث ملتم منفرج هو :

$$G_{max} = \frac{0.686\ A_2 P_1}{\sqrt{RT}}$$

Take (Υ =1.4)

علما بان (Υ =1.4)

6.8 Integrate equations 6.79, 6.80, 6.81 and 6.82 for two sections of a convergent-divergent nozzle.

6.8 كامل المعادلات 6.79 , 6.80 , 6.81 , 6.82 بين مقطعين مختلفين لمنفث ملتم منفرج .

6.9 A convergent-divergent nozzle is fixed on the side of a vessel containing air at 10 bar abs and 80 ^{0}C. The discharged air exerts a force of 11.1 kN on the vessel. If the absolute pressure at the outlet is 1 bar , compute:

a - Mach number for the discharged air

b - Area of the throat and outlet

6.9 منفث ملتم – منفرج مثبت في احد جوانب خزان يحتوي هواء بضغط مطلق 10 bar ودرجة حرارة 80 ^{0}C , ولقد وجد ان الهواء المتدفق من المنفث يسلط قوة على الخزان مقدارها 11.12 kN , فاذا كان الضغط المطلق في نقطة خروج الهواء 1 bar أحسب :

أ- رقم ماخ لتدفق الهواء من المنفث

ب- مساحة كل من عنق و مخرج المنفث

γ = 1.4, R = 287 J/kgK

Ans ج

a- 2.156

b- 170.88 cm^2 , 88.6 cm^2

6.10

a - Starting with the energy equation, develop a relationship for estimating the subsonic velocity of a gas being discharged from a vessel through a convergent nozzle.

6.10

أ- ابتداء من معادلة الطاقة جد علاقة لحساب السرعة دون الصوتية لتدفق غاز من خزان خلال منفث ملتم .

b - Air is discharged from a large vessel, at constant entropy, through a nozzle, 12 cm in diameter. If the temperature inside the vessel is 45^0C and the pressure is 45 kPa abs., calculate the flow rate and the temperature in the nozzle outlet. Consider the pressure of the surrounding to be the atmospheric pressure.

ب - يتدفق الهواء من خزان كبير الحجم تدفقاً بثبوت الانتروبي خلال منفث قطر فوهته 12 cm فاذا علمت ان درجة حرارة الخزان 45^0C وضغطه المطلق 45 kPa و ضغط المحيط هو الضغط الجوي . احسب معدل الجريان و درجة الحرارة في فوهة المنفث

In the outlet:

لدينا في فوهة المنفث:

$R = 286.45$ J/kgK, $\Upsilon = 1.4$

Comment: in case of not attaining the critical pressure ratio by the air in the outlet, the pressure in the outlet is equal to the surrounding pressure and the flow will remain subsonic.

ملاحظة : في حالة عدم بلوغ الهواء نسبة الضغط الحرجة فان الضغط في الفوهة يساوي ضغط المحيط ويبقى الجريان دون صوتيا .

6.11 Short research projects

6.11 مشاريع بحثية قصيرة

6.11.1 Use Excel to solve problem 6.3

6.11.1 استخدم برنامج الاكسل لحل المسالة 6.3

6.11.2 Write and an essay about the compressed air system and its uses in industry

6.11.2 اكتب عن منظومة الهواء المضوط واستخداماتها في المصانع

6.11.3 If you are asked to design a pipeline to transport methane from a compressor station to a residential area, 10 km away, what will be the information required to estimate the pipe diameter? Use Excel to compute the size of the pipeline for a value of flow rate provided by your teacher

6.11.3 اذا طلب منك تصميم انبوب لنقل غاز الميثان من محطة الضغط الى مجمع سكني يبعد 10 كيلومتر , فما هي المعلومات المطلوبة لحساب حجم الانبوب ؟ استخدم برنامج اكسل لحساب الحجم معتمدا على معدل جريان يحدده المدرس

6.11.4 Compare a piping system to transport and distribute drinking water to that of propane gas. Produce engineering drawings to show the valves and pumping equipment

6.11.4 قارن بين منظومة انابيب لنقل وتوزيع مياه الشرب ومنظومة نقل وتوزيع غاز البروبان مبيناً بالرسومات الهندسية الصمامات واجهزة الضخ

6.11.5 The use of nozzles in aircraft engines and in air-conditioning equipment

6.11.5 استخدام المنفثات في محركات الطائرات وفي اجهزة التكيف

6.11.6 Write about the phenomenon of the two phase flow in the petroleum industry

6.11.6 اكتب عن ظاهرة حدوث الجريان ثنائي الطور في الصناعات النفطية

Fluid Mechanics **2021** **ميكانيك الموائع**

M.Taki Al-Kamil *محمد تقي الكامل*

Chapter 7 الفصل السابع

Learning objectives of chapter 7

When you complete this chapter you should be able to:

1. Explain the Pitot tube operation and solve relevant problems
2. Derive an equation and solve problems for flow measurement by an orifice meter
3. Describe the venture meter and the rotameter; solve relevant problems
4. Predict the flow rate in open channel flow
5. Describe flow meters used for specialized fluid flow measurement

اهداف دراسة الفصل السابع

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

1. شرح طريقة عمل انبوب بيتوت وحل المسائل ذات الصلة
2. اشتقاق معادلة لحساب معدل الجريان تخص المقياس الفوهي وحل المسائل
3. وصف مقياس فينتشوري والمقياس الدوار وحل المسائل
4. تخمين معدل الجريان في القنوات المفتوحة
5. شرح مقاييس الجريان المتخصصة

7.1 Introduction

Many types of instruments are available for flow measurement; some register the flow rate directly, whilst others measure the velocity, then the flow rate is calculated. Most of the instruments are based on Bernoulli principles, hence a restriction in the flow channel is used to cause a pressure drop accompanied by an increase in velocity. The flow rate is a function of pressure drop and therefore we can convert the reading of a manometer to flow rate. We will also study special types of instruments used for specific flow measurements, as well as those used for ***open channel flow***.

7.1 المقدمة

توجد وسائل عديدة لقياس الجريان منها المقاييس التي تؤشر قراءة مباشرة لمعدل الجريان , أو مقاييس للسرعة يحسب على اساسها معدل الجريان . ويستند تشغيل معظم مقاييس الجريان إلى معادلة برنولي , اذ يستخدم تضيق في مجرى المائع لتوليد هبوط في الضغط مصحوب بزيادة في السرعة . ومن المعروف ان معدل الجريان دالة لهبوط الضغط , لذا نستطيع تقييمه من معرفة مقدار هبوط الضغط الذي يقرأ عادة باستخدام المانومتر . وسنبحث كذلك انواعا أخرى من المقاييس التي تستعمل لاغراض متخصصة , وتلك التي تستخدم لقياس ***الجريان في القنوات المفتوحة*** .

7.2 Measurement of Velocity by Pitot-Tube

A Pitot tube consists of a hollow-right angled tube positioned so that the open end is opposes the liquid flow direction, see Fig 7.1. The liquid rises in the tube depending on the velocity at that point. Note that Pitot tube measures the

7.2 قياس سرعة الجريان بواسطة أنبوب بيتوت

يتألف أنبوب بيتوت من انبوبة زجاجية تشكل نهايتها زاوية قائمة كما مبين في الشكل 7.1 , ويوضع انبوب بيتوت في مجرى السائل بحيث تكون فتحة نهايته نحو الاتجاه المعاكس للجريان , ويعتمد ارتفاع السائل فيه على مقدار سرعة الجريان. وتجدر ملاحظة ان انبوب بيتوت يقيس السرعة

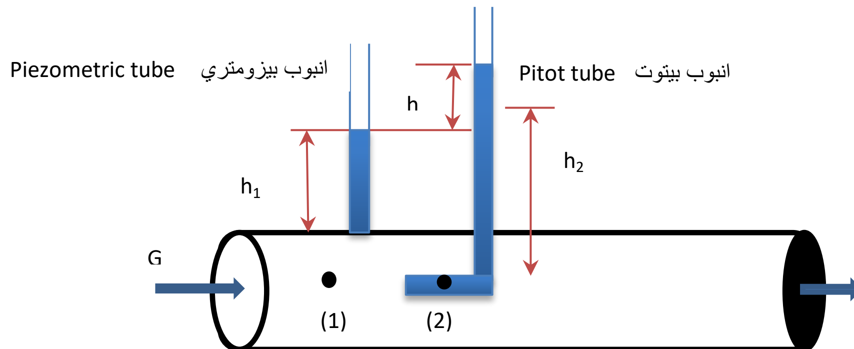


Fig 7.1 Pitot tube

الشكل 7.1 انبوب بيتوت

velocity at the point of contact with the fluid.

If a ***piezometric tube*** is fixed at the pipe wall, the height of the liquid column will provide the value of the ***static pressure***. Applying Bernoulli's equation at points (1) and (2), we obtain:

في نقطة تماسه مع المائع.

واذا ثبت ***انبوب بيزومتري*** في جدران الانبوب فان ارتفاع السائل فيه سيعطي مقدار ***الضغط السكوني*** للمائع (الضغط الاستاتيكي) و بتطبيق معادلة برنولي في النقطتين (1) و (2) نحصل على :

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{u_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{u_2^2}{2g}+z_2 \qquad (7.1)$$

The fluid at point (2) is stagnant, thus:

لكن المائع في النقطة (2) يكون في حالة السكون أي أن :

$$u_2 = 0$$

$$z_1 = z_2$$

Therefore equation (7.1) will be reduced to:

لذا تختصر المعادلة (7.1) إلى :

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{u_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\rho g} \qquad (7.2)$$

The pressure P_1 is the static pressure in the pipe. It is equivalent to the ***static pressure head*** h_1 which is read from the peizometeric tube. At point (2), the height h_2 is the total static head and the ***kinetic head***. The kinetic energy at (2) is converted to an extra head.

يمثل الضغط P_1 الضغط السكوني (الضغط الاستاتيكي) في الأنبوب . وهو يكافئ ***عمود الضغط السكوني*** h_1 الذي يقرأ في الانبوب البزومتري , اما في النقطة (2) فالارتفاع h_2 يمثل مجموع عمود الضغط السكوني و ***العمود المكافئ للطاقة الحركية*** , اذ ان الطاقة الحركية تحولت في النقطة (2) إلى عمود اضافي من السائل .

P_2 is called the ***impact pressure***. Since

و يسمى P_2 ***الضغط الصدمي*** . و بما ان

$$P = \rho g h$$

thus

اذن

$$h_1+\frac{u_1^2}{2g}=h_2$$

$$h_2-h_2=\frac{u_1^2}{2g}$$

We can therefore compute the velocity by:

و هكذا نحسب السرعة من :

$$u_1 = \sqrt{2g\,\Delta h} \qquad (7.3)$$

Equation (7.3) provides theoretical velocity values; to get realistic values, we introduce the ***instrument coefficient*** C_v and the equation will change to:

تعطي المعادلة (7.3) السرعة نظرياً , أما في التطبيق فيجب ادخال ***معامل القياس*** C_v فتصبح المعادلة :

$$u_1 = C_v\sqrt{2g\,\Delta h} = C_v\sqrt{\frac{2\,(P_2 - P_1)}{\rho}} \qquad (7.4)$$

For most of the measurements, $C_v = 1$ or close to 1. Equation (7.3) shows how to calculate the velocity from knowing the liquid heights h_1 and h_2. The pressure difference can be read directly by joining the ends of the Pitot tube and the piezometric tube to a ***manometer***. In this arrangement, the liquid flowing in the pipe will rise into the manometer arms. However, if the manometer liquid is not the same as the flowing liquid, equation (7.4) should be applied instead of (7.3).

ان قيمة C_v تساوي واحداً في معظم حالات القياسات او مقاربة له جداً . كما وتوضح المعادلة (7.3) طريقة حساب السرعة من معرفة ارتفاعي السائل h_1 و h_2 , ويمكننا توصيل ذراعي انبوب بيتوت والانبوب البيزومتري بـ***مانومتر*** لقراءة فرق الضغط مباشرة . و تجدر الاشارة هنا إلى أن السائل في المانومتر هو نفس السائل الجاري , اما اذا كان مختلفا كما هو مبين في الشكل 7.2 فيستحسن استخدام المعادلة (7.4) بدلاً من (7.3)

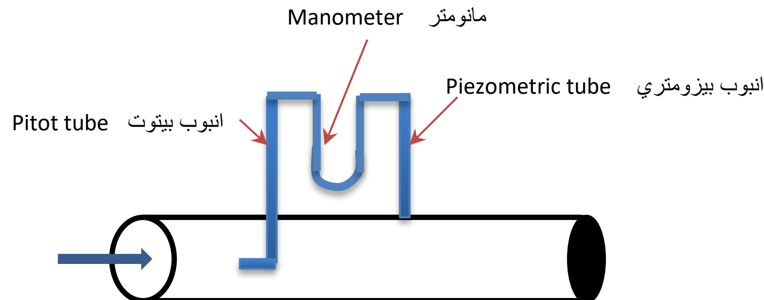
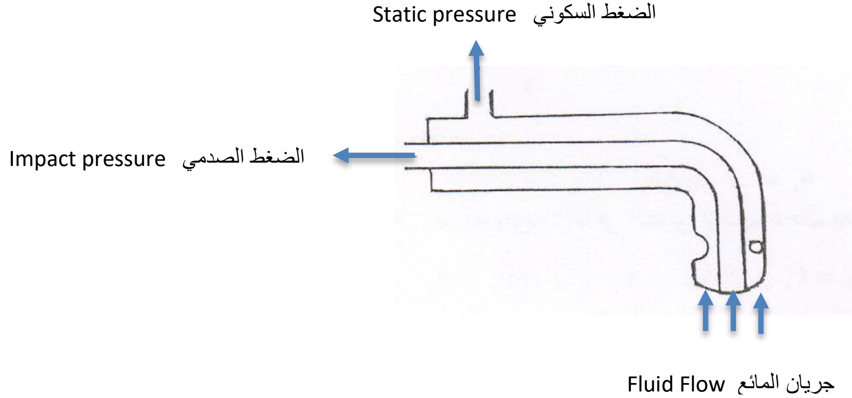


Fig 7.2 Pitot Tube attached to a manometer

الشكل 7.2 انبوب بيتوت متصل بمانومتر

A ***Pitot-static tube*** can also be used to replace the arrangement of Fig 7.2. It consists of two concentric tubes; the inner one measures the impact pressure whilst the outer tube gives the static pressure through the holes at the end. See Fig 7.3

و كذلك يمكن استعمال ***انبوب بيتوت – ستاتيك*** الذي يعوض عن الترتيب المبين في الشكل 7.2 , وهو يتألف من انبوبين متمركزين , اذ يقيس الانبوب الداخلي منهما الضغط الصدمي بينما يعطي الانبوب الخارجي الضغط السكوني من خلال الثقوب في نهايته . انظر الشكل 7.3 .



الشكل 7.3 انبوب بيتوت – ستاتيك

Fig 7.3 Pitot-static tube

The inner and outer tubes are normally attached to a manometer to read the pressure difference directly. For compressible fluids, equation (7.3) can be applied to determine the subsonic velocity up to 60 m/s. However, to compute the subsonic velocity for values above 60 m/s, a simplified version of the energy equation is used.

وعادة يتصل الانبوبان الداخلي والخارجي بمانومتر لقياس فرق الضغط , ويمكن فيما يخص الموائع الانضغاطية استخدام المعادلة (7.3) لحساب السرعة دون الصوتية والتي لا تزيد على 60 m/s بينما نطبق معادلة الطاقة بعد تبسيطها لقياس السرع دون الصوتية التي تفوق 60 m/s .

$$\frac{\Delta u^2}{2} + \int_1^2 v\, dP = 0 \qquad \text{(Eqn. 4.14)}$$

$$\frac{u_1^2}{2} = \frac{u_2^2}{2} + \int_1^2 v\, dP$$

Assuming isentropic flow, we can integrate the above equation using ($P v^{\gamma} = C$) and ($u_2 = 0$)

واذا افترضنا الجريان جرياناً بثبوت الانتروبي (ايسنتروبي) نستطيع مكاملة المعادلة باستخدام ($P v^{\gamma} = C$) وجعل ($u_2 = 0$)

$$\frac{u_1^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} P_1 v_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1\right] \qquad (7.5)$$

It is obvious that the calculation of the velocity in such cases depends on the type of relationship between the pressure and the volume. However, for supersonic velocities measured by a Pitot-static tube, the analysis gets complicated due to the occurrence of shock waves; it is therefore recommended to refer to the ***Gas Dynamics*** texts for such cases.

ومن الواضح ان حساب السرعة في هذه الحالات يعتمد على العلاقة بين الضغط والحجم . اما في حالة استعمال انبوب بيتوت- ستاتيك لقياس السرع فوق الصوتية فتصبح التحليلات اكثر تعقيداً لحدوث الموجات الصدمية , لذا يستحسن الرجوع إلى الكتب المتخصصة بعلم ***داينميك الغازات***.

Example 7.1

مثال 7.1

A Pitot-Static tube is used to measure the flow velocity of ***turpentine*** flowing in a pipeline. If the manometer reading is 12 cm of ***mercury***, calculate the velocity at that point in the pipeline. Density of turpentine is 860 kg/m^3 and that of mercury is 13600 kg/m^3.

يستخدم انبوب بيتوت – ستاتيك لقياس سرعة جريان ***التربنتين*** في انبوب ما . فاذا كانت قراءة المانومتر تشير إلى فرق في ارتفاع ***الزئبق*** مقداره 12 cm . احسب السرعة في تلك النقطة . كثافة التربنتين 860 kg/m^3 و كثافة الزئبق 13600 kg/m^3

الحل

Solution

المعلوم :

Given:

Δh = 12 cm = 0.12 m, $C_v = 1$, ρ_T = 860 kg/m^3, ρ_{Hg} = 13600 kg/m^3

نستخدم المعادلة 7.4 وهي:

Applying equation 7.4:

$$u_1 = C_v \sqrt{\frac{2\,(P_2 - P_1)}{\rho}}$$

We evaluate the pressure difference using the manometer relationship, equation (3.10):

نحسب فرق الضغط من المعادلة (3.10) التي تخص المانومترات :

$$P_2 - P_1 = h_{Hg}\, g\, (\rho_{Hg} - \rho_T)$$

$$P_2 - P_1 = 0.12 \times 9.81 \times (13600 - 860)$$

$$= 14997.528 \text{ Pa}$$

We then substitute in equation (7.4)

ثم نعوض في المعادلة (7.4)

$$u = \sqrt{\frac{2 \times 14997.528}{860}}$$

u = <u>5.905 m/s</u>

7.3 Orifice Meter

7.3 المقياس الفوهي للجريان

The orifice meter consist of a flat plate with a sharp-edged hole placed concentrically inside a pipe, as shown in Fig 7.4

يتألف المقياس الفوهي من صفيحة مثقوبة تعترض مجرى المائع في انبوب ما , كما هو مبين في الشكل 7.4

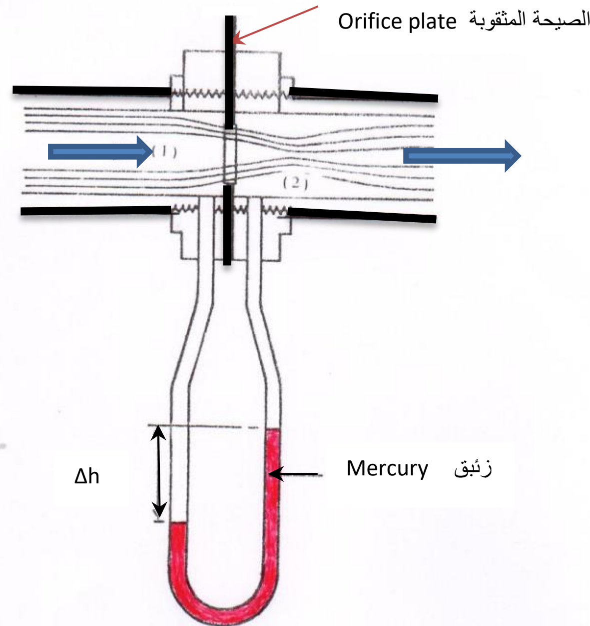


Fig 7.4 Orifice meter

الشكل 7.4 المقياس الفوهي

The orifice is machined carefully to provide a sharp-edged hole. The diameter of the plate is specified according to international standards. The pressure difference across the plate is measured by a manometer. To determine the flow rate, we apply the energy equation:

وتصنع فوهة الثقب بحيث تكون حافتها حادة . ويحدد قطرها بموجب القياسات العالمية المتفق عليها ويقاس فرق الضغط عبر الصفيحة بواسطة المانومتر . نطبق مرة ثانية معادلة الطاقة لتخمين معدل الجريان :

$$\frac{\Delta u^2}{2\alpha} + g\,\Delta z + \int_1^2 v\,dP + W_s + L_f = 0 \qquad \text{(Eqn. 4.74)}$$

In the case of incompressible fluids, the integral will be:

ففي حالة كون المائع غير انضغاطي يصبح التكامل :

$$\int_1^2 v\,dP = v\,(P_2 - P_1)$$

The energy equation can be simplified by assuming:

و يمكن تبسيط معادلة الطاقة , اذ أن :

$$z_1 = z_2$$

$$W_s = 0$$

$$L_f = 0$$

To arrive at

فتحصل على

$$\frac{u_2^2}{2\,\alpha_2} - \frac{u_1^2}{2\,\alpha_1} = v\,(P_1 - P_2) \qquad (7.6)$$

The continuity equation is: ولدينا من معادلة الاتصال :

$$G_1 = G_2$$

$$u_1 A_1 \rho_1 = u_2 A_2 \rho_2$$

For an incompressible fluid: و للمائع غير الانضغاطي :

$$\rho_1 = \rho_2$$

Thus: لذا :

$$u_1 = u_2 (A_2/A_1)$$

Substituting this into equation (7.6) نعوض في المعادلة (7.6)

$$\frac{u_2^2}{2\,\alpha_2} - (1 - \frac{\alpha_2\,A_2^2}{\alpha_1\,A_1^2}) = v\,(P_1 - P_2)$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{2\,\alpha_2\,v\,(P_1 - P_2)}{1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\,(\frac{A_2}{A_1})^2}} \qquad (7.7)$$

However: ولكن :

$$G = u_2 A_2 \rho_2 = u_2 A_2/v_2$$

Therefore

اذن

$$G = \frac{A_2}{v_2} \sqrt{\frac{2\,\alpha_2\,v\,(P_1 - P_2)}{1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} \qquad (7.8)$$

It can be noted that the flow cross section area is reduced from A_1 in section (1) to the orifice area A_0 and then to A_2 in the ***vena contracta***. The contraction coefficient C_c is defined in terms of the area of the orifice and vena contracta as follows:

ويلاحظ ان مساحة مقطع الجريان تنقص من A_1 في المقطع (1) إلى مساحة الفوهة A_0 ثم إلى A_2 في ***المقطع الأقلص*** للجريان . ويعرف معامل التقلص C_c على اساس مساحة المقطع الأقلص ومساحة الفوهة كالآتي :

$$C_c = A_2/A_0 \qquad (7.9)$$

Substituting A_2 in equation (7.8) using equation (7.9), we obtain:

نعوض عن A_2 في المعادلة (7.8) من المعادلة (7.9) فنحصل على معادلة بدلالة مساحة الفوهة الصفيحة :

$$G = \frac{C_c A_0}{v} \sqrt{\frac{2\,\alpha_2\,v\,(P_1 - P_2)}{1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\left(C_c\frac{A_0}{A_1}\right)^2}} \qquad (7.10)$$

The specific volume v is considered constant because the fluid is incompressible. Now, substituting the ***discharge coefficient*** C_D for friction losses in the meter, and for the coefficient of contraction C_c including α_1 and α_2, we can write equation (7.10) in the following format:

ونظراً لكون المائع غير انضغاطي لذا عد الحجم النوعي v ثابتا . وبالتعويض عن تأثير خسائر الاحتكاك في المقياس و معامل التقلص C_c و α_1 و α_2 ***بمعامل التصريف*** C_D يمكن ان نكتب المعادلة (7.10) بالصيغة :

$$G = \frac{C_D A_0}{v} \sqrt{\frac{2\,v\,(P_1 - P_2)}{1 - \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}} \qquad (7.11)$$

If we consider the orifice area A_0 small, compared to the area of the pipe A_1, the following expression becomes:

واذا اعتبرنا مساحة الفوهة A_0 صغيرة نسبة إلى مساحة الانبوب A_1 يصبح المقدار :

$$[1 - (\frac{A_0}{A_1})^2]^{1/2} \longrightarrow 1$$

and equation (7.11) will be reduced to:

وستختصر المعادلة (7.11) إلى :

$$G = \frac{C_D A_0}{v} \sqrt{2\,v\,(P_1 - P_2)} \qquad (7.12)$$

In terms of density:

أو بدلالة الكثافة :

$$G = C_D\,A_0\,\rho \sqrt{2\,\frac{(P_1 - P_2)}{\rho}} \qquad (7.13)$$

In terms of the ***liquid head*** which is equivalent to the pressure difference $(p_1 - P_2)$:

او بدلالة ***عمود السائل*** Δh المكافي لفرق الضغط $(P_1 - P_2)$:

$$G = C_D\,A_0\,\rho \sqrt{2\,g\,\Delta h} \qquad (7.14)$$

Comparing equation (7.13) to (7.4) we note that the coefficient of discharge is equal to the ratio

و بمقارنة المعادلة (7.13) مع المعادلة (7.4) نلاحظ ان معامل التصريف هو في الواقع نسبة التصريف الحقيقي إلى التصريف

of the actual discharge to the calculated value based on area and velocity.

المحسوب على اساس السرعة مضروبة في المساحة .

The magnitude of the discharge coefficient depends on the Reynolds number; for values greater than 10^4 the coefficient will be considered equal to 0.61 approximately.

و تعتمد قيمة معامل التصريف على مقدار رقم رينولدز في الفوهة , فاذا كان رقم رينولدز اكبر من 10^4 يتخذ معامل التصريف مساوياً إلى 0.61 على وجه التقريب .

For the gas flow in a pipe, we can apply equation (7.13) by assuming the gas to be an incompressible fluid. However, for compressible flow we need to integrate the expression $\int_1^2 \mathrm{v}\,\mathrm{dP}$ in the energy equation. The integration is performed according to the relation between the pressure and volume which depends on the type of compression.

و في حالة قياس جريان الغاز في الانبوب فيمكننا استخدام المعادلة (7.13) و ذلك اذا افترضنا الغاز مائعاً غير انضغاطي . اما في حالة كون الغاز مائعاً انضغاطياً فالامر يتطلب مكاملة المقدار $\int_1^2 \mathrm{v}\,\mathrm{dP}$ في معادلة الطاقة حسب العلاقة بين الضغط والحجم التي بدورها تعتمد على نوع عملية الانضغاط .

The friction losses in the orifice meter are normally quite significant; this is due to the impact of the fluid causing turbulence. The friction losses can be reduced by using a convergent nozzle as an orifice, as shown in Fig 7.5. The value of the discharge coefficient for this meter is 0.99, and despite the increase in manufacturing costs, this type is frequently used to measure the flow rate of superheated steam.

تكون عادة خسائر الاحتكاك في المقياس الفوهي كبيرة لاصطام المائع بالصفيحة مما يؤدي إلى نشوء الاضطراب . ويمكن تقليل خسائر الاحتكاك بصنع الصفيحة وفوهتها على هيأة منفث ملتم كما هو مبين في الشكل 7.5 . وهنا تصبح قيمة معامل التصريف 0.99 . ورغم الزيادة في كلفة التصنيع يستخدم هذا المقياس بكثرة لقياس جريان بخار الماء الساخن .

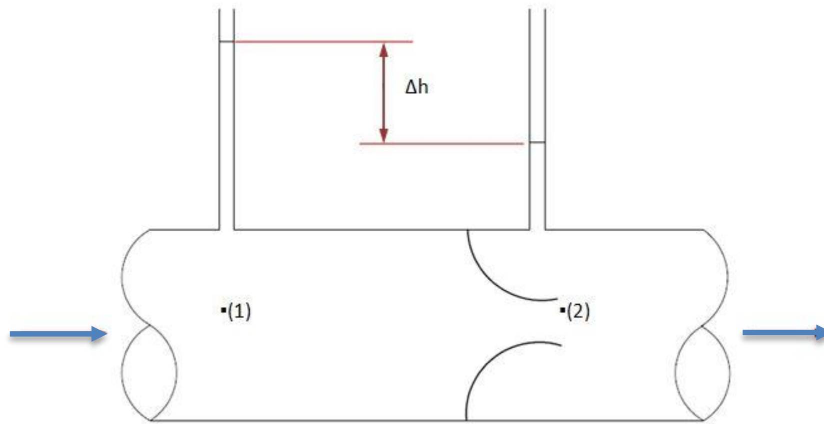


Fig 7.5

الشكل 7.5

7.4 Venturi Meter

This meter consists of a converging pipe with an angle 15^0-20^0, followed by a short throat, then a diverging outlet piece with an angle $5^0 - 7^0$. The ***vena contracta*** doesn't exist in the Venture meter because of the gradual change in the cross section. The convergent and divergent sections follow the streamlines closely and therefore friction losses will be minimal with a contraction coefficient, C_c = 1. The pressure difference is measured by a manometer fixed at two points; one in the throat and the other at the inlet of the meter, as shown in Fig 7.6.

7.4 مقياس فنتشوري

يتألف هذا المقياس من انبوب ملتم بزاوية تتراوح بين (15) درجة و (20) درجة وعنق قصير يليه مخرج منفرج تدريجياً بزاوية بين (5) درجات و (7) درجات . ولا يظهر لجريان المائع في مقياس فنتشوري ***مقطع اقلص*** . ويعود السبب إلى التغير التدريجي في المقطع والمطابق لخطوط الانسياب مما يجعل معامل التقلص C_c يساوي واحداً . كذلك تصبح خسائر الاحتكاك فيه ضئيلة جداً , ويقاس فرق الضغط بواسطة مانومتر مثبت بين نقطتين احداهما في العنق والاخرى في مدخل المقياس كما هو مبين في الشكل 7.6 .

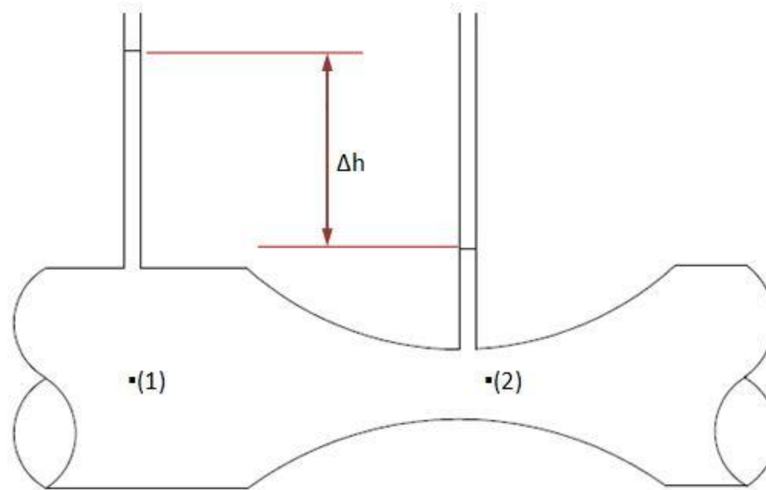


Fig 7.6 Venturi metre

الشكل 7.6 مقياس فنتشوري

Equation (7.11) is used to evaluate the flow rate where the throat area A_2 is substituted for A_0.

وتستخدم المعادلة (7.11) لتخمين معدل الجريان اذ نعوض عن A_0 بمساحة العنق A_2

$$G = \frac{C_D A_2}{v} \sqrt{\frac{2\,v\,(P_1 - P_2)}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}}$$

or:

بصيغة ثانية :

$$G = C_D\, \rho\, \frac{A_1\, A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}} \sqrt{\frac{2\,(P_1 - P_2)}{\rho}} \qquad (7.15)$$

$$G = C_D\, \rho\, \frac{A_1\, A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}} \sqrt{2g\,h} \qquad (7.16)$$

The value of the discharge coefficient for a Venturi meter is 0.98-0.99. The cost of manufacturing the meter is usually much higher than that for the orifice meter. It is also worth noting that equation (7.15) is used to calculate the flow rate regardless of the positioning of the meter. The manometer will read the pressure difference, including the effect of the liquid column, between the points (1) and (2) even if the manometer is in an inclined position.

تتراوح قيمة معامل التصريف بين 0.98 و 0.99 وتكون عادة كلفة تصنيع مقياس فنتشوري عالية مقارنة بالمقياس الفوهي . وتجدر الملاحظة بأن المعادلة 7.15 تستخدم لحساب معدل الجريان بغض النظر عن وضع المقياس , فاذا كان المقياس في وضع مائل قليلاً ستعطي قراءة المانومتر فرق الضغط الكلي بين النقطتين (1) و (2) بما فيه فرق الارتفاع .

Example 7.2

مثال 7.2

Water is flowing in a vertical pipe; a Venturi meter, with an inlet diameter of 0.25 m and throat diameter of 0.125 m, is used to measure the flow rate. If the manometer reading is 0.25 m, compute the volumetric flow rate. Take the value of C_D equal to 0.98, the density of mercury 13600 kg/m^3 and the density of water 10^3 kg/m^3.

يجري الماء في انبوب مثبت شاقولياً , فاذا استخدم انبوب فنشوري قطر مدخله 0.25 m وقطر عنقه 0.125 m لقياس معدل الجريان وكانت قراءة المانومتر الزئبقي 0.25 m , احسب معدل الجريان الحجمي جاعلاً قيمة C_D مساوية 0.98 وكثافة الزئبق 13600 kg/m^3 و كثافة الماء 10^3 kg/m^3 .

Solution

الحل

Given:

المعلوم :

$$\rho_{H2O} = 10^3\ kg/m^3,\ \rho_{Hg} = 13600\ kg/m^3,\ C_D = 0.98,$$

Applying equation (7.15):

نستخدم المعادلة (7.15) وهي :

$$G = C_D \rho \frac{A_1 A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}} \sqrt{\frac{2\ (P_1 - P_2)}{\rho}}$$

We first estimate $(P_2 - P_1)$ using equation (7.10)

ومن المعادلة (7.10) نوجد قيمة $(P_1 - P_2)$

$(P_2 - P_1) = h_{Hg} \cdot g\ (\rho_{Hg} - \rho_{H2O})$

$= 0.25 \times 9.81\ (13600 - 1000)$

$= 30901.5$ Pa

$A_1 = \pi\ d_1^2/4 = \pi\ (0.25)^2/4 = 0.04908\ m^2$

$A_2 = \pi\ d_2^2/4 = \pi\ (0.125)^2/4 = 0.01232\ m^2$

$$Q = G/\rho = 0.98 \frac{0.04908 \text{ x } 0.01232}{\sqrt{0.04908^2 - 0.01232^2}} \sqrt{\frac{2 \text{ x } 30901.5}{1000}}$$

Q = $\underline{0.098\ m^3/s}$

Exercise

تمرين

Repeat the solution of the above example considering the liquid to be oil with a specific gravity of 0.87. Also, compute the flow rate by Excel and compare the results.

اعد حل المثال اعلاه معتبرأ السائل الجاري في الانبوب نفطأ كثافته النسبية 0.87 . استخدم برنامج اكسل ايضا وقارن النتيجة .

7.5 The Rotameter

It consists of a ***float*** contained inside a transparent tapered-tube as shown in Fig 7.7. The float is pushed upwards by the flowing fluid and will reach an equilibrium condition for which the gravity force is balanced by the drag force. The position of the float indicates the flow rate reading. It is worth noting, that the operation of the meters we discussed so far, is governed by the variation of pressure drop, with flow rate. Whereas, the operation of the rotameter depends on the variation of the flow area and the pressure drop remains constant. The ***annulus*** between the tube and the float is the flow area which increases as the float rises upwards. Accordingly, this device is considered as one of the variable area meters. The equation used for the orifice can be slightly modified for the rotameter calculations.

7.5 المقياس الدوار

يتألف هذا المقياس من انبوب شفاف متناقص المقطع من الاعلى إلى الاسفل في داخله ***طوافة*** كما مبين في الشكل 7.7 . فعند مرور المائع في المقياس ترتفع الطوافة فتستقر في موقع معين لتوازن قوة الجاذبية مع القوة الدافعة للمائع , ويشير موقع الطوافة إلى مقدار معدل الجريان , وتجدر الملاحظة ان مقاييس الجريان التي تطرقنا اليها تعتمد على ظاهرة تغير فرق الضغط مع معدل الجريان , بينما يكون فرق الضغط في المقياس الدوار ثابتاً وتتغير المساحة المتاحة للجريان مع معدل الجريان . و***الحلقة*** بين الطوافة والانبوب هي المساحة المتاحة للجريان , حيث تزداد كلما ارتفعت الطوافة في الانبوب , لذا يعد هذا المقياس مقياساً فوهياً متغير الفتحة , ويمكن تطبيق معادلة المقياس الفوهي عليه بعد اجراء بعض التعديلات الطفيفة .

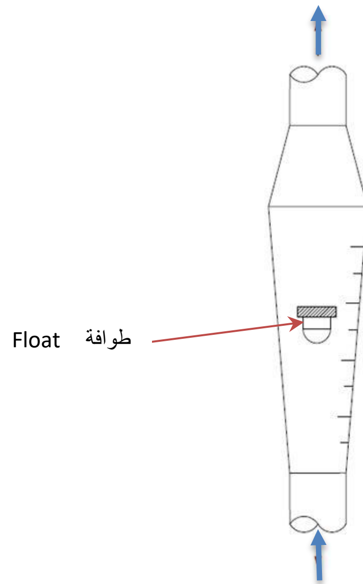


Fig 7.7 The Rotameter

الشكل 7.7 المقياس الدوار

The pressure difference (- ΔP) is estimated by conducting a force balance on the float, where:

يعطى فرق الضغط (ΔP -) عبر الطوافة بموازنة القوى المؤثرة على الطوافة , حيث :

Pressure force + Buoyancy up thrust = Gravity force

قوة الضغط + القوة الدافعة بسبب ثقل المزاح = قوة الجاذبية

$$V_f \rho_f g = V_f \rho g + (-\Delta P) A_f$$

$$-\Delta P = V_f g (\rho_f - \rho) / A_f \qquad (7.17)$$

حيث يمثل كل من :

where:

Cross section area of the float larger section	A_f	مساحة المقطع العرضي للجانب الكبير من الطوافة
Density of the float material	P_f	كثافة مادة صنع الطوافة
Density of the fluid	ρ	كثافة المائع
Volume of the float	V_f	حجم الطوافة

If we assign the area between the float and the pipe A_2 and the pipe area A_1, we can apply equation (7.11) to the rotametrer and obtain:

فاذا رمزنا إلى مساحة الحلقة بين الطوافة والأنبوب A_2 وإلى مساحة مقطع الانبوب A_1 وطبقنا المعادلة (7.11) على المقياس الداور سنحصل على :

$$G = C_D A_2 \rho \sqrt{\frac{2\ (-\Delta P)}{\rho\ [1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2]}} \qquad (7.18)$$

Substituting (- Δp) using equation (7.17):

نعوض عن (Δp -) من المعادلة (7.17) فنحصل على :

$$G = C_D A_2 \rho \sqrt{\frac{2g\ V_f\ (\rho_f - \rho)\rho}{A_f\ [1 - (\frac{A2}{A_1})^2]}} \qquad (7.19)$$

The value of the ***coefficient*** C_D is dependent on the shape of the float and on Reynolds number (in calculating Re, the diameter is to be considered as the ***hydraulic mean diameter of the annulus***), see fig 7.8.

ويعتمد ***المعامل*** C_D على شكل الطوافة وعلى مقدار رقم رينولدز (المحسوب على اساس ***متوسط القطر الهيدروليكي لحلقة الجريان***) كما هو مبين في الشكل 7.8 .

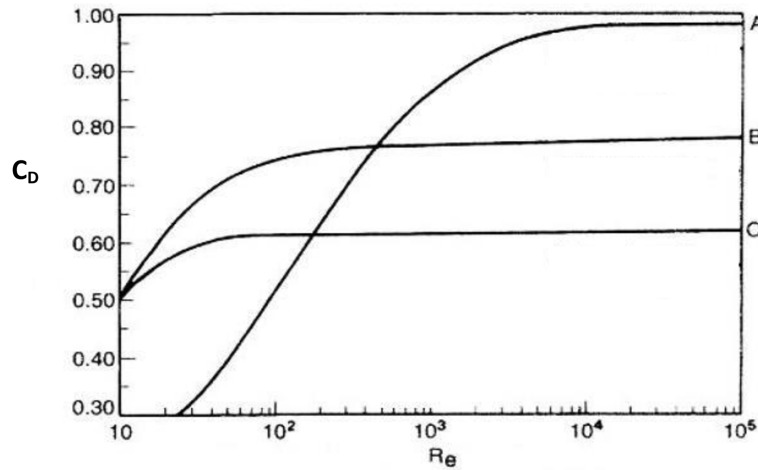


Fig 7.8 Rotameter coefficient vs Reynolds number, for three different floats, A, B and C

الشكل 7.8 معامل المقياس الدوار ضد رقم رينولدز (يمثل A,B,C ثلاثة طوافات مختلفة الشكل)

These meters are commercially available in different sizes. Some are made specifically to measure the flow rate of a certain fluid such as air or water. The meter is generally calibrated to read the flow rate directly from the positioning of the float.

تتوفر هذه المقاييس تجارياً بحجوم مختلفة اذ يكون بعضها متخصصاً بقياس جريان مائع معين كالهواء والماء . وعادة يكون المقياس مدرجاً ولا ضرورة لحساب معدل الجريان بل يقرأ مباشرة من موقع الطوافة .

Example 7.3

The height of a rotameter tube is 0.3 m, its internal diameter at the top is 0.025 m and at the bottom 0.02 m. If the diameter of the float is 0.02 m and its density is 4800 kg/m^3, calculate the mass flow rate of water when the float is half way up the meter tube. The discharge coefficient is 0.7 and the density of water is 10^3 kg/m^3.

مثال 7.3

يبلغ ارتفاع انبوب مقياساً دواراً 0.3 m وقطره الداخلي 0.025 m في الاعلى 0.02 m في الاسف , فاذا كان قطر الطوافة 0.02 m وكثافة مادة صنعها 4800 kg/m^3 وحجمها 6×10^{-6} m^3 , احسب معدل الجريان الكتلي للماء حين يكون موقع الطوافة في منتصف ارتفاع الانبوب , علماً بان معامل التصريف يساوي 0.7 وكثافة الماء 10^3 kg/m^3 .

Solution

الحل

Based on Fig 7.9, given:

المعلوم : الابعاد المبينة في الشكل 7.9 كالآتي :

$C_D = 0.7$, $d_T = 0.025$ m, $d_B = 0.02$ m, $H = 0.3$ m, $V_f = 6\times10^{-6}$ m^3, $\rho = 10^3$ kg/m^3, $\rho_f = 4800$ kg/m^3

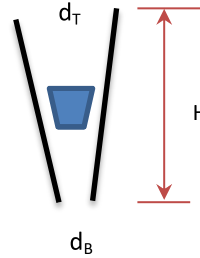


Fig 7.9

الشكل 7.9

We use equation (7.19) to compute the flow rate G

نحسب معدل الجريان G باستخدام المعادلة (7.19)

$$G = C_D A_2 \rho \sqrt{\frac{2g V_f (\rho_f - \rho)\rho}{A_f \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right]}} \qquad \text{(Eqn. 719)}$$

The area at the top of the tube A_t is:

المساحة في اعلى الانبوب A_T هي :

$$A_T = \pi d_T^2/4 = \pi (0.025)^2/4 = 4.91 \times 10^{-4} m^2$$

The smaller area is given by:

المساحة الصغرى A_B تعطى من :

$$A_B = \pi d_B^2/4 = \pi (0.02)^2/4 = 3.14 \times 10^{-4} m^2$$

The float area:

مساحة الطوافة :

$$A_f = 3.14 \times 10^{-4} m^2$$

We can now estimate the annulus area A_2 which is the area half way up the tube A_1 minus the float area:

الآن يجب ان نخمن مساحة الحلقة A_2 التي تساوي مساحة الانبوب في المنتصف A_1 ناقصاً مساحة الطوافة أي :

$$A_2 = A_1 - A_f$$

The two triangles, qse and mne, in Fig 7.10 are similar, thus:

ففي الشكل 7.10 يتشابه المثلثان mne و qse لذا :

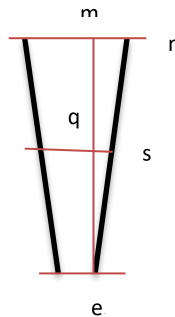


Fig 7.10 **الشكل 7.10**

$\frac{mn}{qs} = \frac{me}{qe}$

$mn = (d_T - d_B)/2 = (0.025- 0.02)/2 = 0.0025$ m

$me = H = 0.3$ m

$me/qe = 2$

$mn/qs = 2$, $0.0025/qs = 2$, $q_s = 0.00125$ m

Thus the diameter, halfway up the tube d_1 is:

اذن قطر الانبوب في المنتصف d_1 هو :

$d_1 = (0.00125 \times 2) + d_B$

$= (0.00125 \times 2) + 0.02$

$d_1 = 0.0225$ m

$A_1 = \pi\, (0.0225)^2/4 = 3.976 \times 10^{-4}$ m

$A_2 = A_1 - A_f$

$A_2 = 3.976 \times 10^{-4} - 3.14 \times 10^{-4}$

$A_2 = 0.836 \times 10^{-4}$ m

$A_2/A_1 = 0.836 \times 10^{-4}/3.976 \times 10^{-4} = 0.210$

Substituting in equation (7.19):

نعوض في المعادلة (7.19) :

$$G = 0.7 \times (0.836 \times 10^{-4})\sqrt{\frac{2(9.81 \times 6 \times 10^{-6})(4800-1000)\,1000}{(3.14 \times 10^{-4})[1-(0.21 \times 021)]}}$$

$G = \underline{0.0714\ kg/s}$

Exercise

تمرين

Calculate the mass flow rate of water when the float is at ¼ the height of the meter tube.

احسب معدل الجريان الكتلي للماء حين يكون موقع الطوافة في ربع ارتفاع الانبوب.

7.6 Open Channel Flow Measurement

The flow in open channels is characterized by the fact that the pressure has the same value at all points on the liquid surface; it is equal to the atmospheric pressure. The channel may well be full of the flowing liquid, or partially full. The flow can either be turbulent or streamline depending on the value of Reynolds number based on the mean hydraulic diameter. The flow regime starts to change from streamline to turbulent when Re = 4000. As the value exceeds 11000, the flow is converted to turbulent. Despite the fact that open channel flow is uncommon in industry, the ***weirs*** are frequently used to control the flow of fluids in ***reactors*** and in ***distillation towers***. The flow in open channels is measured by a weir placed across the channel in a way such that the fluid must flow over it. As the liquid passes over the weir, the pressure energy is converted to kinetic energy. Application of Bernoulli equation shows that the depth of the liquid above the weir z_0, provides a measure for the velocity of the liquid.

7.6 قياس الجريان في االقنوات المفتوحة

يمتاز الجريان في القنوات المفتوحة بتساوي الضغط في جميع نقاط سطح السائل , اذ يكون مساوياً الضغط الجوي . و قد تكون القناة مملوءة جزئياً أو كلياً بالسائل الجاري , كما يمكن ان يكون الجريان اضطرابياً او انسيابياً حسب مقدار رقم رينولدز الذي يحسب على اساس متوسط القطر الهيدروليكي للقناة . ويبدأ نمط الجريان بالتحول من الانسيابي إلى اضطرابي حين تبلغ قيمة رقم رينولدز 4000 , وحين تفوق قيمته 11000 يصبح الجريان اضطرابياً . وعلى الرغم من كون استخدام القنوات المفتوحة في المصانع محدوداً , إلا أن ***الحواجز*** تستخدم كثيراً في التحكم بجريان الموائع في ***المفاعلات*** و ***ابراج التقطير*** مثلاً . ويقاس الجريان في القناة المفتوحة بواسطة سد او حاجز يغطس في السائل , حيث تتحول طاقة الضغط إلى طاقة حركية اثناء عبور السائل فوق الحاجز .
و بتطبيق معادلة برنولي يتضح ان عمق السائل فوق مستوى الحاجز z_0 يعطي قياساً لسرعة الجريان .

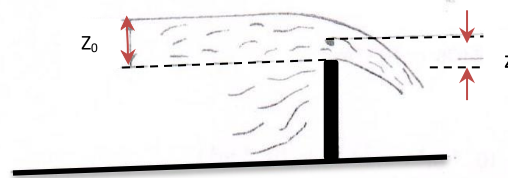


Fig 7.11 Weir

الشكل 7.11 الحاجز الغاطس

In Fig 7.1, it can be noted that depth of the liquid above the weir is z_0; it decreases gradually as the liquid approaches the weir. As a result, the velocity increases and the liquid travels over the weir to a certain distance.

ففي الشكل 7.11 يفترض ان عمق السائل فوق مستوى الحاجز هو z_0 , ويلاحظ أنه يتناقص تدريجياً عند اقتراب السائل من الحاجز , وبسبب ذلك تزداد سرعة الجريان فيندفع السائل عبر الحاجز إلى مسافة معينة .

Consider a point in the liquid at depth z above the weir and apply the Bernoulli equation. If the velocity of the fluid at that point is u and the ***approach velocity*** is u_0, the equation will be:

لنتخذ نقطة ما في السائل بعمق z فوق حافة الحاجز ونطبق معادلة برنولي , فاذا كانت سرعة المائع في تلك النقطة u و ***سرعة الاقتراب*** u_0 تصبح المعادلة :

$$z_0\,g + \frac{u_0^2}{2} = z\,g + \frac{u^2}{2} \qquad (7.20)$$

Equation (7.20) is based on the following assumptions:

(a) the approach velocity is uniform and constant
(b) stream lines above the weir are parallel
(c) the atmospheric pressure acts under the liquid travelling above the weir
(d) the flow is one dimensional-frictionless

وتستند المعادلة 7.20 إلى الافتراضات الآتية :

(أ) سرعة الاقتراب منتظمة وثابتة المقدار
(ب) خطوط الانسياب فوق الحاجز متوازية
(ت) الضغط الجوي يؤثر تحت سطح السائل المندفع من فوق الحاجز
(ث) الجريان باتجاه واحد و بدون احتكاك

Rearranging equation (7.20) will give the velocity at any point:

وباعادة ترتيب المعادلة (7.20) نحصل على السرعة في أي نقطة تكون :

$$u = \sqrt{2g}\,\sqrt{\left(z_0 + \frac{u_0^2}{2g} - z\right)} \qquad (7.21)$$

To evaluate the flow rate, we must first know the type of weir used. One type is essentially a ***rectangular sharp-edged*** flat plate placed across the channel. Another type consists of a ***rectangular notch*** with a width smaller than the width of the channel. There is also the ***triangular notch*** weir as shown in Fig 7.12.

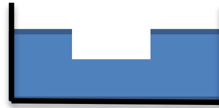
يتطلب تخمين معدل الجريان معرفة نوع الحاجز , اذ قد يكون الحاجز ***مستطيلاً ذا حافة حادة*** يعترض القناة , أو حاجزاً ***ذا ثلمة مستطيلة*** الشكل عرضها اقل من عرض القناة . أو حاجزا ***ذا ثلمة مثلثة*** الشكل كما هو مبين في الشكل 7.12

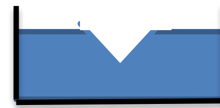
Regardless of the type, let us assume the weir width is b. Now, considering an ***element*** of the stream-cross section, above the edge of the weir, having a depth of dz; thus the flow rate dQ will be:

ولنفترض ان عرض الحاجز b سواء اكان حاجزاً اعتيادياً ام ذا ثلمة مستطيلة ونتخذ ***عنصراً صغيراً*** من مقطع المجرى فوق الحافة ارتفاعه dz فيصبح معدل الجريان dQ :

$$dQ = u\, b\, dz \qquad (7.22)$$







الحاجز الاعتيادي — الثلمة المستطيلة — الثلمة المثلثة

Ordinary weir — Rectangular notch — Triangular notch

Fig 7.12 Weir types

الشكل 7.12 انواع من الحواجز

Substituting u from equation (7.12) into equation (7.22):

بالتعويض عن u من المعادلة (7.12) في المعادلة (7.22) ينتج :

$$dQ = b\sqrt{2g}\,\sqrt{\left(z_0 + \frac{u_0^2}{2g} - z\right)}\,dz \qquad (7.23)$$

To integrate equation (7.23), we assume

ولمكاملة المعادلة (7.23) نفترض ان

$$h = z_0 + \frac{u_0^2}{2g} - z \qquad (7.24)$$

Where:

بحيث أن :

$$dh = -\,dz \qquad (7.25)$$

We then substitute equations (7.24 and 7.25) into equation (7.23):

ثم نعوض المعادلات (7.24 , 7.25) في المعادلة (7.23)

$$dQ = -\,b\sqrt{2g}\;.\;h^{1/2}\;.\;dh \qquad (7.26)$$

Integrating:

و باجراء التكامل:

$$Q = -\,\frac{2}{3}\,b\sqrt{2g}\;.\;h^{3/2} \qquad (7.27)$$

Substituting h in equation (7.27) using equation (7.24), and evaluating z between the limits (z = 0) and ($z = z_0$), we obtain:

نعوض عن h من المعادلة (7.24) في المعادلة (7.27) و نقييم z بين (z = 0) و ($z = z_0$) فنحصل على :

$$Q = \frac{2}{3}\,b\sqrt{2g}\;\left[\left(z_0 + \frac{u_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(\frac{u_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right] \qquad (7.28)$$

If we assume that the approach velocity u_0 value is small compared to the velocity u, we can then consider (u = 0) and equation (7.28) will be

واذا افترضنا مقدار سرعة الاقتراب u_0 صغير مقارنة بالسرعة u فيمكننا جعل ($u_0 = 0$) وتصبح المعادلة (7.28) كالآتي

$$Q = \frac{2}{3}\,b\sqrt{2g}\;\;{z_0}^{3/2} \qquad (7.29)$$

Equation (7.29) is generally reformulated to include a ***discharge coefficient*** accounting for the effect of friction and change in the cross section, to be:

ونطبق عادة المعادلة (7.29) بعد اجراء تعديل عليها , حيث نأخذ بنظر الاهتمام تأثير الاحتكاك وتقليص المقطع و ذلك بادخال ***معامل التصريف*** فتصبح المعادلة :

$$Q = C_D \frac{2}{3} b \sqrt{2g}\ z_0^{3/2} \qquad (7.30)$$

The value of C_D is around 0.65.

اذ نتخذ قيمة C_D مقاربة إلى 0.65 .

However, if the notch is triangular as shown in Fig 7.13, the width b will be varying and its value at a depth z will be:

اما اذا كانت ثلمة الحاجز مثلثة , كما هو مبين في الشكل 7.13 فيعد العرض b متغير المقدار وتصبح قيمته في اي نقطة تعلو بمقدار z :

$$b = 2\,.\,z \tan\frac{\theta}{2} \qquad (7.31)$$

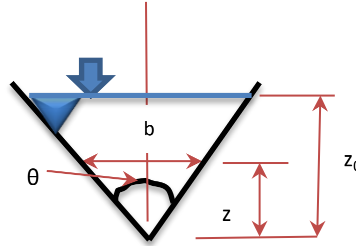


Fig 7.13

الشكل 7.13

Ignoring the approach velocity u_0, and substituting for b in equation (7.23) using equation (7.31), we can obtain the flow rate as follows

وباهمال سرعة الاقتراب u_0 والتعويض عن b من المعادلة (7.31) في المعادلة (7.23) نحصل على معدل الجريان كالآتي

$$dQ = 2 \tan\frac{\theta}{2} \sqrt{2g}\ \sqrt{z_0 - z}\quad z\, dz \qquad (7.32)$$

$$dQ = 2 \tan\frac{\theta}{2} \sqrt{2g}\ (z_0^{1/2} z - z^{3/2})\ \ z\,dz \qquad (7.33)$$

Integrating equation (7.33) in the limits (z = 0) and ($z = z_0$):

نكامل المعادلة (7.33) بين (z = 0) و ($z = z_0$) :

$$Q = 2 \tan\frac{\theta}{2} \sqrt{2g} \int_0^{z_0} (z_0 - z)^{1/2}\ z\,dz \qquad (7.34)$$

We can follow the previous method to integrate the equation to obtain:

ويمكننا اتباع نفس الطريقة السابقة لاجراء التكامل ,فنحصل على :

$$Q = \frac{18}{5} \tan\frac{\theta}{2} \sqrt{2g}\ \ z_0^{5/2} \qquad (7.35)$$

To compensate for friction and the change in cross section, we introduce the coefficient of discharge C_D to equation (7.35) which will change to:

ثم ندخل معامل التصريف C_D في المعادلة (7.35) للتعويض عن تأثير الاحتكاك وتغير المقطع فتصبح المعادلة :

$$Q = C_D \frac{18}{5} \tan\frac{\theta}{2} \sqrt{2g}\ \ z_0^{5/2} \qquad (7.36)$$

The values of C_D will be around 0.62.

و هنا نتخذ C_D قيمة مقاربة من 0.62 .

Example 7.4

The surface area of a water storage tank is 500 m^2. The tank is drained through a rectangular opening on the side. Calculate the time required for the water level to fall from a height of 3.2 m above the edge of the opening to 0.1 m. The length of the opening is 0.5 m and the coefficient of discharge is 0.65.

مثال 7.4

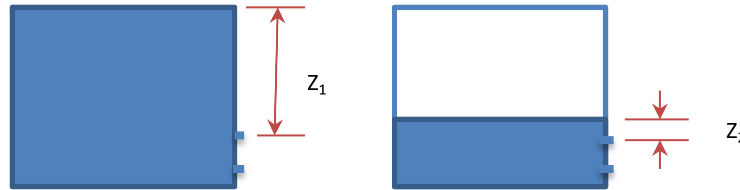
يتم تفريغ خزان مائي مساحته السطحية $500\ m^2$ خلال فتحة مستطيلة الشكل في أحد جوانبه . احسب الزمن اللازم لتفريغ الخزان من عمق 3.2 m إلى 0.1 m فوق حافة الفتحة علماً ان طول الفتحة 0.5 m وقيمة معامل التصريف 0.65

الحل

Solution

المعلوم:

Given:



Initial depth of water above the opening	$z_1 = 3.2$ m	عمق السائل فوق حافة الفتحة قبل بدء التفريغ
Final depth of water above the opening	$z_2 = 0.1$ m	عمق السائل فوق حافة الفتحة بعد انتهاء التفريغ
Surface area	$A = 500\ m^2$	المساحة السطحية
Discharge coefficient	$C_D = 0.65$	معامل التصريف
Width of the opening	$B = 0.5$ m	عرض الفتحة

In this case, the depth z_0 changes with time.

في هذه الحالة يتغير العمق z_0 مع الزمن .

The change in volume will be:

مقدار تغير الحجم :

$$A\, dz_0 = -\, Q\, dt$$

The minus sign indicates that as the time increases, the level z_0 decreases. However, we have the flow rate Q given by equation (7.30):

حيث تشير علامة الناقص إلى أن المستوى z_0 ينخفض بازدياد الزمن t , ولكن لدينا معدل الجريان Q من المعادلة (7.30) هو :

$$Q = C_D \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \; z_0^{3/2} \qquad \text{(Eq. 7.30)}$$

Substituting for Q in the time equation

نعوض عن Q في معادلة الزمن

$$A \, dz_0 = - C_D \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \; z_0^{3/2} \, dt$$

$$dt = \frac{- A \, dz_0}{C_D \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \; z_0^{3/2}}$$

$$t = \int_{z_1}^{z_2} \frac{- A}{C_D \frac{2}{3} b \sqrt{2g}} \; z_0^{-3/2} \, dz_0$$

$$t = \frac{3A}{C_D \, b \sqrt{2g}} \left(\frac{1}{\sqrt{z_2}} - \frac{1}{\sqrt{z_1}}\right)$$

$$t = \frac{3 \text{ x } 500}{0.65 \text{ x } 0.5 \text{ x } \sqrt{2 \text{ x } 9.81}} \left(\frac{1}{\sqrt{0.1}} - \frac{1}{\sqrt{3.2}}\right)$$

$$t = \underline{2712.53 \text{ s}}$$

7.7 Special Flow Measuring Meters

There are a number of measuring instruments used for specific flow circumstances, such as the flow of molten metals. The measuring instruments covered earlier can’t be used and novel measuring techniques are required. In what follows, we will cover some of the common meters.

7.7 مقاييس الجريان المتخصصة

يوجد عدد من مقاييس الجريان التي تستخدم لاغراض متخصصة مثل قياس جريان المعادن المسيلة وغيرها حيث لا يمكن استخدام المقاييس التي ذكرت سابقاً , لذا يستوجب تطبيق اساليب مبتكرة , وسنتطرق هنا الى بعض هذه المقاييس شائعة الاستخدام .

7.7.1 Hot Wire Anemometer

The Anemometer consists of a wire with diameter 0.0038 mm and 1.27 mm long, fixed as shown in Fig 7.14.

7.7.1 الانيموميتر ذو السلك الساخن

يتألف الاينموميتر من سلك قطره بحدود 0.0038 mm وطوله حوالي 1.27 mm مثبت كما مبين في الشكل 7.14

The wire is typically made of a metal coated with platinum. The temperature of the wire rises as the electrical current passes through it. It decreases when the fluid passes over the wire and as a result the electric resistance changes. At equilibrium, when the temperature remains constant, the electric power consumed will be equal to the heat loss from the wire.

Electrical power is given by (I^2 x R).

ويصنع السلك عادة من معدن مكسو بالبلاتين , اذ ترتفع درجة حرارته عند مرور تيار كهربائي به ثم تنخفض عند تمرير المائع فوقه فتتغير مقاومته الكهربائية . وفي حالة التوازن , أي عند ثبوت درجة حرارة السلك , يصبح مقدار الطاقة الكهربائية المصروفة مساوياً مقدار الحرارة المفقودة من السلك , وتعطى الطاقة الكهربائية من حاصل ضرب التيار مربعا في المقاومة الكهربائية .

الطاقة الكهربائية = (I^2 x R)

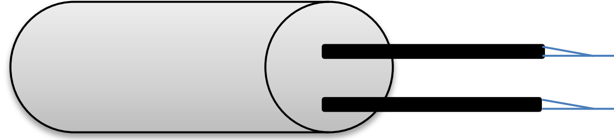


Fig 7.14 Hot wire anemometer

الشكل 7.14 الانيمومتر ذو السلك الساخن

To maintain a constant temperature, the current can be changed and the resistance kept unchanged in a ***Wheatstone bridge*** arrangement as shown in Fig 7.15. When the resistance of the wire changes, we can change the amount of current to keep the submerged-wire temperature unchanged; this action will restore the equilibrium to the bridge. Based on the measured current and on heat transfer-fluid mechanics analysis, the value of velocity is obtained. However, there are charts for this purpose providing data in the form of velocity vs current. The anemometer is considered an accurate instrument to measure low velocities down to 0.03 m/s, thus it is used to measure velocity fluctuations caused by turbulence.

ويمكن تغير مقدار التيار وتثبيت المقاومة لكي نحصل على درجة حرارة ثابتة باستخدام ***شبكة ويتستون*** كما هو مبين في الشكل 7.15 , ونستطيع تثبيت درجة حرارة السلك وهو مغمور في المائع الجاري وذلك بتغير مقدار التيار لاعادة توازن الشبكة عندما تتغير مقاومة السلك . ويقاس التيار الكهربائي الذي تحسب منه سرعة الجريان باستخدام قوانين تخص انتقال الحرارة وميكانيك الموائع , ونكتفي هنا بالاشارة إلى توفر منحنيات تعطي السرعة بدلالة التيار, ويعد الانيمومتر مقياساً دقيقاً حتى لقياس سرع منخفضة إلى 0.03 m/s . ولذا يستخدم لقياس تراوح السرعة في حالة اضطراب المائع .

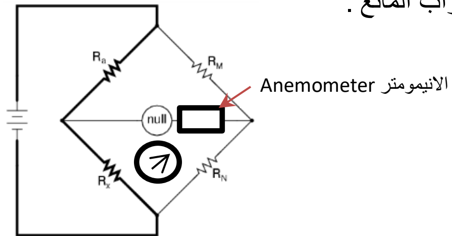


Fig 7.15 Whetstone Bridge **الشكل 7.15** شبكة ويتستون

7.7.2 The Magnetic Meter

7.7.2 المقياس المغناطيسي

Fig 7.16 illustrates a meter that depends on the phenomenon of generating electrical energy by passing a fluid through a magnetic field. The amount of energy is proportional to the flow rate.

يبـين الشـكل 7.16 مقياسـاً يعتمـد علـى ظـاهرة توليـد طاقـة كهربائيـة نتيجـة مـرور المـائع بمجـال مغناطيسـي , ويتناسـب مقدارهذه الطاقة مع معدل الجريان .

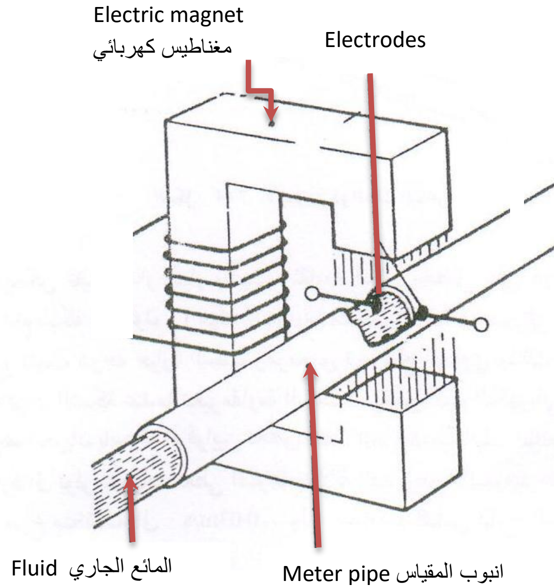


Fig 7.16 Magnetic meter

الشكل 7.16 المقياس المغناطيسي

This meter is used to measure the flow of ***molten metals*** and for ***slurries***. Furthermore, the magnetic meter doesn't cause a pressure drop in the pipe; the flow can also be measured in any of the two directions. The meter is significantly useful in measuring the flow of medical products where polluting the fluid must be avoided. To use this meter, the pipe wall should be made of a non-electric conducting material such as ***polytetrafluoroethylene*** (PTFE). A high frequency current (200Hz) is required for the measurement of flow by this meter.

يستخدم هذه المقياس لقياس جريان ***المعادن المنصهرة*** و كذلك في الحالات التي يكون فيها المائع حاملاً نسبة عالية من المواد الصلبة (***خليط سائل وصلب***) . وتجدر الملاحظة أن استخدام المقياس لا يسبب انخاض ضغط في الأنبوب , ويمكن قياس الجريان في أي من الاتجاهين . ويفيد مثل هذا المقياس في مصانع الأدوية حيث يتطلب الأمر عدم تلويث المائع الجاري , ومن ناحية ثانية يجب صناعة جدار الانبوب الذي يقاس الجريان فيه بهذه الطريقة من مادة غيرموصلة للكهرباء مثل مادة ***البولي تترا فلورو اثليلين*** , ويجب استخدام تيار ذو تردد عال (200 Hz) لهذا الغرض .

7.7.3 Quantity Meters

These meters provide a reading for the total quantity of the flowing fluid instead of flow rate. The most familiar examples are domestic water and gas meters. The meter consists of rotating vanes attached to gears with calibrated discs to indicate the flow rate value when the fluid passes through. The number of revolutions is proportional to the quantity of the fluid passing through the meter. Normally, the meter requires calibration to read the quantity directly.

7.7.3 المقاييس الكمية

تعطي هذه المقاييس الكمية الكلية للمائع الجاري بدلا من معدل الجريان . ولعل أفضل مثال هو مقياس الماء المستخدم في البيوت ومقياس الغاز. ويشتغل المقياس على أساس دوران ارياش في داخله عند مرور المائع به , و يتم حساب عدد الدورات تلقائياً باستخدام مسننات متصلة بأقراص مدرجة حيث يتناسب عدد الدورات طردأ مع كمية المائع المارة بالمقياس , ويستلزم معايرة المقياس كي يؤشرقراءة مباشرة لكمية المائع المارة به.

7.8 Symbols الرموز 7.8

Quantity	الأبعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Area	L^2	m^2	A	المساحة
Area of float	L^2	m^2	A_f	مساحة الطوافة
Width of weir	L	m	b	عرض الحاجز الغاطس
Constant	--	--	C	ثابت
Coefficient of discharge	--	--	C_D	معامل التصريف
Coefficient of contraction	--	--	C_c	معامل التقلص
Meter coefficient (Pitot tube)	--	--	C_v	معامل القياس (انبوب بيتوت)
Diameter	L	m	d	القطر
Gravity acceleration	LT^{-2}	m/s^2	g	التعجيل الجاذبي
Mass flow rate	MT^{-1}	kg/s	G	معدل الجريان الكتلي
Height difference	L	m	Δh	فرق الارتفاع
Length	L	m	l	الطول
Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	P	الضغط
Volumetric flow rate	L^3	m^3	Q	معدل الجريان الحجمي
Time	T	s	t	الزمن
Velocity at a point	LT^{-1}	m/s	u	السرعة في نقطة
Approach velocity	LT^{-1}	m/s	u_0	سرعة الاقتراب من الحاجز
Volume of float	L^3	m^3	V_f	حجم طوافة المقياس الدوار
Specific volume	L^3M^{-1}	m^3/kg	v	الحجم النوعي
Depth	L	m	z	العمق
Depth above the weir	L	m	z_0	عمق السائل فوق حافة الحاجز
Kinetic energy coefficient	--	--	α	معامل الطاقة الحركية
Ratio = C_P/C_v	--	--	γ	نسبة تساوي C_P/C_v
Density	ML^{-3}	kg/m^3	ρ	الكثافة
Density of float material	ML^{-3}	kg/m^3	ρ_f	كثافة مادة صنع الطوافة
Angle	--	--	θ	زاوية

7.9 problems

$g = 9.81\ m/s^2$

7.9 مسائل

7.1 A petroleum liquid with a density of 878 kg/m^3 and a viscosity 4.1 x 10^{-3} Ns/m^2, flowing in a pipe of diameter 0.1541 m. An orifice plate with a diameter of 0.566 m is used to measure the flow. If the pressure drop across the orifice is 93.2 kPa and the discharge coefficient 0.61, calculate the volumetric flow rate.

7.1 يجري سائل نفطي كثافته 878 kg/m^3 ولزوجته 4.1x 10^{-3} Ns/m^2 في انبوب قطره 0.1541 m , فاذا استخدم مقياس فوهي قطر فتحته 0.0566 m لقياس الجريان احسب معدل الجريان الحجمي علماً بأن فرق الضغط عبر الفوهة يساوي 93.2 kPa ومعامل التصريف 0.61 .

Ans ج

0.02257 m^3/s

7.2 A pito-static tube is placed centrally in a pipeline carrying water with a diameter of 0.25 m. When water is passed through the pipe at a rate of 0.026 m^3/s, the manometer registers a pressure drop equivalent to 41 mm of water head. Estimate the meter coefficient, assuming that the average velocity is equal to the velocity along the centerline of the pipe multiplied by 0.83.

7.2 وضع انبوب بيتوت – ستاتيك في مركز انبوب قطره 0.25 m ينقل ماء , فاذا كان المانومتر يسجل فرق ضغط يكافئ 41 mm من الماء عند مرور الماء بمعدل 0.026 m^3/s بالأنبوب , احسب معامل القياس مفترضاً أن متوسط سرعة الجريان يساوي السرعة في مركز الانبوب مضروباً بالمقدار 0.83 .

7.3 A pipe with a 20 cm diameter, transports air at a rate of 3 m^3/min. An orifice plate is used to measure the flow rate. If the manometer across the plate registers 200 mm of water, estimate the diameter of the orifice. Assume the density of air is 1.2 kg/m^3, the discharge coefficient 0.63 and the density of water 10^3 kg/m^3.

7.3 انبوب قطره 20 cm ينقل هواء بمعدل 3 m^3/min فاذا كان المانومتر يسجل قراءة 200 mm من الماء , فما قطر الفوهة لصفيحة مثقوبة يمكن استخدامها لقياس معدل الجريان . افترض أن كثافة الهواء 1.2 kg/m^3 ومعامل التصريف 0.63 و كثافة الماء 10^3 kg/m^3 .

Ans ج

0.042 m

7.4 Water is flowing in a pipe with a diameter of 50 mm, at a rate of 1500 cm^3/s. A meter with a 25 mm diameter orifice is used to measure the flow rate. Water fills the manometer arms above the mercury columns and the manometer reads 92 mmHg. If the density of mercury is 13600 kg/m^3 and the density of water is 10^3 kg/m^3, compute the discharge coefficient for the meter.

7.4 يجري ماء بمعدل 1500 cm^3/s في أنبوب قطره 50 mm , فاذا استخدم مقياس فوهي قطر فتحته 25 mm لقياس معدل الجريان . احسب معامل التصريف للمقياس , علماً بأن قراءة مانومتر يحتوي على زئبق وماء تساوي 92 mm من الزئبق وأن كثافة الزئبق 13600 kg/m^3 وكثافة الماء 10^3 kg/m^3 .

Ans ج

0.62

7.5 The air flow in a channel of diameter 0.34 m, is measured by a pitot tube positioned at several points across the section of the channel. If the manometer readings recorded centrally at 10 ***annuli*** of equal cross section areas, are:

7.5 يقاس جريان الهواء في قناة قطرها 0.34 m بواسطة انبوب بيتوت يوضع في نقاط متعددة عبر مقطع القناة . فاذا سجلت قراءات مانومتر مائي في تلك النقاط التي تقع في منتصف عشر ***حلقات متمركزة*** ومتساوية في مساحة المقطع العرضي كالآتي :

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	رقم الموقع Position
10.2	11.4	12.7	13.7	14.7	15. 7	16.8	17.5	18.0	18.5	قراءة المانومتر Manometer reading (mm H_2O)

Calculate the volumetric flow rate in the channel and plot the velocity distribution.

أحسب معدل الجريان الحجمي في القناة ثم ارسم توزيع السرعة

Note: Calculate the area of the annular section and then calculate the diameter of each annulus, starting from the outside proceeding toward the centre. You can then specify the central point, for each annulus, required for the velocity distribution plot.

ملاحظة : أحسب مساحة الحلقة ثم احسب أقطار الحلقات مبتدئاً من الخارج إلى المركز , وبعد ذلك يمكنك تعيين نقطة المنتصف لكل حلقة من المركز لغرض رسم توزيع السرعة.

7.6 Determine the time required to empty a hemispherical vessel with a diameter of 3 m, full of water through a 25 cm diameter hole at the bottom. The discharge coefficient for the hole is 0.655.

7.6 احسب الزمن اللازم لتفريغ خزان نصف كروي قطره 3 m مملوء بالماء خلال فوهة في الأسفل قطرها 25 cm علماً أن معامل التصريف للفهوهة 0.655 .

7.7 A pipe with a diameter of 10 cm, transports oil of specific gravity 0.9. A veturi meter is used to measure the flow rate. The smaller diameter of the meter is 5 cm and the mercury manometer reads 3 cm Hg. What will be the volumetric flow rate of the oil? If the meter is connected to a pipe carrying the same flow for water, determine the reading of the manometer. The discharge coefficient $C_D = 1$ and the density of water is 10^3 kg/m^3.

7.7 انبوب قطره 10 cm ينقل نفط كثافته النسبية 0.9 متصل بمقياس فنتشوري الذي يبلغ قطره الاصغر 5 cm . فاذا كان المانومتر الزئبقي يسجل 3 cm من الزئبق , احسب معدل الجريان الحجمي . جد قراءة المانومتر حين يربط المقياس بانبوب يحمل نفس معدل الجريان الحجمي من الماء . افترض ان معامل التصريف C_D يساوي واحداً وكثافة الماء 10^3 kg/m^3 .

Ans ج

0.58 x 10^{-2} m^3/s , 3.33 cm

7.8 The height of a rotameter is 0.35 m, its top internal diameter is 25 mm and its bottom internal diameter is 20 mm. The diameter of the float is 20 mm, the density of the float material is 4800 kg/m^3, the discharge coefficient is 0.75 and the float volume is 6.6 cm^3. Estimate the position of the float when water with a density of 10^3 kg/m^3, passes through the meter at 100 cm^3/s rate.

7.8 يبلغ الارتفاع لمقياس دوار 0.35 m وقطره الداخلي 25 mm في المقطع الاعلى و 20 mm في المقطع الاسفل . فاذا كان قطر الطوافة 20 mm وكثافة مادة صنعها 4800 kg/m^3 وحجمها 6.6 cm^3 , ومعامل التصريف 0.75 احسب ارتفاع موقع الطوافة عند مرور ماء كثافته 10^3 kg/m^3 بالمقياس بمعدل 100 cm^3/s .

7.9 Water is discharged from an opening at one of the sides of a vessel. If the length of the opening is 1.2 m and its height is 2 m, calculate the rate of water discharge in m^3/s. The depth of water above the top edge of the opening is 0.5 m and the discharge coefficient is 0.64.

7.9 يفرغ الماء من خزان خلال فتحة جانبية فيه طولها 1.2 m و ارتفاعها 2 m , احسب مقدار تصريف الماء بوحدات m^3/s اذا كان عمق الماء فوق الحافة العليا للفتحة 0.5 m . افترض مقدار معامل التصريف 0.64 .

Ans ج

0.19 m

7.10 In a laboratory experiment, water is passed through a venture meter and then over a 90^0 angle triangular notch. The registered-water head above the notch was 18.2 cm and the pressure difference across the venturi was 0.339 m-water. Compute the meter discharge coefficient; assuming the notch discharge coefficient is 0.6. Consider the venture larger diameter 25 cm and the throat diameter 10 cm.

7.10 يمرر الماء في تجربة مختبرية خلال مقياس فنتشوري ثم فوق ثلمة مثلثة فيسجل عمود الماء فوق الثلمة 18.2 cm , فاذا كانت زاوية الثلمة 90^0 , وفرق عمود الضغط في مقياس فنتشوري 0.339 m من الماء , احسب معامل التصريف للمقياس مفترضاً معامل التصريف للثلمة 0.6 , علماً ان قطر انبوب فنتشوري 25 cm وقطر عنقه 10 cm .

Ans ج

0.974

7.11 Short Research Projects

7.11 مشاريع بحثية قصيرة

7.11.1 Use Excel to solve problem 7.5

7.11.1 اعد حل السؤال 7.5 مستخدماً برنامج الاكسل

7.11.2 Conduct an Internet research about flow measuring devices used in the oil refining industry

7.11.2 استخدم الانترنت لاجراء بحثا عن مقاييس الجريان المستخدمة في مصافي النفط

7.11.3 Conduct a comprehensive research on the types of specialized flow-measuring devices

7.11.3 اجري بحثاً موسعاً يخص مقايس الجريان متخصصة الاستخدام

7.11.4 Compare the flow measurement devices used for gases to those used for liquids

7.11.4 قارن بين مقايس الجريان المستخدمة للغازات وتلك للسوائل

Fluid Mechanics **2021** **ميكانيك الموائع**

M.Taki Al-Kamil *محمد تقي الكامل*

Chapter 8 الفصل الثامن

Learning objectives of chapter 8

When you complete this chapter you should be able to:

1. Analyze the performance of pumps and compute the power supply
2. Explain the concept of NPSH and solve relevant problems
3. Describe different types of pumps
4. Appreciate the fundamentals of gas movement and compression
5. Describe gas moving equipment
6. Calculate the power requirement to compress gases using multistage reciprocating compressors

اهداف دراسة الفصل الثامن

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

1. اجراء تحليلات الاداء للمضخات وحساب متطلبات القدرة
2. تفسير فكرة صافي عمود السحب الموجب وحل المسائل ذات العلاقة
3. شرح انواع مختلفة من المضخات
4. فهم مباديء ضغط ودفع الغازات
5. شرح اجهزة دفع الغازات
6. حساب القدرة اللازمة لضغط الغازات باستخدام ضاغطات ترددية متعددة المراحل

8.1 Introduction

A pump is used to transport liquids in a pipe from one place to another. Good examples are the pumping of water or oil through long pipelines, also the pumping of chemicals between ***processing units.*** A pump is a mechanical device which supplies energy to the liquid flowing in pipelines to overcome friction and provide the pressure required at the receiving end. ***Centrifugal pumps*** and ***positive displacement pumps*** are considered the most popular pumping devices. There are also some special application pumps such as the ***air lift pump***. Engineers select the appropriate pump according to the liquid properties. The liquid could be Newtonian or non-Newtonian or ***corrosive*** and so on. Thereafter, the engineer will have to advise how to position the pump within the piping network. The design of the pump is normally performed by the manufacturer and will not be covered in this text.

There are different types of gas moving equipment, such as ***fans***, ***blowers*** and ***compressors***. Fans are used to drive large volumes of gases at low pressure, whilst blowers and compressors deliver high pressure flow. The flow of liquids through pumps is incompressible; however, the density of the gas, flowing through compressors and blowers, changes and therefore compressible-flow laws apply.

8.1 المقدمة

تستخدم المضخة لدفع السائل في الانابيب من مكان إلى آخر , فمثلاً ضخ الماء او النفط عبر المسافات الطويلة , أو ضخ السوائل الكيميائية مابين ***الوحدات الصناعية*** . والمضخة جهاز ميكانيكي يجهز السائل بالطاقة اللازمة للتغلب على الاحتكاك في الانبوب اضافة إلى منح السائل الضغط المطلوب في نقطة استلامه . وتعد ***مضخات الطرد المركزي*** و ***مضخات الازاحة الموجبة*** أهم اجهزة الضخ شائعة الاستعمال, بينما يوجد عدد من المضخات التي تستخدم لاغراض متخصصة ***مثل المضخة الرافعة بالهواء*** . ويقوم المهندس باختيار المضخة الملائمة بعد دراسة خواص السائل المراد ضخه , فقد يكون نيوتوني أو غير نيوتوني , وقد يكون من النوع الذي يسبب ***الصدأ*** وما إلى ذلك . ويعتمد اختيار المضخة ايضاً على معدل الجريان والضغط المطلوب في نهاية المنظومة . و يعكف المهندس بعد ذلك على دراسة تثبيت موقع المضخة في منظومة الأنابيب . وسنترك موضوع تصميم المضخات لكونه حقلاً يتخصص به المصنعون.



تستخدم اجهزة متنوعة لنقل الغاز من نقطة إلى أخرى منها ***المراوح*** و ***النافخات*** و ***الضاغطات*** , حيث تستخدم المراوح لدفع حجوم كبيرة من الغازات بضغط منخفض بينما تولد النافخات والضاغطات جرياناً بضغوط عالية . ويكون الجريان في المضخات جرياناً غير انضغاطي بينما تتغير كثافة الغاز عند مروره بالضاغطات والنافخات لذا تطبق عليه قوانين الجريان الانضغاطي .

8.2 Power and Efficiency

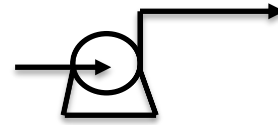
Power is defined as the energy consumed per unit time, dimensions ML^2T^{-3} and units J/s known as Watt denoted W.

8.2 القدرة والكفاءة

تعرف ***القدرة*** بالطاقة المبذولة في وحدة الزمن وابعادها هي ML^2T^{-3} ووحداتها J/s أو واط ورمزه W .

A certain amount of energy is normally supplied to the pump; the energy can either be electric or extracted from ***fossil fuel***. The pump converts the energy to mechanical work to push the liquid around the system. In fact, this work is the ***shaft work*** which was included in the energy equation covered earlier. The shaft work is less than the supplied energy to the pump by an amount determined by the ***pump efficiency*** denoted η. Generally speaking, the efficiency is defined as the ratio of the amount of useful ***output energy*** to the ***input energy***. The energy losses by the pump are either in the form of heat, or friction due to conversion from one form of energy to another. In the case of using an electric motor to run a pump, a certain percentage of electric power is lost; the amount of which is defined by the electric efficiency of the motor. There are of course the friction losses as well.

يتم تجهيز المضخة بمقدار معين من الطاقة , سواء أ كانت طاقة كهربائية أم ***طاقة مستنبطة من الوقود*** , فتقوم بتحويلها ميكانيكياً إلى الشغل الذي يصرف على دفع السائل في المنظومة , وفي الواقع هذا هو ***شغل عمود الادارة*** الذي مر ذكره في معادلة الطاقة . وينقص مقدار شغل عمود الادارة عن الطاقة المجهزة إلى المضخة بمقدار معين تحدده ***كفاءة المضخة*** التي يرمز لها η . وعموماً تعرف الكفاءة بمقدار ***الطاقة الخارجة*** من الجهاز التي يستفاد منها مقسوماً على مقدار ***الطاقة المجهزة*** له . حيث يتسرب قسم من الطاقة في المضخة اثناء تحويلها من شكل إلى آخر اما بسبب الاحتكاك او تسرب الطاقة الحرارية مباشرة أن وجدت . وفي حالة استخدام محرك كهربائي لتشغيل المضخة فان نسبة من القدرة الكهربائية المجهزة تفقد , وذلك حسب الكفاءة الكهربائية للمحرك , هذا بالاضافة إلى ضياع الطاقة بسبب الاحتكاك .



The power gained, by the fluid from the pump, is given by the shaft work ($-W_s$) multiplied by the mass flow rate G. Thus we obtain the following equation:

القدرة التي يكتسبها المائع من المضخة تساوي الشغل ($-W_s$) مضروباً بمعدل الجريان الكتلي G . وهكذا نستنتج العلاقة الآتية :

$$(-W_s) \times G = \eta \times \text{Power input} \qquad (8.1)$$

Efficiency الكفاءة (η) — القدرة المجهزة (Power input)

8.3 Power for Pumping a Lquid

8.3 القدرة اللازمة لضخ السائل

We apply the energy equation to a pump in a flow system as follows:

نطبق معادلة الطاقة على مضخة في منظومة جريان على النحو الآتي :

$$\frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha} + g\,\Delta z + \int_1^2 v\,dP + W_s + L_f = 0 \qquad \text{(Eqn. 4.74)}$$

$$-W_s = \frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha} + g\,\Delta z + \int_1^2 v\,dP + L_f \qquad (8.2)$$

To get the power, we multiply the two sides of the equation by the flow rate G:

نضرب طرفي المعادلة (8.2) بمعدل الجريان G لنحصل على القدرة :

$$(-W_s G) = G\left(\frac{\Delta \bar{u}^2}{2\alpha} + g\,\Delta z + \int_1^2 v\,dP + L_f\right) \qquad (8.3)$$

Power required to pump the liquid القدرة اللازمة لضخ السائل

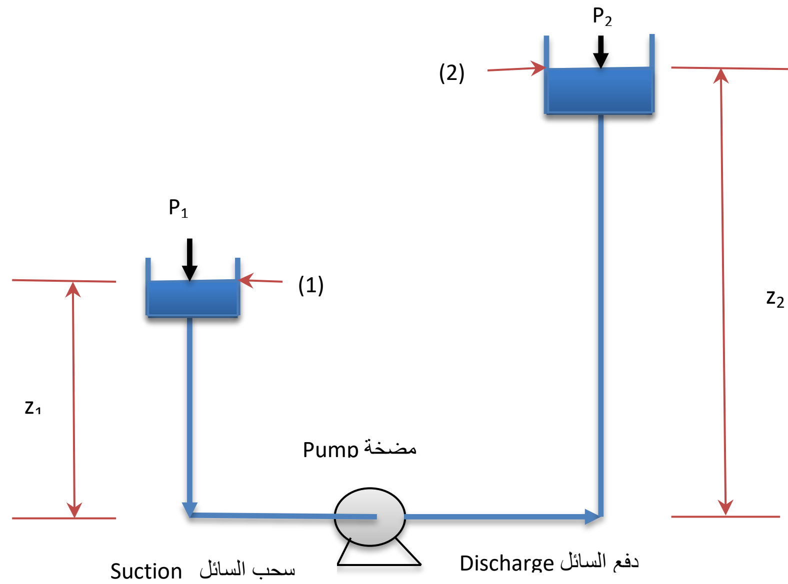


Fig 8.1 Pumping system between two vessels

الشكل 8.1 منظومة ضخ بين خزانين

Equation (8.3) can be simplified according to the fluid type and to the system set up. If the fluid is incompressible, the result of the integral $\int_1^2 v\,dP$ will be v (P_1 − P_2). Moreover, if the liquid is being pumped from an open vessel to another, as shown in Fig 8.1, the pressures P_1 and P_2 will be equal in value. Also, the kinetic energy term will be ignored, because the velocities $\bar{u}_1$ and $\bar{u}_2$ at (1) and (2) are low. Accordingly equation (8.3) will be reduced to:

ويمكن تبسيط المعادلة (8.3) حسب ترتيب المنظومة وطبيعة المائع , فاذا عد السائل مائعاً غير انضغاطي يصبح التكامل $\int_1^2 v\,dP$ يساوي v (P_2 − P_1) , واذا كان السائل يضخ من خزان مفتوح الى الجو إلى خزان اخر كما هو مبين في الشكل 8.1 فسوف يتساوى الضغطان P_1 و P_2 , و يهمل كذلك مقدار الطاقة الحركية في هذه المنظومة لأن السرعتين $\bar{u}_1$ و $\bar{u}_2$ في النقطتين (1) و (2) ضعيفتا المقدار, وعليه تختصر المعادلة (8.3) إلى :

$$(-W_s G) = G\,[g\,(z_2 - z_1) + L_f] \qquad (8.4)$$

It is worth noting that the friction losses L_f include energy losses in the pipe, valves and fittings. The minus sign indicates that the work is done on the fluid. In case of pumping the liquid in a long pipeline, the energy equation will be applied to the inlet and outlet. The velocity estimation, at two points in the pipe, is based on the constant value of the flow rate in the discharge and suction lines; and on the values of the pressure at the two points.

و تجدر ملاحظة أن خسائر الاحتكاك L_f تشمل ضياع الطاقة في الأنبوب والصمامات وقطع تركيب الانابيب وغيرها , و تشير علامة الناقص إلى أن الشغل هو شغل مبذول على المائع, وفي حالة ضخ السائل في انبوب طويل تطبق معادلة الطاقة على فتحتي البداية والنهاية وتحسب السرعة في نقطتين على اساس معدل الجريان الذي يكون ثابت المقدار في انبوبي الضخ والسحب , وينبغي ايضاً ملاحظة مقدار الضغط في النقطتين .

The power requirement to drive a gas into a piping system is determined by applying the energy equation at two points, such as vessel (1) and vessel (2) in Fig 8.2. The pressure inside the system is obviously higher than P_1. By ignoring the effect of height Δz and kinetic energy, we will find most of the ***consumed power*** in ***gas moving equipment*** is used to raise the pressure from P_1 to P_2. The determination of power depends on the type of compression process inside the equipment. For example, if the compression is ***isothermal***, the work done to raise the pressure ($\int_1^2 P\,dv$) is [P_1 v_1 ln (P_2/P_1)] and ***power supply*** is the work done multiplied by flow rate and divided by the efficiency.

وفيما يخص تخمين القدرة اللازمة لدفع الغاز في منظومة انابيب , تطبق معادلة الطاقة على نقطتين , مثلاً الخزانان (1) و (2) في الشكل 8.2 , حيث يكون الضغط في المنظومة اعلى من P_1 , واذا اهمل تأثير فرق الارتفاع Δz والطاقة الحركية نجد ان معظم ***القدرة المبذولة*** في ***أجهزة دفع الغازات*** تصرف على رفع ضغط الغاز من P_1 إلى P_2 والتي تعتمد بدورها على نوع عملية رفع الضغط في جهاز الضخ . فلنفترض مثلاً أن العملية تتم ***بثبوت درجة الحرارة*** لذا يصبح الشغل المبذول على رفع ضغط الغاز ($\int_1^2 P\,dv$) مساوياً [P_1 v_1 ln (P_2/P_1)] , وتحسب ***القدرة المجهزة*** بضرب الشغل بمعدل الجريان وتقسيمها على كفاءة الجهاز .

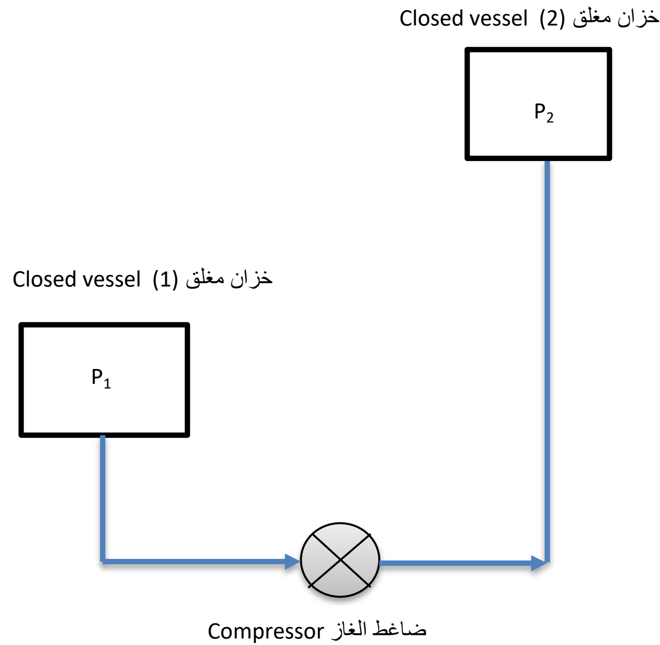


Fig 8.2 Gas moving system

الشكل 8.2 منظومة دفع الغاز

Example 8.1

Determine the power supply to a pump used for pumping a petroleum liquid of specific gravity 0.85 and viscosity 3 mNs/m^2, at the rate 4000 cm^3/s. The discharge pipe has a diameter of 50 mm and length of 100 m. The far end of the pipe is 15 m above the pump inlet. The efficiency of the pump is 50% and the roughness of the pipe surface is 0.05 mm.

مثال 8.1

احسب القدرة المجهزة الى مضخة لضخ سائل نفطي كثافته النسبية 0.85 ولزوجته 3 mNs/m^2 في انبوب قطره 50 mm وطوله 100 m بمعدل 4000 cm^3/s . علماً ان نهاية الانبوب تعلو بمقدار 15 m وان كفاءة المضخة 50% وخشونة سطح الانبوب 0.05 mm .

Solution

الحل

Given:

المعلوم :

$\rho = 0.85 \times 10^3 = 850$ kg/m^3, $\mu = 3 \times 10^{-3}$ Ns/m^2, d = 0.05 m, l = 100 m, e = 0.05 x 10^{-3} m,

$\Delta z = 15$ m, Q = 4 x 10^{-3} m^3/s, $\eta = 0.5$, g = 9.81 m/s^2

Assumptions

الافتراضات

(a) Steady one dimensional flow
(b) Kinetic energy can be ignored

(أ) الجريان باتجاه واحد مستقر
(ب) مقدار الطاقة الحركية ضئيل يمكن اهماله

Ignore the kinetic energy and apply equation (8.4) to calculate the required power for pumping the liquid. The power is then divided by the efficiency to estimate the supply power.

نهمل الطاقة الحركية ونستخدم المعادلة (8.4) لحساب القدرة اللازمة لضخ السائل ثم نقسمها على الكفاءة لايجاد القدرة المجهزة .

$$(-W_s G) = G\,[g\,(z_2 - z_1) + L_f\,] \qquad \text{(Eqn. 8.4)}$$

We compute the friction losses L_f using equation (5.9) as follows:

نحسب خسائر الاحتكاك L_f بموجب المعادلة (5.9) على النحو الآتي:

$$-\Delta P_f = 4f\ \frac{l}{d}\ \rho\ \frac{\bar{u}^2}{2} \qquad \text{(Eqn. 5.9)}$$

We find the value of f from Fig 5.7 as follows:

نستخرج قيمة f باستخدام المخطط في الشكل 5.7 كالآتي :

رقم رينولدز هو :

$$Re = \frac{\rho\, d\, \bar{u}}{\mu}$$

The relative roughness e/d is:

الخشونة النسبية e/d هي :

$$e/d = 0.05 \times 10^{-3} / 0.05 = 0.001$$

We read the value of f from Fig 5.7, which is about 0.0062; we substitute in equation (5.9):

ومن الشكل 5.7 في الفصل الخامس نقرأ قيمة f من المخطط وهي بحدود 0.0062 ثم نعوض في المعادلة (5.9) :

$$L_f = 4 \times 0.0062 \times 100/0.05 \times 2.04/2$$

$$L_f = 103.2 \text{ J/kg}$$

The mass flow rate is:

معدل الجريان الكتلي هو :

$$G = Q\,\rho$$

$$G = 4 \times 10^{-3} \times 850 = 3.4 \text{ kg/s}$$

We calculate the power using equation (8.4)

ثم نحسب القدرة بالتعويض في المعادلة (8.4)

$$(-W_s\, G) = 3.4\,[\,(9.81 \times 15) + 103.2\,] = 851.19 \text{ W}$$

The efficiency of the pump is 0.5, therefore the supply power will be:

و لما كانت كفاءة المضخة 0.5 لذا تصبح القدرة التي يجب تزويدها للمضخة الآتي :

$$851.19/0.5 = \underline{1702.38 \text{ W}}$$

Thus the supply power to the pump is 1.7 W.

او ان القدرة التي يجب تجهيزها للمضخة تساوي 1.7 kw .

Example 8.2

Water with a density of 10^3 kg/m^3 is pumped at the rate of 8.4 m^3/min. The manometer, fixed at the discharge line, reads a pressure of 3.8 bar. The pressure gauge of the suction line indicates 21 cm.Hg. Determine the ***total head*** delivered by the pump. The height difference between the manometer and the gauge is 0.41, the density of mercury is 13600 kg/m^3, the diameter of the suction line is 0.35 m and that of the discharge line 0.3 m; ignore the friction losses in the system.

مثال 8.2

يضخ ماء كثافته 10^3 kg/m^3 بمعدل 8.4 m^3/min . فاذا كان المانومتر المثبت على انبوب الدفع للمضخة يسجل ضغطاً مقداره 3.8 bar بينما يسجل مقياس ضغط مثبت على انبوب السحب ضغط فراغ مقداره 21 cm.Hg , احسب ***العمود الكلي*** الذي تولده المضخة . علماً بان فرق الارتفاع بين المانومتر و مقياس الضغط يساوي 0.41 m . وان قطر انبوب السحب 0.35 m وكثافة الزئبق 13600 kg/m^3 وقطر انبوب الدفع 0.3 m . أهمل تأثير الاحتكاك في المنظومة .

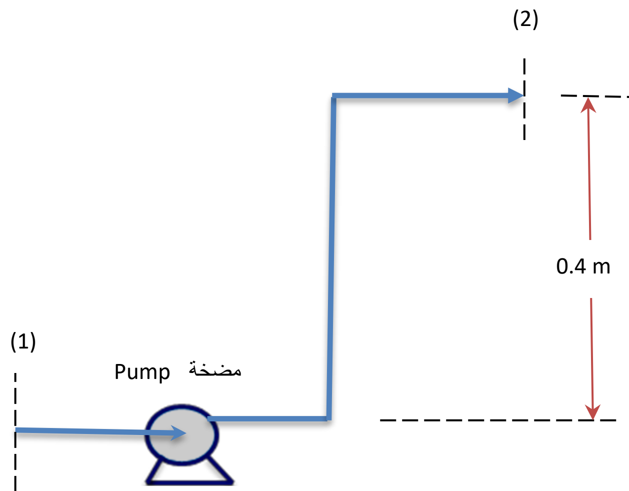


Fig 8.3 **الشكل 8.3**

Solution

الحل

Given:

المعلوم:

$\rho_w = 10^3$ kg/m^3, Q = 8.4 m^3/min, P_2 = 3.8 bar, P_1 = 21 cm.Hg

z_1 = 0.00 m, z_2 = 0.41 m, d_1 = 0.35 m, d_2 = 0.3 m, ρ_{Hg} = 13600 kg/m^3

Assumptions

الافتراضات

(a) Friction effect is ignored
(b) Turbulent flow, (α =1)

(أ) يهمل تأثير الاحتكاك
(ب) الجريان اضطرابي , أي (α =1)

In this arrangement we have:

هنا :

The total head = pressure head + kinetic head + potential head + friction head

العمود الكلي = عمود الضغط + عمود الطاقة الحركية + عمود الوضع + العمود المكافئ لخسائر الاحتكاك

$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho\, g} + \frac{\Delta \bar{u}^2}{2\,\alpha\, g} + \Delta z + h_f \qquad (8.5)$$

Δh is the total liquid head developed by the pump between (1) and (2), ignoring friction:

حيث يمثل Δh عمود السائل الكلي الذي تولده المضخة بين النقطتين (1) و (2) , نهمل تأثير الاحتكاك أي أن :

$$\bar{u}_1 = Q/A_1 = Q/(\pi\, d_1^2/4) = (8.4/60)/(\pi \times 0.35^2/4) = 1.45 \text{ m/s}$$

$$\bar{u}_2 = (8.4/60)/(\pi \times 0.3^2/4) = 1.98 \text{ m/s}$$

The pressure in the suction line will be:

والآن نحسب مقدار الضغط في أنبوب السحب :

$$P_1 = -(21 \times 10^{-2} \times 13600 \times 9.81) = -28017.36 \text{ Pa}$$

P_1 is gauge pressure or relative pressure, the minus sign indicates that the pressure is below atmospheric and is vacuum.

P_1 هو ضغط المقياس أي ضغط نسبي , و تشير علامة الناقص هنا إلى انه ضغط فراغ اي أقل من مقدار الضغط الجوي .

Substituting in equation (8.5)

و بالتعويض في المعادلة (8.5)

$$\Delta h = \frac{3.8 \times 10^5 - (-28017.36)}{1000 \times 9.81} + \frac{1.98 - 1.45}{2 \times 1 \times 9.81} + 0.41$$

$$\Delta h = 41.59 + 0.092 + 0.41$$

$$\Delta h = \underline{42.09}$$

Comments

(a) The absolute pressure between (1) and (2) can be determined as follows:

الملاحظات

(أ) يمكن ايجاد الضغط المطلق في النقطتين (1) و (2) على النحو الآتي :

$$P_1 = 101.3 \times 10^3 - 28017.36$$

$$P_2 = 101.3 \times 10^3 + 3.8 \times 10^3$$

and we will get the same value for the pressure difference ($P_2 - P_1$)

ونتوصل لنفس النتيجة لفرق الضغط ($P_2 - P_1$)

(b) Note that the value of the kinetic head 0.092 is very small and therefore it had no impact on the answer.

(ب) لاحظ ان مقدار عمود الطاقة الحركية البالغ 0.092 ضئيل بحيث يمكن اهماله دون تأثير ملحوظ في الجواب .

Exercise

If a liquid of specific gravity 0.87 is pumped instead of water, repeat the calculations using Excel.

تمرين

اذا استبدل الماء بسائل كثافته النسبية 0.87 في المثال 8.2 اعد الحل مستخدماً برنامج الاكسل .

8.4 Net Positive Suction Head (NPSH)

The ***total suction head*** h_s can be defined by applying the energy equation to point (1) and the suction in Fig 8.1 as follows

8.4 صافي عمود السحب الموجب (NPSH)

يمكن تعريف ***عمود السحب الكلي*** h_s بتطبيق معادلة الطاقة على النقطة (1) ونقطة دخول السائل في الشكل 8.1 كالآتي

$$\frac{\bar{u}_2^2}{2\,\alpha} + \frac{P_s}{\rho\, g} + h_{fs} = z_1 + \frac{P_1}{\rho\, g} \qquad (8.6)$$

The total suction head h_s is the sum of the pressure head and kinetic head at the pump inlet, hence the equation becomes:

والمعلوم ان عمود السحب الكلي h_s يساوي عمود الضغط زائداً عمود الطاقة الحركية في مدخل المضخة لذا تصبح المعادلة :

$$h_s = z_1 + \frac{P_1}{\rho\, g} - h_{fs} \qquad (8.7)$$

$\bar{u}_s$ denotes the average velocity at the pump inlet, P_s is the pressure at the inlet and h_{fs} represents the ***friction head*** in the suction line. In the case of pumping a liquid from a low location, z_1 will be negative. The ***net positive suction head*** (NSPH) is defined as the pressure head that must be added to the liquid vapour pressure head h_v to effect pumping. In other words, the pump will not draw and pump the liquid unless the total suction head equals or exceeds the sum of the net positive suction head and the ***vapour pressure head***. If it is less, the liquid will partially vaporise forming ***bubbles*** in the suction line causing ***cavitation***; this will disrupt pumping of the liquid, thus:

$\bar{u}_s$ هو متوسط السرعة في مدخل المضخة و P_s هو الضغط في مدخل المضخة و يمثل h_{fs} ***عمود السائل المكافئ لخسائر الاحتكاك*** في انبوب سحب السائل , وفي حالة سحب السائل من موقع منخفض يصبح z_1 سالباً . ويعرف ***صافي عمود السحب الموجب*** (NPSH) بمقدار عمود الضغط الذي يجب ان يضاف إلى ***عمود ضغط بخار السائل*** h_v في مدخل المضخة لكي ينسحب السائل . و بمعنى آخر لن تضخ المضخة ما لم يصبح عمود السحب الكلي مساوياً او فائقاً مجموع صافي عمود السحب الموجب و ***عمود ضغط بخار السائل*** . و بعكسه يتبخر السائل جزئياً مكونا ***فقاعات*** في انبوب السحب فتحصل ظاهرة ***التجوف*** التي تؤدي إلى صعوبة سحب السائل إلى المضخة . أذن :

$$h_s = NPSH + \frac{P_v}{\rho\, g} \qquad (8.8)$$

P_v is the vapor pressure of the liquid.

P_v هو ضغط بخار السائل .

Substituting h_s given in equation (8.8) into equation (8.7) we obtain:

وبالتعويض عن h_s من المعادلة (8.8) في المعادلة (8.7) نحصل على:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho\, g} - h_{fs} = NPSH + \frac{P_v}{\rho\, g}$$

$$\therefore NPSH = z_1 + \frac{P_1 - P_v}{\rho\, g} - h_{fs} \qquad (8.9)$$

8.5 Centrifugal Pumps

8.5 مضخات الطرد المركزي

Centrifugal pumps are extensively used in industry to pump water, oil, corrosive liquids and ***slurries***, such as concrete mix.

تكمن اهمية هذه المضخات في تعدد استخداماتها , اذ تستخدم لضخ المياه والسوائل الكيميائية والنفطية والسوائل التي تسبب الصدأ والتآكل , كما ويمكن استخدامها لضخ ***مزيج السائل و الصلب*** مثل خلائط الاسمنت بالماء .

The liquid is drawn ***axially*** to enter the rotating part of the pump, known as the ***impeller***. It is then pushed to the ***volute***, by centrifugal force, to exit from the discharge port. The impeller consists of a number of ***curved vanes***; these are fixed between two circular plates forming passages for the liquid. The impeller is driven by a motor through a ***shaft*** attached to it. The shaft passes into the ***pump casing*** through a ***stuffing box*** containing ***sealing rings***, see Fig 8.4.

ينسحب السائل باتجاه ***محور المضخة*** فيدخل الجزء الدوار الذي يسمى ***الدفاعة المروحية*** . ثم يندفع إلى ***الجزء الحلزوني*** بسبب قوة الطرد المركزي فيخرج خلال انبوب الدفع . و تتألف الدفاعة المروحية من عدد من ***الارياش المنحنية*** مثبتة ما بين صفحتين دائريتين مكونة ممرات للسائل . وتدار الدفاعة المروحية بواسطة ***عمود الادارة*** المتصل بالمحرك . و يدخل عمود الادارة إلى ***غلاف المضخة*** المحيط بالدفاعة المروحية خلال ***صندوق الحشوة*** الذي يحتوي على ***حشايا منع التسرب*** انظر الشكل 8.4 .

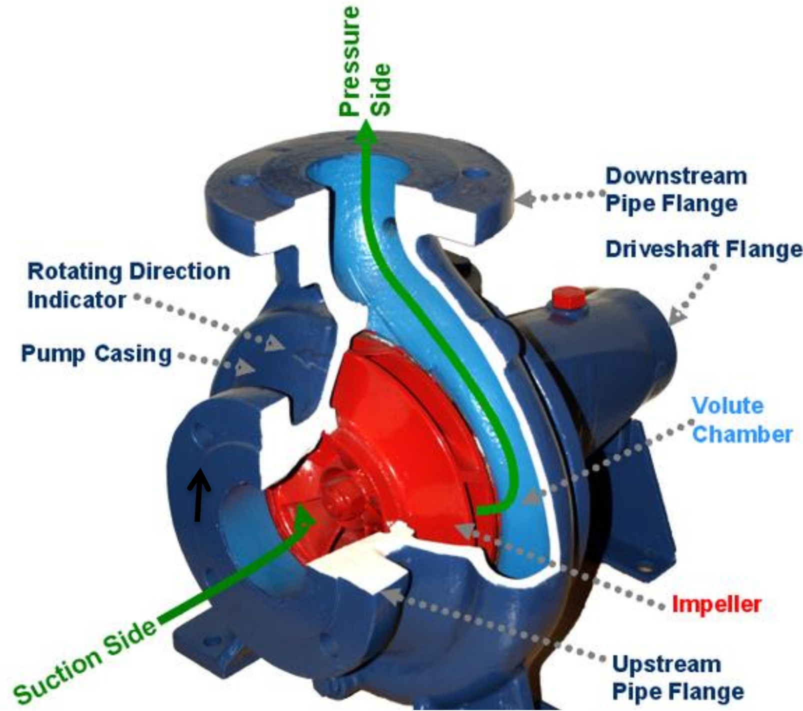


Fig 8.4 Centrifugal pump

الشكل 8.4 مضخة الطرد المركزي

The image is published by Wikipedia under the public domain

The liquid gains kinetic energy from the impeller and most of it will be converted to pressure energy. Consequently, the pressure difference between the suction and discharge ports increases.

يكتسب السائل طاقة حركية في الدفاعة المروحية ثم يتحول القسم الاكبر منها إلى طاقة ضغط فيزداد فرق الضغط بين فوهة السحب وفوهة الدفع .

The pressure difference pushes the liquid into the flow system. The conversion efficiency of the kinetic energy depends on the design, the manufacture of the pump and on the liquid properties.

ويعمل فرق الضغط على دفع السائل في منظومة الجريان . و تعتمد كفاءة التحول في الطاقة على دقة تصميم و صنع المضخة وعلى الخواص الفيزيائية للسائل .



Centrifugal pump مضخة الطرد المركزي

8.5.1 Performance and Characteristic Curves

The performance of a centrifugal pump is illustrated by plotting characteristic curves for each rotation speed of the impeller. There are three different types of curves; these are the total head Δh vs. the volumetric flow rate Q, the efficiency η vs flow rate Q and the power PE vs. flow rate Q, as shown in Fig 8.5.

8.5.1 اداء المضخة والمنحنيات المميزة

يوضح اداء مضخة الطرد المركزي لضخ سائل معين برسم منحنيات مميزة لكل سرعة دورانية تخص الدفاعة المروحية . ويوجد عادة ثلاثة انواع من المنحنيات هي منحنى العمود الكلي Δh ضد معدل الجريان الحجمي Q ومنحنى الكفاءة η ضد معدل الجريان Q ومنحنى القدرة PE ضد معدل الجريان Q . كما هو مبين في الشكل 8.5 .

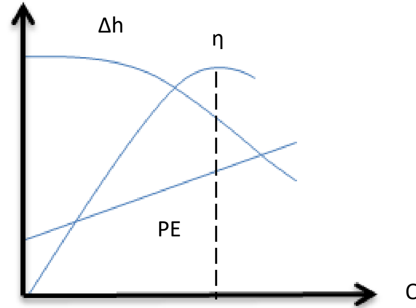


Fig 8.5 Characteristic curves for a centrifugal pump

الشكل 8.5 المنحنيات المميزة لمضخة الطرد المركزي

The optimum operating conditions for running the pump is determined by identifying the ***duty point***. The duty point is the intersection of the vertical from the maximum efficiency with the total head curve. It is noted in Fig 8.5 that the total head decreases as the flow rate increases. If we plot the ***total system head*** Δh_s vs. the flow rate, we will that it increases with the increase of the flow; thus the reverse of the characteristic curve of the total head known as the ***pump curve***.

و يتم تعيين افضل ظروف لتشغيل المضخة باختيار ***نقطة التشغيل*** , وهي نقطة تقاطع العمود النازل من نقطة اقصى كفاءة مع منحنى العمود الكلي . ويلاحظ في الشكل 8.5 ان مقدار العمود الكلي ينخفض بازدياد معدل الجريان . ولو رسمنا منحنياً يخص ***العمود الكلي لمنظومة*** الجريان Δh_s فسنجد العمود الكلي للمنظومة يزداد بازدياد معدل الجريان , أي عكس المنحني المميز للعمود الكلي الذي يسمى ***منحني المضخة*** . ويمكن تعين نقطة التشغيل من تقاطع المنحنيين , كما هو مبين في الشكل 8.6 .

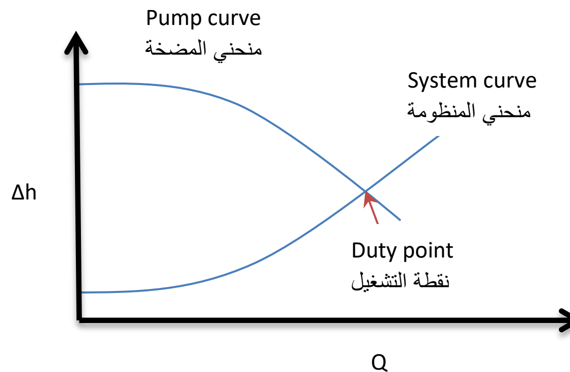


Fig 8.6 Duty point

الشكل 8.6 نقطة التشغيل

Example 8.2

مثال 8.2

Water is pumped from a storage tank to a heat exchanger by a centrifugal pump with the characteristics tabulated below. The heat exchanger is 10 m higher than the water level in the tank. The length of the discharge pipe is 200 m and its diameter is 75 mm. If the friction losses in the exchanger are given by ($\frac{16\,\bar{u}^2}{2\,g}$), where $\bar{u}$ denotes the velocity in the pipe, calculate the flow rate at the duty point and determine the power requirement by the pump. Consider the efficiency of the pump 50%, and the friction factor (f = 0.006).

يضخ الماء من خزان إلى مبادل حراري في مصنع بواسطة مضخة طرد مركزي لها مميزات كما مجدول في ادناه . فاذا كان المبادل الحراري يعلو عن سطح الماء في الخزان بمقدار 10 m , وان طول انبوب الضخ 200 m وقطره 75 mm ومقدار عمود خسائر الاحتكاك في المبادل الحراري ($\frac{16\,\bar{u}^2}{2\,g}$) حيث يمثل $\bar{u}$ سرعة الجريان في الانبوب . احسب معدل الجريان عند نقطة التشغيل والقدرة التي يجب تزويد المضخة بها . علماً ان كفاءة المضخة 50% وان معامل الاحتكاك (f = 0.006)

Pump Characteristics:

مميزات المضخة:

Discharge (m^3/s)	0.0059	0.0056	0.0050	0.0039	0.0028	التصريف (m^3/s)
Total head (m)	11.2	15.2	18.9	21.3	23.2	العمود الكلي الذي تولده المضخة (m)

Solution

الحل

Given:

المعلوم :

The values for the discharge and total head; this is to plot the pump characteristic curve.

قيم للتصريف و العمود الكلي التي نرسم منها المنحنى المميز للمضخة

$$l = 200\text{ m},\ d = 0.075\text{ m},\ \Delta z = 10\text{ m},\ \eta = 0.5,\ g = 9.81\text{ m/s}^2,\ \rho = 10^3\text{ kg/m}^3,\ f = 0.006$$

Friction losses in the heat exchanger = $(\frac{16\ \bar{u}^2}{2\ g})$

خسائر الاحتكاك في المباديء الحراري = $(\frac{16\ \bar{u}^2}{2\ g})$

We compute the total system head Δh_s in terms of Q using equation (8.5):

نوجد العمود الكلي لمنظومة الجريان Δh_s من المعادلة (8.5) بدلالة Q :

$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho\ g} + \frac{\Delta \bar{u}^2}{2\ \alpha\ g} + \Delta z + h_f \qquad \text{(Eqn. 8.5)}$$

$$Q = (\pi\ d^2 /4)\ \bar{u} = \pi \times 0.075^2 \times \bar{u}$$

$$\therefore \bar{u} = 232.5\ Q$$

We calculate the total friction losses in the heat exchanger and the pipe:

نحسب مجمل خسائر الاحتكاك في المبادل الحراري والأنبوب:

$$h_f = \frac{16\ \bar{u}^2}{2g} + 4\ f\ \frac{l}{d}\ \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

$$h_f = (8 + 2f\ \frac{l}{d})\ \frac{\bar{u}^2}{g}$$

$$h_f = (8 + 2 \times 0.006\ \frac{200}{0.075})\ \ (232.5\ Q)^2/9.81$$

$$h_f = 2.205 \times 10^5\ Q^2$$

Ignoring the small value of the kinetic head $\frac{\Delta \bar{u}^2}{2\ \alpha\ g}$ and assuming the pressure inside the heat exchanger is atmospheric, then the pressure head $\frac{\Delta P}{\rho\ g}$ will also be ignored. Thus equation (8.5) will be reduced to:

نهمل العمود المكافئ للطاقة الحركية ($\frac{\Delta \bar{u}^2}{2\ \alpha\ g}$) وذلك لضآله قيمته , واذا افترضنا الضغط في المبادل الحراري مساوياً للضغط الجوي يصبح عمود الضغط ($\frac{\Delta P}{\rho\ g}$) مهملاً ايضاً , وعليه تختصر المعادلة (8.5) إلى :

$$\Delta h_s = 10 + 2.205 \times 10^5\ Q$$

We can now substitute values of flow rate Q in the above equation and compute the corresponding values for the total system head. Accordingly we can plot the characteristic curve as well as the total head vs. discharge. See Fig 8.7.

والآن نعوض بقيم مختلفة لمعدل الجريان Q في المعادلة ونحسب القيمة المناظرة للعمود الكلي لمنظومة الجريان ثم نرسم المنحني , أي المنحني المميز ومنحني العمود الكلي ضد التصريف للمنظومة , انظر الشكل 8.7 .

The two curves intersect at the duty point and the flow rate is noted at that point to be 0.00523 m^3/s. Now we can estimate the total head:

يتقاطع المنحنيان في نقطة التشغيل , ويلاحظ أن معدل الجريان يساوي 0.00523 m^3/s عند نقطة التشغيل , والآن نحسب العمود الكلي :

$$\Delta h_s = 10 + 2.205 \times 10^5 \times 0.00523^2$$

$$\Delta h_s = \underline{15.96\ m}$$

Power is energy per unit time, that is

والقدرة تساوي الطاقة لوحدة الزمن وهي

$$Power = G\ (\Delta h \times g)$$

We obtain the supply power to the pump by dividing the power by the efficiency

و بتقسيم القدرة على الكفاءة نحصل على مقدار القدرة اللازم تزويد المضخة بها

$$PE = G\ (\Delta h \times g)/\eta$$

$$PE = (0.00523 \times 1000 \times 15.96 \times 9.81)/0.5$$

$$PE = \underline{1637.69\ W}$$

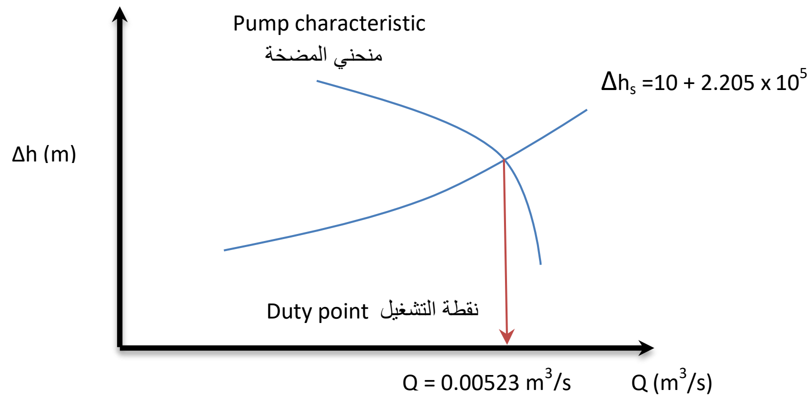


Fig 8.7

الشكل 8.7

Exercise

تمرين

Plot the curves using Excel and determine the duty point; compare the results with those of example 8.2.

ارسم المنحنيات مستخدماً برنامج اكسل ثم عين نقطة التشغيل وقارن النتائج مع نتائج المثال 8.2 .

8.5.2 Relationships for Centrifugal Pumps

8.5.2 بعض العلاقات لمضخات الطرد المركزي

The power required to operate a centrifugal pump PE is a function of the liquid density ρ, the impeller diameter D and the rotation speed N, thus:

ان القدرة PE اللازمة لتشغيل مضخة طرد مركزي مثالية هي دالة لكثافة السائل ρ ولقطر الدفاعة المروحية D ولسرعة دوران الدفاعة N , أي أن :

$$PE = f(\rho, D, N) \qquad (8.10)$$

Applying the dimensional analysis method, covered in chapter 1, we can arrive at the following:

وباستخدام طريقة التحليل البعدي , التي مر شرحها في الفصل الأول يمكن استنتاج الصيغة الآتية :

$$PE = C_1 \rho D^5 N^3) \qquad (8.11)$$

C_1 denotes a constant value.

حيث يمثل C_1 مقدار ثابت .

The power is also proportional to the product of the flow rate Q and the total head Δh, that is:

و كذلك تتناسب القدرة طرداً مع حاصل ضرب معدل الجريان Q والعمود الكلي Δh , اي ان:

$$PE \alpha Q . \Delta h$$

or

أو

$$PE = C_2 Q \Delta h \qquad (8.12)$$

C_2 is another constant.

C_2 هو مقدار ثابت آخر .

The flow rate Q and the total head developed by the pump Δh are related to the rotation speed N and the diameter of the impeller D by the following two equations:

ويرتبط معدل الجريان Q والعمود الكلي Δh الذي تولده المضخة بسرعة الدوران N وقطر الدفاعة المروحية D بالمعادلتين الآتيتين :

$$Q = C_3 N D^3 \qquad (8.13)$$

$$g \cdot \Delta h = C_4 N^2 D^2 \qquad (8.14)$$

C_3 and C_4 are constants; equation (8.14) can be written in the following format

حيث C_3 , C_4 ثوابت, ويمكن كتابة المعادلة (8.14) بالصيغة

$$(g \cdot \Delta h)^{3/2} = C_4^{3/2} N^3 D^3 \qquad (8.15)$$

Since g is constant, we can write the equation in terms of another constant C_5 as follows

و باعتبار g ثابت يمكن كتابة المعادلة بدلالة ثابت آخر C_5

$$(\Delta h)^{3/2} = C_5 N^3 D^3 \qquad (8.16)$$

We then divide equation (8.13) by equation (8.16) to obtain:

ثم نقسم المعادلة (8.13) على المعادلة (8.16) ونحصل على :

$$\frac{N^2 Q}{(\Delta h)^3} = \text{Constant} \quad (\text{مقدار ثابت}) \qquad (8.17)$$

or

أو

$$\frac{N \sqrt{Q}}{(\Delta h)^{3/4}} = N_s \qquad (8.18)$$

N_s is a constant called the ***specific speed*** and its units depend on the units of Q, N, and Δh, it has the dimensions $(LT^{-2})^{3/4}$. A non-dimensional formula for the specific speed is sometimes used, which is:

وهنا N_s ثابت يطلق عليه ***السرعة النوعية*** حيث تعتمد وحداته على وحدات Δh , N, Q وابعاده هي $(LT^{-2})^{3/4}$ وتستخدم احياناً صيغة غير بعدية للسرعة النوعية حسب المعادلة الآتية :

$$\frac{N^2 Q}{(g\,\Delta h)^{3/2}} = N_s \qquad (8.19)$$

The specific speed is considered as a ***characteristic number*** to specify the type of pump; it is calculated at the peak ***specific efficiency of operation***. When the non-dimensional specific speed of two pumps is constant, the pumps will be ***geometrically similar***. Further, we can apply the following relationships to such similar pumps:

و تعد السرعة النوعية ***رقماً مميزاً*** لنوع المضخة , وتحسب عند افضل ***كفاءة نوعية للتشغيل*** . وتصبح المضختان مختلفتي الحجم ***متماثلتين هندسياً*** حين تكون السرعة النوعية غير البعدية لهما ثابتة المقدار . أضافة إلى امكان تطبيق العلاقات الاتية لهما :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 \qquad (8.20)$$

$$\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \qquad (8.21)$$

$$\frac{PE_1}{PE_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^3\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5 \qquad (8.22)$$

By applying equations (8.20-8.22) we can plot characteristics curves for a pump in terms of data obtained for another similar pump.

ونستطيع باستخدام المعادلات (8.22-8.20) ايجاد منحنيات مميزة للمضخة بدلالة معلومات تخص مضخة اخرى مشابهة لها .

The following relationships can be used to when the impeller size is changed for the same pump:

ويمكن تطبيق المعادلات الآتية في حالة تبديل قطر المروحة الدفاعية لنفس المضخة :

$$\frac{Q_1}{Q_2} = (\frac{N_1}{N_2})\ (\frac{D_1}{D_2}) \qquad (8.23)$$

$$\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = (\frac{N_1}{N_2})^2\ (\frac{D_1}{D_2})^2 \qquad (8.24)$$

$$\frac{PE_1}{PE_2} = (\frac{N_1}{N_2})^3\ (\frac{D_1}{D_2})^3 \qquad (8.25)$$

Example 8.3

A test run was conducted for a centrifugal pump with an impeller diameter of 0.3 m. The peak efficiency was achieved at a speed of 900 rpm and flow rate 1.8 m^3/min. The pump drives the liquid into a system to overcome a total head of 15.2 m. If a geometrically similar pump is used to deliver double the quantity against a head of 18.3 m, compute the impeller diameter and the speed of the second pump.

مثال 8.3

فحصت مضخة طرد مركزي , قطر دفاعاتها المروحية 0.3 m , فأعطت أفضل كفاءة عند سرعة دوران قدرها 900 دورة في الدقيقة (rpm) ومعدل جريان 1.8 m^3/min تدفعه في منظومة جريان يبلغ مقدار العمود الكلي فيها 15.2 m . فاذا استعملت مضخة مماثلة للأولى هندسياً لضخ ضعف الكمية ضد عمود قدره 18.3 m , أوجد قطر الدفاعة المروحية للمضخة الثانية واحسب سرعة دورانها .

Solution

الحل

Given data for the first pump:

المعلوم للمضخة الأولى :

$$\Delta h_1 = 15.2\text{ m},\ Q_1 = 1.8/60\ m^3/s,\ D_1 = 0.3\text{ m}$$

Data for the similar pump:

و للمضخة المماثلة هندسياً :

$$\Delta h_2 = 18.3\text{ m},\ Q_2 = 2 \times 1.8/60\ m^3/s$$

We have:

لدينا:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = (\frac{N_1}{N_2})\ (\frac{D_1}{D_2})^3 \qquad (\text{Eqn. } 8.20)$$

$$\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} = (\frac{N_1}{N_2})^2\ (\frac{D_1}{D_2})^2 \qquad (\text{Eqn. } 8.21)$$

Substituting in the above equations:

نعوض عن القيم المعلومة في المعادلتين اعلاه :

$$\frac{1.8/60}{2 \text{ x } 1.8/60} = (900/N_2)\,(0.3/D_2)^3$$

$$1/2 = (900/N_2)\,(0.3/D_2)^3 \qquad \text{(A)}$$

Using equation (8.21), we obtain:

و من المعادلة (8.21) نحصل على :

$$15.2/18.3 = (900/N_2)\,(0.3/D_2)^2 \qquad \text{(B)}$$

Solving equation A and B, we arrive at;

و بحل المعادلتين B, A نحصل على :

$$D_2 = 0.405 \text{ m}$$

$$N_2 = 730 \text{ rpm}$$

The rotation speed can also be determined using the non-dimensional specific speed:

و كذلك يمكن حساب سرعة الدوران باستخدام السرعة النوعية اللابعدية :

$$\frac{N^2\,Q}{(g\,\Delta h)^{3/2}} = N_s \qquad \text{(Eqn. 8.19)}$$

Since the two pumps are geometrically similar, the following relationship is applied:

والمعلوم ان المضختين متماثلتان هندسياً , لهذا تثبت السرعة النوعية وتستخدم الصيغة :

$$\frac{N_1^2 Q_1}{(g\,\Delta h_1)^{3/2}} = \frac{N_2^2 Q_2}{(g\,\Delta h_2)^{3/2}}$$

$$\frac{900^2 \text{ x } \frac{1.8}{60}}{(9.81 \text{ x } 15.2)^{3/2}} = \frac{N_2^2\,(\frac{1.8}{60} \text{ x2})}{(9.81\,x\,18.3)^{3/2}}$$

N_2 = <u>730 rpm</u>

8.5.3 Two or More Pumps in a Flow System

In some cases, the pumping of liquids requires more than one pump. The way the pumps are arranged is either in series or in parallel. For a series connection, the discharge line of the first pump is attached to the suction line of the second. The total head Δh_T for the two pumps will be equal to the sum of the two heads Δh_1 and Δh_2. The discharge remains unchanged, that is ($Q_T = Q_1 = Q_2$), see fig 8.8.

8.5.3 استخدام مضختين أو أكثر في منظومة الجريان

يستلزم ضخ السوائل احياناً استخدام أكثر من مضخة واحدة , و يمكن ربط مضختين اما على التوالي او على التوازي . ففي الحالة الأولى يتصل انبوب الدفع للمضخة الأولى بانبوب السحب للمضخة الثانية فيصبح العمود الكلي الناجم من المضختين Δh_T يساوي مجموع العمودين Δh_1 و Δh_2 بينما يبقى التصريف ثابتاً أي ان ($Q_T = Q_2 = Q_1$) انظر الشكل 8.8 .

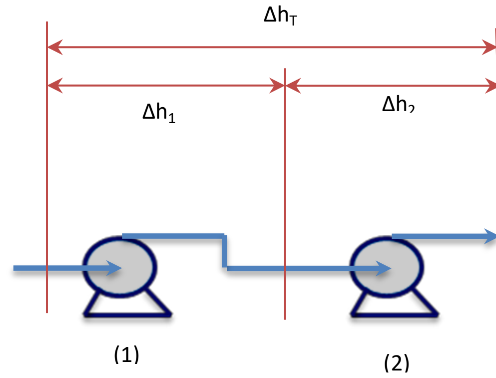


Fig 8.8 Series arrangement

الشكل 8.8 ربط مضختان على التوالي

If the two pumps are connected in parallel, the total head will remain unchanged, that is: (Δh_T = (Δh_1 = (Δh_2) , whilst the discharge will be equal to the sum of the tow pump outputs ($Q_T = Q_1 + Q_2$), see Fig 8.9.

أما اذا ربطت المضختان على التوازي فسوف يصبح العمود الكلي ثابتاً , أي أن (Δh_T = (Δh_1 = (Δh_2) , بينما يصبح التصريف مساوياً لمجموع ما تدفعه المضختان أي أن ($Q_T = Q_1 + Q_2$) انظر الشكل 8.9 .

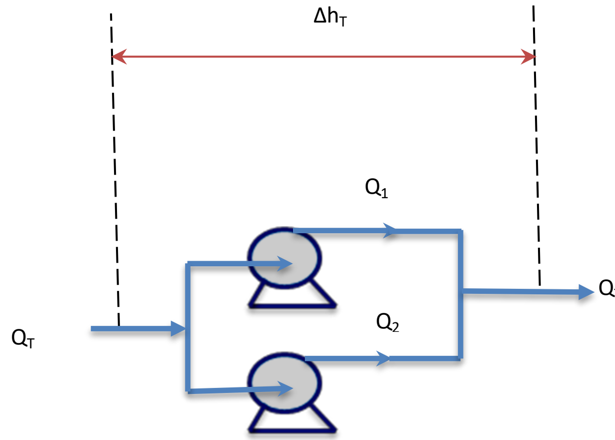


Fig 8.9 Parallel arrangement

الشكل 8.9 ربط مضختين على التوازي

The ***duty point*** for two pumps connected in series can be estimated as follows:

(a) We plot the characteristic curve for each pump separately (Δh vs. Q); also, the total head vs discharge (Δh_T vs. Q), as shown in Fig 8.10.

ويمكن ايجاد ***نقطة التشغيل*** لمضختين مربوطتين على التوالي كالآتي :

(أ) نرسم المنحنى المميز Δh ضد Q لكل مضخة على انفراد , و كذلك منحنى العمود الكلي لمنظومة الجريان ضد التصريف (Δh_T vs. Q) , كما هو مبين في الشكل 8.10 .

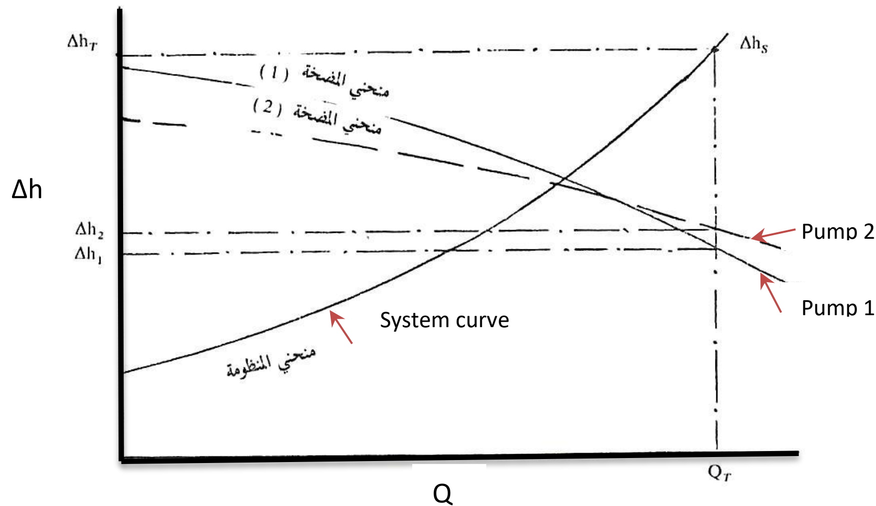


Fig 8.10 Duty point for two pumps in series

الشكل 8.10 نقطة التشغيل لمضختين مربوطتين على التوالي

(b) We draw a vertical line to the horizontal axis, intersecting the three curves at Δh_1, Δh_2 and Δh_s.

(ب) نرسم خطا عموديا على الاحداثي الافقي بحيث يقطع المنحنيات الثلاثة في Δh_1 و Δh_2 و Δh_s .

(c) We calculate the total head for the two pumps:

(جـ) نحسب العمود الكلي للمضختين :

$$\Delta h_T = \Delta h_1 + \Delta h_2 \qquad (8.26)$$

(d) We compare Δh_T to Δh_s, and if the two values are far apart, we repeat the steps (b), (c) and (d) until $\Delta h_T \approx \Delta h_s$. At that condition, we obtain the duty point defined by the last value of the total head Δh_T and the corresponding total discharge Q_T.

(د) نقارن Δh_T بالعمود Δh_s فاذا وجدنا القيمتين مختلفتين كثيراً نعيد الخطوات (ب) و (جـ) و (د) حتى مساواة Δh_T بقيمة Δh_s تقريباً , عندئذ نحصل على نقطة التشغيل المحددة بقيمتي العمود الكلي Δh_T الأخيرة و التصريف Q_T.

Similarly, we can find the duty point for parallel connection:

(a) We plot the two characteristics for the two pumps and the total head curve for the system, as shown in Fig 8.1

(b) We draw a line parallel to the axis, intersecting the three curves at Q_1, Q_2, and Q_3.

ونوجد نقطة التشغيل لمضختين مربوطتين على التوازي بطريقة مماثلة :

(أ) نرسم المنحنين المميزين للمضختين و كذلك منحنى العمود الكلي للمنظومة كما مبين في الشكل 8.11

(ب) نرسم خطاً موازياً للمحور الأفقي يقطع المنحنيات الثلاثة في Q_1 و Q_2 و Q_3

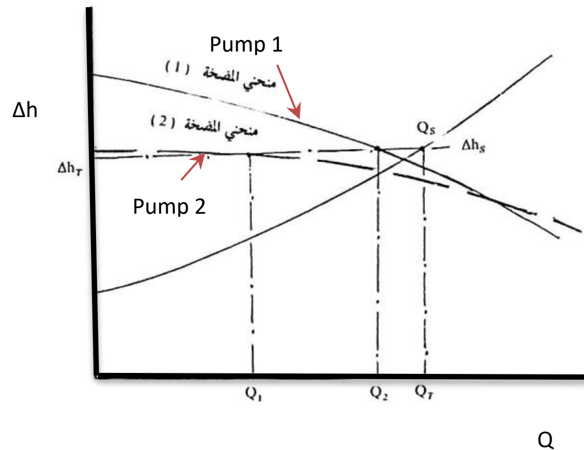


Fig 8.11 Duty point for two pumps in parallel

الشكل 8.11 نقطة التشغيل لمضختين مربوطتين على التوازي

(c) We calculate the total discharge Q_T as follows:

(جـ) نحسب التصريف الكلي Q_T كالاتي :

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \qquad (8.27)$$

(d) We compare Q_t to Q_s; if the values differ significantly, we repeat the steps (b), (c) and (d) until the values get closer; at the last calculated values of Q_T and Δh_T the duty point is specified.

(د) نقارن Q_T و Q_s , فاذا اختلفت القيم كثيراً نعيــد الخطــوات (ب) و (جــ) و (د) حتــى مساواتهما تقريباً, عندئذ نتخذ آخر قيم Q_T , Δh_T نقطة للتشغيل .

The duty point can also be determined by the intersection point of the characteristic curve (Δh_T vs. Q_T) with the total head of the system (Δh_s vs. Q). The values for Q_T are computed by equation (8.27) based on known values of Q_1 and Q_2. This method can be applied to the series connection using equation (8.26) instead of (8.27).

ويمكن ايجاد نقطة التشغيل بطريقة ثانية وذلك من نقطـة تقـاطع المنحنـى المميـز Δh_T ضـد Q_T مـع منحنـى العمـود الكلـي للمنظومـة Δh_s ضـد Q اذ تحسب قيم Q_T باستخدام المعادلة (8.27) على اساس قيم معلومة لكل من Q_1 و Q_2 وتطبق هذه الطريقة على المضخات المربوطة على التوالي ايضاً باستخدام المعادلة (8.26) بدلاً من (8.27) .

8.5.4 Advantages and Disadvantages of Centrifugal Pumps

8.5.4 ميزات ومساوئ مضخات الطرد المركزي

The advantages of a centrifugal pump are:

تتلخص اهم ميزات مضخة الطرد المركزي فيما يأتي :

(a) The pump assembly is simple and therefore it can be manufactured from various materials such as steel and plastics etc

(أ) بساطة تركيبها لذا يمكن صناعتها من مواد مختلفة مثل الصلب واللدائن وغيرها

(b) The rotation speed is high enough to allow coupling to an electric motor

(ب) سرعة دورانها عالية لذا يمكن ربطها بمحرك كهربائي

(c) The pump delivers a pulsation-free discharge

(ج) اعطاؤها تصريفاً خالياً من الذبذبات

(d) It has a relatively low maintenance cost

(ت) كلفة صيانتها المنخفضة نسبة إلى المضخات الاخرى

(e) The pump will not get damaged upon sudden blockage, provided it is not left operating for a long time

(f) For a given discharge, it has a smaller size compared to other types. Thus, it can be manufactured as a submersible pump. A good example is the pumping of refrigerated liquefied petroleum gas (LPG) from a storage tank

(g) The pump can be used to pump ***slurries*** and it is widely used to pump sewage waste

(ث) سلامتها من الضرر حين يحصل انسداد في أنبوب التصريف , إلا في حالة اشتغالها لفترات طويلة

(ج) حجمها الأصغر من المضخات الأخرى التي تعطي نفس التصريف , لذلك يمكن صنعها مغلقة بحيث يمكن غمرها في السائل . و مثال ذلك المضخات المستعملة لضخ الموائع المبردة كالغاز النفطي المسيل (LPG) حيث يستلزم غمر المضخة في داخل الخزان الذي يسحب المائع المبرد منه

(ح) امكان استخدامها لضخ سوائل تحتوي مواد صلبة عالقة (***خليط سائل و صلب***) مثل مياه المجاري

The common disadvantages are:

(a) Low livery pressure and for higher pressures, costly ***multistage pumps*** are manufactured

(b) It is required to fill the casing and the suction line with liquid before running the pump, this is normally known as ***priming***

(c) A ***check valve*** must be included in the discharge line to prevent the backflow of the liquid after operation

(d) The pump is not used for ***viscous liquids***

وأهم مساؤها هي :

(أ) انخفاض الضغط , فالمضخة الواحدة لا تولد ضغطاً عالياً , لذا تصنع ***مضخات متعددة المراحل*** بكلفة عالية

(ب) ضرورة ملء الغلاف المضخة وأنبوب السحب باكمله قبل التشغيل ويطلق على هذه العملية ***السقي***

(ت) لزوم نصب **صمام غير مرجع** في انبوب التصريف لمنع رجوع السائل عبر المضخة بعد ايقافها عن العمل

(ث) عدم ضخ ***السوائل عالية اللزوجة***

8.5.5 Installation and Operation

To avoid the onset of ***vibrations***, the centrifugal pump is fixed on a flat concrete foundation and it is carefully aligned with the motor.

8.5.5 نصب وتشغيل المضخات

تثبت مضخة الطرد المركزي على قاعدة مستوية من الخرسانة لمنع نشوء ***الاهتزازات*** الضارة , ويقتضي الامر نصب المضخة ومحركها على استقامة واحدة .

It is common to install two pumps in parallel, one operating and the other is a ***standby***. Normally, one is attached to an electric motor, whilst the other is operated by an ***internal combustion engine.*** The standby pump will start operating automatically to avoid damage when the electric power is interrupted. In order to control the flow and pressure, and to isolate one of the pumps, a number of pumps are typically included in the pumping unit system. A ***strainer*** must be installed in the suction line to catch the ***suspended particles***. The pumping unit also includes instruments to monitor flow, pressure and temperature. For pumping liquids from a low level, a strainer and a non-return ***foot valve*** must be installed at the inlet of the suction pipe, see fig 8.12.

وتنصب احياناً مضختان احدهما تشتغل والثانية معطلة ولكن مصانة ***وجاهزة للعمل*** . تدار احدهما بمحرك كهربائي بينما تعمل الأخرى ***بمحرك الاحتراق الداخلي*** , ويعود السبب الى تلافي الضرر الناجم من انقطاع الضخ , فاذا انقطع التيار الكهربائي بدأت المضخة الثانية بالعمل تلقائياً . و ينصب عدد من المضخات في منظومة الضخ للتحكم بالضغط والجريان وكذلك لعزل احدى المضختين عندما تقتضي الضرورة . ولابد من وجود ***مصفي*** في انبوب السحب لمنع دخول ***المواد العالقة*** , وكذلك تشمل منظومة الضخ في المصانع عدداً من آلات القياس مثل مقاييس معدل الجريان والضغط ودرجة الحرارة . وفيما يخص المضخة لسحب السائل من موقع منخفض , مثلاً سحب الماء من البئر , فالأمر يتطلب نصب مصفي وصمام غيرمرجع في بداية انبوب السحب يسمى ***الصمام السفلي*** , انظر الشكل 8.12

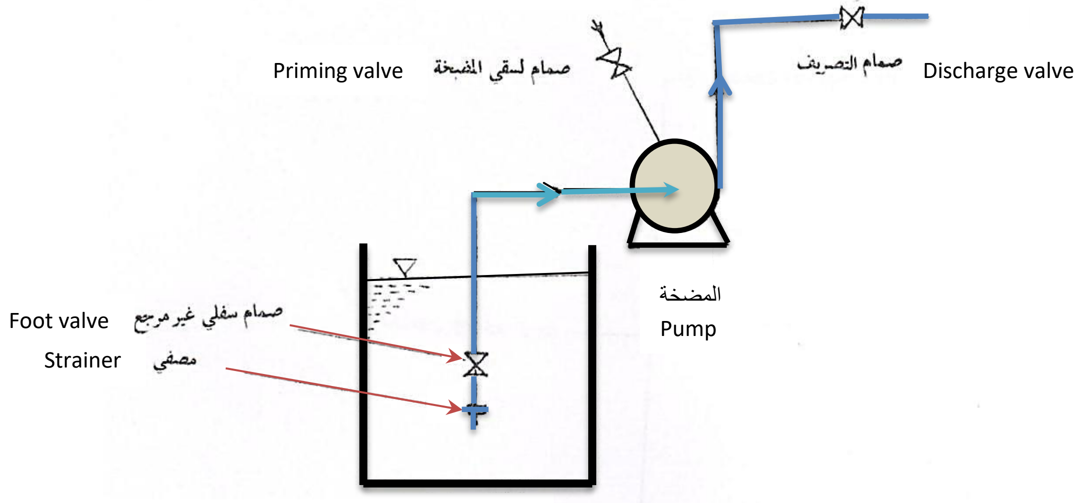


Fig 8.12 Low level pumping unit

الشكل 8.12 مضخة لسحب السائل من موقع منخفض

Prior to operation, the pump must be primed through the ***priming valve***, and then ensure that the liquid does not leak out. In the situation where the motor is running and the pump is not delivering, the discharge valve is closed for a short time.

وقبل البدء بتشغيل المضخة يجب ملؤها بالسائل خلال ***صمام السقي*** ثم التأكد من عدم تسربه من منفذ ما . وفي حالة اشتغال المحرك وعدم بدء المضخة بدفع السائل فالامر قد يستلزم سد صمام التصريف قليلاً , و بذلك يتغير موقع نقطة التشغيل على المنحنيات المميزة .

This action will shift the duty point of the characteristic curves, thus preventing the onset of vaporization and getting the pump to start. If the pump is not operated for a long time, ***rust*** will appear on its parts, inducing startup problems. The accumulation of dirt around the impeller is another cause for malfunction. If a pump is selected for a certain system, the duty point is specified from the characteristic curves. At this point the pump will operate most efficiently. However, the pump will discontinue operation if a shift in the duty point creates a total head that supersedes the pumping power.

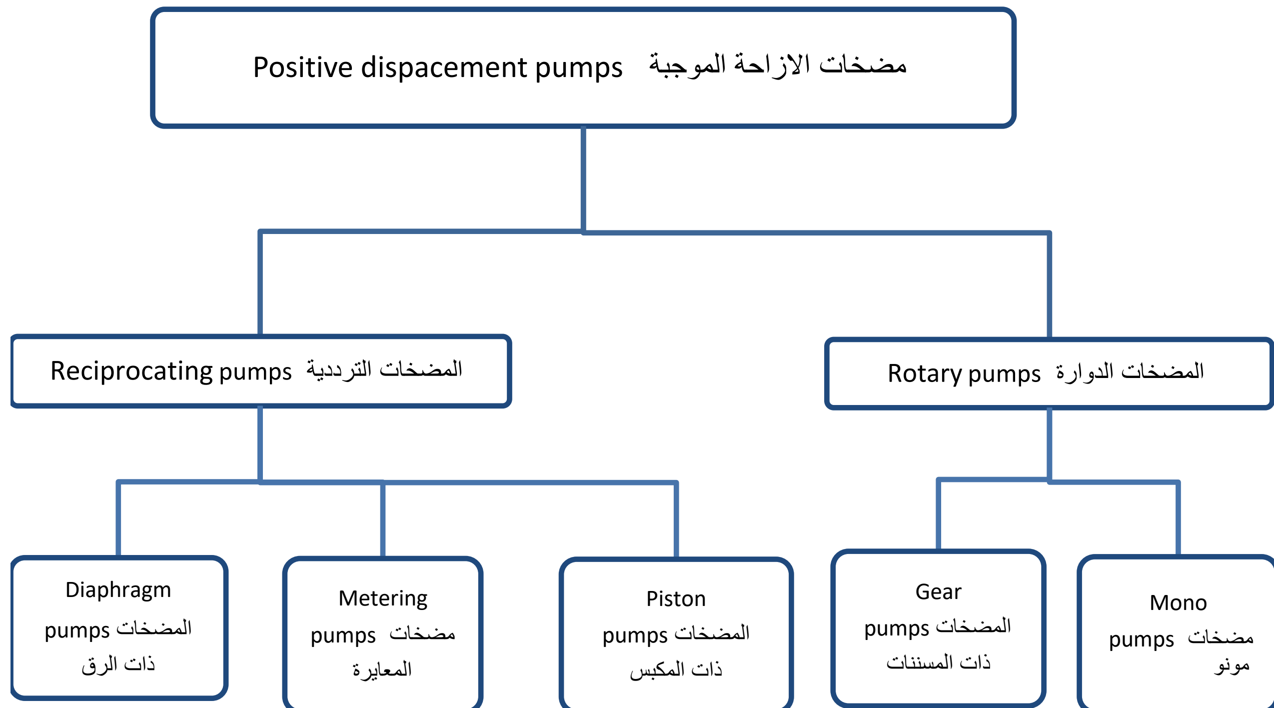
و هذا بدوره يؤدي الى القضاء على ظاهرة تبخر السائل في انبوب السحب مما يساعد على تشغيل المضخة. واذا تركت المضخة بدون تشغيل لفترة طويلة فسيظهر *الصدأ* على اجزائها مما يعرقل تشغيلها مرة ثانية . واحياناً تتجمع بعض الاوساخ حول الدفاعة المروحية فتمنع دورانها . وعند اختيار مضخة معينة تحدد نقطة التشغيل من منحناتيها المميزة , وهي النقطة التي تشتغل عندها المضخة بافضل كفاءة للعمل المطلوب. واذا تغير موقع نقطة التشغيل بحيث يصبح العمود الكلي في منظومة الجريان يفوق قدرة الضخ , عندها تتوقف المضخة عن الضخ .

8.6 Positive Displacement Pumps

8.6 مضخات الازاحة الموجبة

These pumps are classified as follows

تصنف هذه المضخات كما مبين في المخطط الآتي



8.6.1 Piston Pumps-Dosing pumps

This pump consists of a piston ***reciprocating*** inside a cylinder having four valves as shown in Fig 8.13.

8.6.1 المضخة ذات المكبس-مضخات المعايرة

تتألف من مكبس يتحرك ***حركة ترددية*** في داخل اسطوانة تحتوي على اربعة فتحات صمامية كما هو مبين في الشكل 8.13 .

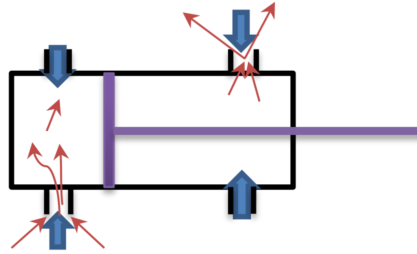


Fig 8.13 Piston-cylinder arrangement

الشكل 8.13 المكبس في داخل الاسطوانة

Note how the valves open on the two sides of the piston causing the suction of the liquid on one side and a high-pressure discharge on the other. Changing the direction of the piston movement will reverse the process. A motor, steam engine or internal combustion engine can be used to drive the pump.

ويلاحظ كيف تنفتح الصمامات على جهتي المكبس حيث ينسحب السائل على جانب بينما يندفع بضغط عال في الجانب الثاني , وعندما تنعكس حركة المكبس ينسد الصمامان المفتوحان وينفتح الصمامان الآخران فتنعكس عملية السحب و الدفع تبعاً . ويمكن استخدام محرك بخاري او محرك احتراق داخلي او محرك كهربائي لتشغيل المضخة .



The piston pump delivers high pressures with a ***pulsating discharge*** due to the reciprocating motion of the piston.

و تولد المضخة ذات المكبس ضغطاً عالياً , بينما يكون ***التصريف متذبذب*** بسبب الحركة الترددية للمكبس .

Some of the disadvantages of this pump are the presence of valves which are subject to malfunction, and also its large size compared to the centrifugal pumps.

ومن مساوئ المضخة ايضأ وجود الصمامات المعرضة للعطل وكبر حجمها مقارنة بمضخة الطرد المركزي .

Dosing pumps are small piston pumps driven by an electric motor at constant speed. They are used to pump small liquid quantities at a high pressure and at a steady flow rate. They are particularly used to inject a measured quantity of chemical additives to the flow system.

مضخات المعايرة هي مضخات مكبسية صغيرة الحجم تشتغل بمحرك كهربائي بسرعة ثابتة . و تستخدم لضخ كميات صغيرة في السائل بضغط عال وبمعدل جريان ثابت مثل حقن كميات محسوبة من المواد الكيميائية ي منظومة الجريان .

8.6.2 Diaphragm Pumps

8.6.2 المضخة ذات الرق

This pump is made of a rubbery material ***diaphragm*** separating two compartments. A piston-cylinder arrangement is fixed on one side of the diaphragm; this is to induce the reciprocating motion directly or indirectly though liquid. The motion is transferred to the other compartment where the liquid is withdrawn. This pump is used to pump corrosive liquids. See Fig 8.14.

تتألف من ***رق*** مصنوع من مادة مطاطية يفصل بين جزئي المضخة حيث يتحرك مكبس في اسطوانة على احد جوانب الرق فيحركه ترددياً , أما مباشرة أو بواسطة سائل . ثم تنتقل الحركة إلى الجزء الثاني الذي يسحب ويضخ السائل , و تستعمل هذه المضخة لضخ السوائل التي تسبب الصدأ والتآكل , انظر الشكل 8.14 .

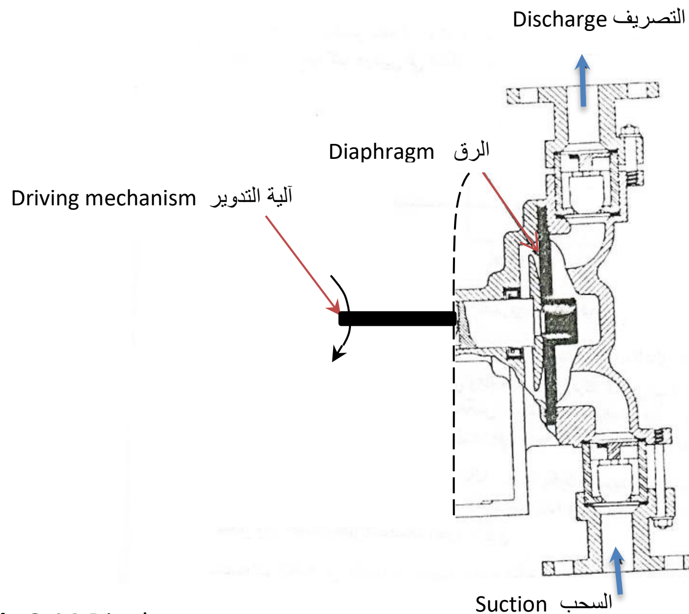


Fig 8.14 Diaphragm pump

الشكل 8.14 المضخة ذات الرق

8.6.3 Gear Pumps

The liquid is pumped as a result of the gears rotating inside the casing as shown in Fig 8.15. High pressures can be generated by gear pumps and therefore can be used to pump viscous liquids. The pump delivers steady and smooth discharges and can be attached directly to an electric motor. The pump does not require priming prior to operation. These pumps are used extensively in the petroleum industry to pump viscous liquids. They are also used to handle food stuff and sticky materials.

8.6.3 المضخة ذات المسننات

يندفع السائل نتيجة دوران المسننات في داخل الغلاف كما هو مبين في الشكل 8.15 , وتولد هذه المضخات ضغوط عالية و تستعمل لضخ السوال عالية اللزوجة . وهي تعطي تصريفاً منتظماً , كما يمكن ربطها بمحرك كهربائي مباشرة ولاتحتاج إلى الملء قبل التشغيل . تستخدم المضخة ذات المسننات كثيراً في الصناعات النفطية لضخ المواد اللزجة الناتجة عن التقطير وكذلك لدفع المواد الغذائية والصمغ .

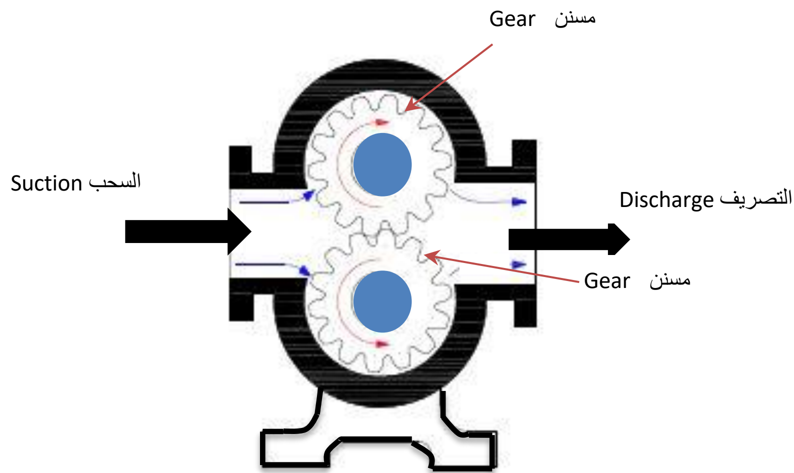


Fig **8.15** Gear pump

الشكل **8.15** المضخة ذات المسننات

8.6.4 Mono Pumps

This pump consists of a ***helical rotor*** sealed tightly against a helical hole in a plastic ***stator***. The liquid is pushed through the cavities formed by the rotation of the rotor inside the stator. This pump is used to pump slurries to ***filtration equipment***; the pump must not be operated in dry conditions, see Fig 8.16.

8.6.4 مضخة مونو

تتألف من ***جزء لولبي*** الشكل يدور في داخل ***الجزء الثابت*** المصنوع من المطاط او مواد مماثلة , ويندفع السائل في الحيز بين الجزئين . تستخدم هذه المضخة لضخ مزيج السائل و الصلب إلى ***اجهزة الترشيح*** ويجب عدم تشغيل هذه المضخة وهي جافة في اي حال من الاحوال . انظر الشكل 8.16 .

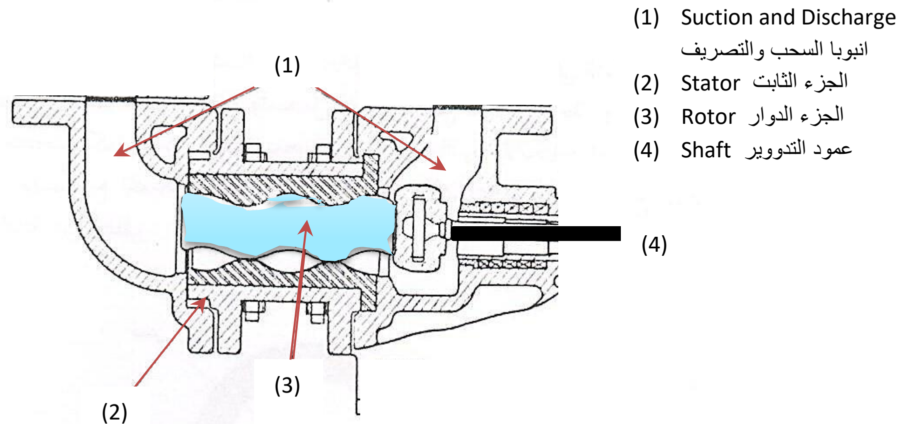


Fig 8.16 Mono pump

الشكل 8.16 مضخة مونو

8.7 Pumping by Compressed Air

Compressed air is used to convey chemicals between process units in industry. It is also used to drain vessels containing corrosive liquids. The **air lift pump** is considered the most common piece of equipment that utilizes compressed air for pumping. The pump consists of two pipes, a short one attached to the feed tank and another connected to the receiving tank. Air is injected into the lower end of the longer pipe; the bubbles formed will rise, pulling the liquid upwards, see Fig 8.17. Despite the low efficiency of the pump, it is used extensively to pump crude oil from wells.

8.7 استخدام الهواء المضغوط لضخ السوائل

يستخدم الهواء المضغوط لنقل المواد الكيميائية من موقع إلى آخر في الوحدات الصناعية , كما يستخدم لتفريغ الاوعية من السوائل المسببة للصدأ . وتعد ***المضخة الرافعة بالهواء*** اهم وسائل الضخ التي تستخدم الهواء المضغوط . و تتألف هذه المضخة من ذراعين , احدهما قصير متصل بخزان تغذ ية السائل , والذراع الآخر متصل بالخزان المراد ضخ السائل اليه , ويحقن الهواء المضغوط في اسفل الذراع الطويل فيسحب السائل معه ويندفع مزيج السائل والهواء إلى الأعلى , أنظر الشكل 8.17 . ورغم ان كفاءة المضخة منخفضة مقارنة بمضخة الطرد المركزي الا انها تستعمل كثيراً لضخ النفط الخام من الآبار .

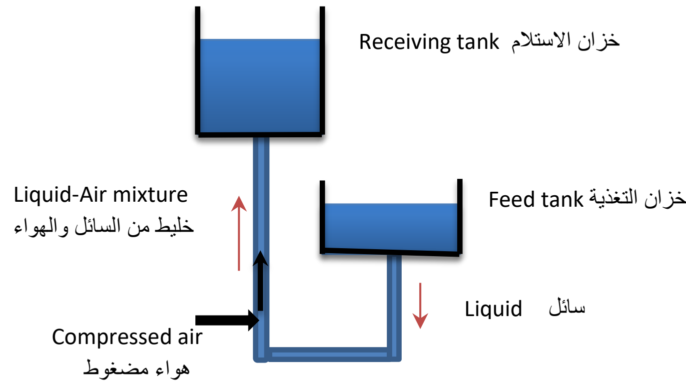


Fig 8.17 Air lift pump

الشكل 8.17 المضخة الرافعة بالهواء

8.8 Gas Moving Equipment

Mechanical devices, similar to pumps, are used to move gases through pipe lines. These are structurally different due to the low density of gases compared to liquids. Accordingly, the design of such machines is based on the fact that the fluid is compressible and is likely to leak out of the system. Another factor, relevant to the design, is the temperature rise during the compression process. This rise will limit the use of the equipment unless the gas is cooled.

In what follows, we will cover some of the common gas moving equipment.

8.8 وسائل ضخ الغازات

تستعمل معدات ميكانيكية مماثلة للمضخات لدفع الغاز في الأنابيب , ولكنها تختلف من حيث التركيب بسبب كون الغاز مائعاً واطىء الكثافة مقارنة بالسائل . لذا يجب تصميمها على اساس ان الغاز مائع انضغاطي يتغير حجمه اثناء انضغاطه , كما انه يتسرب بسهولة . وهنالك شيء آخر له علاقة بالتصميم هو ارتفاع درجة حرارة الغاز أثناء عملية ازدياد الضغط , وهذا يحدد عمل الجهاز ما لم يتم تبريد الغاز أثناء انضغاطه .

سنذكر بعض معدات ضخ الغازات في الفقرات القادمة .

8.8.1 Fans

Fans push large quantities of gases at low pressure by the rotation of the ***impeller***. The fan is very much similar to a centrifugal pump except for the impeller which has a different shape, see Fig 8.18.

8.8.1 المراوح

تشتغل المراوح بدوران ***الدفاعة المروحية*** ودفع الغاز بضغط واطئ ولكن بكميات كبيرة , وهي مماثلة لمضخات الطرد المركزي عدا الاختلاف في شكل الدفاعة المروحية , انظر الشكل 8.18 .

Fans are frequently used to push cooling air across ***air cooled heat exchangers*** in industry and in ventilation and air conditioning systems. The efficiency of the fan may approach 70%. The density changes of the flowing air are relatively small. Ignoring the density change will make it possible to apply the laws and relationships for an incompressible fluid. The average density between suction and discharge is used.

تستخدم المراوح كثيراً لدفع هواء التبريد عبر ***المبادلات الحرارية الهوائية*** في المصانع وفي التهوية والتكييف , وقد تصل كفائتها إلى حوالي 70% . ويتغير مقدار كثافة الغاز قليلاً اثناء مروره بالمروحة, واذا اهمل هذا التغير فسيمكن تطبيق قوانين المائع غيرالانضغاطي على منظومة الجريان التي تشتمل على مروحة باستخدام متوسط الكثافة بين ضغطي السحب والدفع .

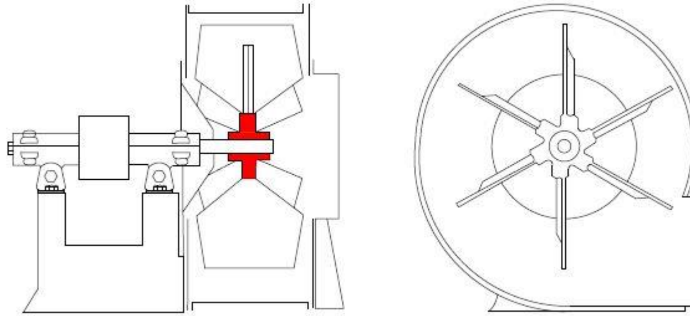




Fig 8.18 a Fan

الشكل 8.18 المروحة

8.8.2 Blowers

Blowers deliver higher pressures compared to fans, but lower values than ***compressors***. The pressure ration (P_1/P_2) may increase up to 4 and the temperature of the compressed gas will rise as a result. The magnitude of the temperature rise depends on the type of compression, but the operation of the blower will not be affected regardless of the compression process. There are two types of blowers, these are:

8.8.2 النافخات

تمنح النافخات دفعاً بضغط يفوق ضغط المراوح ولكن أقل من ***الضاغطات*** فقد تصل نسبة الضغط أحياناً (P_1/P_2) إلى 4 لذلك ترتفع درجة حرارة الغاز المضغوط . ويعتمد مقدار ارتفاع درجة الحرارة على نوع عملية الانضغاط , ولكنه لا يصل إلى المقدار الذي يؤثر في عمل النافخ مهما يكن نوع العملية , ويوجد نوعان من النافخات هما :

(a) Positive Displacement Blowers

These blowers operate in a similar manner to gear pumps. They are carefully manufactured to

(أ) نافخات الازاحة الموجبة

تعمل هذه النافخات بطريقة مماثلة للمضخة ذات المسننات إلا أن صنعها أكثردقة , ويمكن أن يولد النافخ تصريفاً للغاز

handle gases. The blower can deliver pressures between 0.4 atm and 1 atm, whilst the two stage blower will deliver up to 2 atm. One type of these devices is shown in Fig 8.19. The ***Nash Hytor pump***, or ***liquid ring pump*** is actually an example of this category. The blower is characterised by the inclusion of a liquid ring which rotates with the impeller and acts a seal, see Fig 8.20.

بضغط يتراوح بين 0.4 atm و 1 atm . بينما يولد النافخ ذو المرحلتين 2 atm , ويبين الشكل 8.19 أحد أنواع هذه النافخات . وتخضع ***مضخة ناش هايتور*** التي تسمى أيضاً ***بالمضخة ذات حلقة السائل*** إلى هذا النوع . و تمتاز بوجود حلقة من السائل تدور مع الدفاعة المروحية و تعمل كمانع للتسرب , أنظر الشكل 8.20 .

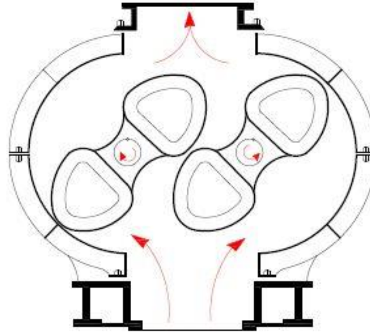


Fig 8.19 A blower

الشكل 8.19 أحد أنواع النافخات

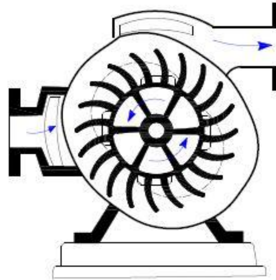


Fig 8.20 Nash Hytor pump

الشكل 8.20 مضخة ناش هايتور

(b) Turbo Blowers

The outer shape of a turbo blower is similar to that of a centrifugal pump. The casing is relatively thinner and the impeller has a larger diameter, as shown in Fig 8.21. The impeller rotates at such a high velocity that it may reach 10 times the velocity of the pump impeller. The centrifugal force arising from the rotation is rather small due to the low density of the gas, thus a ***multistage blower*** is required to generate high pressures.

(ب) النافخات التوربيتية

يشبه النافخ التوربيتي مضخة الطرد المركزي في المظهر حيث يتألف من غلاف نحيف نسبياً , بدفاعة مروحية كبيرة القطر كما مبين في الشكل 8.21 , تدور هذه الدفاعة بسرعة عالية , اذ قد تصل إلى عشرة أضعاف سرعة الدفاعة المروحية لمضخة الطرد المركزي . وتكون قوة الطرد المركزي الناجمة عن الدوران صغيرة المقدار لضآلة كثافة الغاز , لذا يستخدم ***نافخ متعدد المراحل*** لتوليد ضغوط عالية .

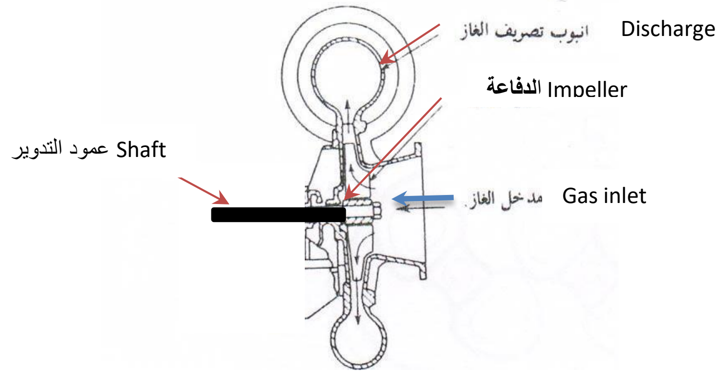


Fig 8.21 Turbo blower

الشكل 8.21 النافخ التوربيني

8.8.3 Compressors

(a) Centrifugal Compressors

Multistage centrifugal compressors are used to deliver large quantities of gas at high pressure, see Fig 8.22.

8.8.3 الضاغطات

(أ) ضاغطات الطرد المركزي

تستخدم هذه الضاغطات لتوليد كميات كبيرة من الغاز بضغط عال , وهي عادة متعددة المراحل كما هو مبين في الشكل 8.22 .

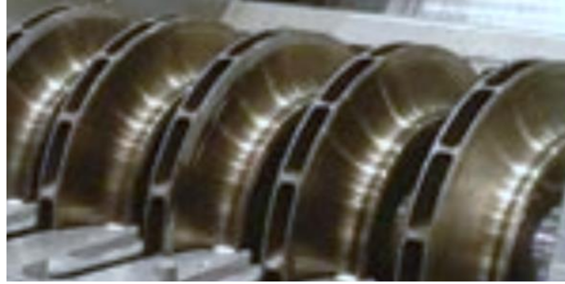


Fig 8.22 Five stage compressor

الشكل 8.22 ضاغط متكون من خمس مراحل

Compressors are used extensively in the processing of ***natural gas*** and ***petroleum associated gas.*** Pressures up to 5.6 MPa and discharge of 140 m^3/s can be generated by compressors. Moreover, new equipment can deliver pressures up to 70 MPa.

وتستعمل كثيراً في تصنيع ***الغاز الطبيعي*** و ***الغاز المصاحب للنفط*** . وقد تدفع الغاز بمعدل جريان 140 m^3/s وتضغطه إلى 5.6 MPa علماً ان الضاغطات الحديثة تولد ضغوطاً تصل إلى زهاء 70 MPa .

(b) Reciprocating Compressors

(ب) الضاغطات الترددية

The construction and operation of a reciprocating compressor are similar to those of the piston pump. However, the sealing rings of the machine are carefully and precisely assembled. The pumping of a liquid does not affect the volume, whilst, the compression of a gas results in a reduction in volume and a rise in temperature. Work is done on the gas and the compressor requires cooling. A multistage compressor is used to achieve very high pressures; cooling is accomplished between the stages, see Fig 8.23.

يشبه الضاغط الترددي المضخة ذات المكبس من حيث العمل و التركيب , إلا أن وسائل منع التسرب تكون ادق احكاماً . ولا يتغير حجم السائل أثناء عملية رفع ضغطه في المضخة بينما ينقص حجم الغاز عند ازدياد ضغطه لذا يبذل شغل عليه . وترتفع درجة حرارة الغاز أثناء انضغاطه لذا يستلزم تبريد الضاغط في كثير من الأحوال . ويستخدم ضاغط متكون من أكثر من مرحلة واحدة للحصول على ضغوط فائقة , حيث يبرد الغاز ما بين المراحل , أنظر الشكل 8.23 .

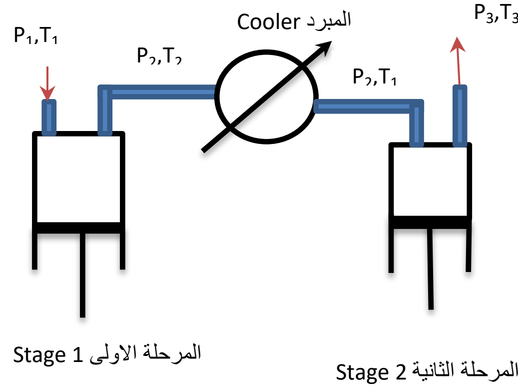


Fig 8.23 Gas intercooling

الشكل 8.23 تبريد الغاز بين مرحلتي الضاغط

The gas moves into the first stage at pressure P_1 and temperature T_1. It is compressed to P_2 with the temperature rising to T_2. The gas is then cooled in the cooler to T_1. Afterwards, the gas is compressed to P_3, in the smaller stage 2, where its temperature rises to T_3. The compression of the gas, if assumed ideal, will follow the law (P v = R T). If the compression process is considered isentropic, the gas will follow:

يدخل الغاز إلى اسطوانة المرحلة الأولى بضغط P_1 ودرجة حرارة T_1 فيضغط إلى P_2 وترتفع درجة حرارته إلى T_2 ثم يمر الغاز في المبرد الذي يعيده إلى نفس درجة حرارته الأولى T_1 , وبعد ذلك يضغط إلى P_3 في أسطوانة المرحلة الثانية التي تكون أصغر حجماً من الأولى , ويتبع أنضغاط الغاز المعادلة (P v = R T) اذا عد غازاً مثالياً , واذا افترضنا عملية الانضغاط تتم بثبوت الانتروبي (ايسنتروبي) فيمكن أيضاً تطبيق المعادلة :

$$P v^{\Upsilon} = C \qquad \text{(Eqn. 4.44)}$$

Work was defined by the following equation:

وكنا قد عرفنا الشغل بالمعادلة :

$$w = \int_1^2 P\, dv \qquad \text{(Eq. 4.18)}$$

Combining equations (4.44) and (4.18) and integrating:

و بالتعويض عن P واتمام التكامل نحصل على :

$$w = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{\Upsilon - 1} \qquad (8.28)$$

فاذا ضغط m kg من الغاز يصبح الشغل الكلي :

The total work for compressing m kg of the gas will be:

$$W_T = w.m = m\,\frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{\Upsilon - 1}$$

الحجم هو : (V = m.v) اذن:

The volume is (V =m.v), thus:

$$W_T = m\,\frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\Upsilon - 1} \qquad (8.29)$$

او

or

$$W_T = mR\,\frac{T_2 - T_1}{\Upsilon - 1} \qquad (8.30)$$

ويمكن ان تكتب المعادلة 8.29 بالصيغة :

Equation 8.29 can be written as follows:

$$W_T = \frac{\Upsilon}{\Upsilon - 1} P_1 V_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\Upsilon-1)/\Upsilon} - 1\right] \qquad (8.31)$$

واذا كان الضاغط متكوناً من مرحلتين فيصبح الشغل الكلي :

For a two stage compressor, the total work will be:

$$W_T = \frac{\Upsilon}{\Upsilon - 1} P_1 V_1 \left\{\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\Upsilon-1)/\Upsilon} - 1\right] + \left[\left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{(\Upsilon-1)/\Upsilon} - 1\right]\right\} \qquad (8.32)$$

If the pressure ratio $(P_2/P_1) = (P_3/P_2)$, we obtain:

و اذا كانت نسبة الضغط (P_2/P_1) تساوي (P_3/P_2) نحصل على :

$$W_T = 2\,\frac{\Upsilon}{\Upsilon-1}\,P_1V_1\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\Upsilon-1)/\Upsilon} - 1\right] \qquad (8.33)$$

We have

وأن

$$(P_2/P_1) = (P_3/P_2)$$

$$P_2 = \sqrt{P_3P_1} \qquad (8.34)$$

If it is required to estimate the total work in terms of the gas compression ratio (P_3/P_1), the equation will be:

فاذا كان المطلوب ايجاد الشغل الكلي بدلالة نسبة ضغط الغاز الخارج إلى الداخل (P_3/P_1) فستصبح المعادلة :

$$W_T = 2\,\frac{\Upsilon}{\Upsilon-1}\,P_1V_1\left[\left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{(\Upsilon-1)/2\Upsilon} - 1\right] \qquad (8.35)$$

Equation (8.35) can be generalized for multistage compressors by replacing the 2 by number of stages, and the pressure of the last stage for P_3.

ويمكن تعميم المعادلة (8.35) لأي عدد من المراحل و ذلك بالتعويض عن 2 بعددالمراحل وعن P_3 بضغط الغاز الخارج من آخر مرحلة .

Example 8.4

مثال 8.4

Determine the work required to compress 10 kg of an ideal gas, molecular weight 28 kg/kmol from 10 kP to 100 kPa. The isentropic compression is accomplished in a two stage compressor.

احسب الشغل اللازم لضغط 10 kg غاز مثالي وزنه الجزيئي 28 kg/kmol بثبوت الانتروبي من 10 kPa إلى 100 kPa في ضاغط ذو مرحلتين .

The gas enters the first stage at 200 K and if the mechanical efficiency of the compressor is 0.85. Also, calculate the temperature of the gas leaving the first stage assuming that the compression ratio is the same in both stages.

علماً بأن الغاز يدخل المرحلة الأول بدرجة حرارة 200 K وان الكفاءة الميكانيكية للضاغط 0.85 . وكذلك احسب درجة حرارة الغاز الخارج من المرحلة الأولى وافترض ان نسبة الضغط متساوية في المرحلتين .

R_0 = 8.314 kJ/kmol K, ϒ = 1.4

Solution

الحل

Given:

المعلوم :

M = 28 kg/kmol, $P_1 = 10^4$ Pa, $P_3 = 10^5$ Pa

Efficiency = 0.85, $R_0 = 8.314 \times 10^3$ J/kmol K, ϒ = 1.4

We calculate the total work using equation (8.35)

نحسب الشغل الكلي من المعادلة (8.35)

$$W_T = 2 \frac{\Upsilon}{\Upsilon-1} P_1V_1 \left[\left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{(\Upsilon-1)/2\Upsilon} - 1\right] \qquad \text{(Eqn. 8.35)}$$

Note that all variables are known except V_1 which is determined as follows:

و يلاحظ ان جميع المتغيرات معلومة سوى V_1 الذي نحسبه من :

$$P_1 V_1 = m R T$$

$$P_1 V_1 = \frac{m}{M} R_0 T$$

$$P_1 V_1 = \frac{10}{28} (8.314 \times 10^3 \times 200) = 593.4 \times 10^3 \text{ J}$$

$$W_T = 2 \times \frac{1.4}{1.4-1} \times 593.4 \times 10^3 \left[\left(\frac{100000}{10000}\right)^{(1.4-1)/(2 \times 1.4)} - 1\right]$$

$$W_T = 162 \times 10^3 \text{ J} = 162 \text{ kJ}$$

The actual work is W_T multiplied by the efficiency:

والشغل الحقيقي يساوي W_T مضروباً بالكفاءة اي :

$$\text{Work} = 162 \times 0.85 = \underline{137.7 \text{ kJ}}$$

We then calculate the temperature using:

ثم نحسب درجة الحرارة من :

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$P_1 V_1^{\Upsilon} = P_2 V_2^{\Upsilon}$$

Combining the two relationships will give

و منها نستنتج ان

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\Upsilon-1)/\Upsilon}$$

The pressure ratio is the same in the two stages, thus:

والمعلوم ان نسبة الضغط متساوية في المرحلتين , اذن :

$$P_2/P_1 = P_3/P_2$$

$$P_2^{\,2} = 10^4 \times 10^5$$

$$P_2 = 3.6 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$\frac{T_2}{200} = \left(\frac{3.16 \times 10000}{10000}\right)^{(1.4-1)/1.4}$$

$$T_2 = \underline{277.84 \text{ K}}$$

This is the temperature of the gas exiting the first stage before passing through the cooler.

و هي درجة حرارة الغاز الخارج من المرحلة الأولى و قبل مروره بالمبرد .

8.9 Vacuum Pumps

Vacuum means lowering the pressure in a sealed volume to a value below the atmospheric pressure. To create vacuum, the gas is normally removed from the space by a pump or a compressor. The vacuum pump evacuates the gas from the enclosure and exhausts it to the surroundings at atmospheric pressure. The gas exhaustion process requires high pressure ratios, which may approach 100. Rotary devices are usually preferred, because of their capability to handle large quantities of gas. The ***steam ejector*** is normally used to create vacuum; the device draws a large quantity of the gas and air by a high speed ***jet*** of steam. The ejector is composed of a ***convergent-divergent nozzle*** that ejects steam at a supersonic velocity to the **diffuser**, as shown in Fig 8.24.

8.9 مضخات التفريغ

يقصد بالتفريغ هنا تخفيض الضغط في الحيز إلى دون الضغط الجوي , حيث يفرغ الغاز منه بواسطة مضخة أو ضاغط .
وتسحب مضخة التفريغ الغاز بضغط منخفض من الحيز ثم تدفعه إلى المحيط الخارجي بالضغط الجوي , وتتطلب العملية نسبة ضغط عالية قد تبلغ المئة . ويفضل استخدام المضخات الدوارة لانها تسحب كميات كبيرة من الغاز مقارنة بالمضخات الاخرى . يستعمل ***قاذف بخار الماء*** كوسيلة للتفريغ , اذ ينسحب الغاز والهواء من الحيز بواسطة ***بثق*** من بخار الماء الساخن بسرعة عالية . و يتألف الجهاز ***من منفث ملتم – منفرج*** ينبثق منه بخار الماء بسرعة فوق صوتية إلى ***انبوب ناشر*** , كما مبين في الشكل 8.24 .

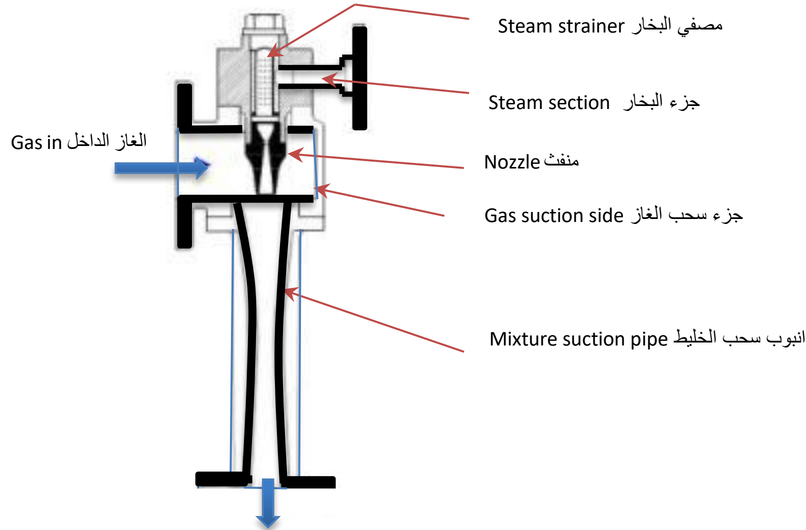


Fig 8.24 Steam ejector

الشكل 8.24 قاذف بخار الماء

The high-pressure steam enters the steam chest at low velocity and expands through the converging-diverging nozzle. This results in a decrease in pressure and an increase in velocity. Meanwhile, the suction gas enters at the suction inlet. The steam, which is now at a high velocity, entrains the suction gas and combines with it. The mixture then passes through the diffuser. In the diverging section, the mixed fluid expands; its velocity is reduced to the sonic or subsonic value. However, the pressure is increased due to the conversion of kinetic energy back into pressure energy. The mixture is then discharged to the surroundings at atmospheric pressure. More than one ejector can be employed to produce low vacuum pressure. For example, a single ejector can create 13.5 kPa of absolute pressure, whilst the two-stage ejector will develop a vacuum of 3.5 kPa; the three-stage will attain pressures ranging from 2.7 kPa to 0.67 kPa. The steam ejector requires no maintenance because it has no moving parts; hence it is used extensively in industry.

يدخل بخار الماء الى جزء البخار بسرعة منخفضة ثم يتمدد عند مروره في المنفث . ويؤدي التمدد الى انخفاض في الضغط وازدياد في السرعة . ينسحب الغاز فيختلط مع البخارحيث يندفع في الانبوب الناشر . يرتفع ضغط الخليط في الجزء المنفرج من الانبوب الناشر وتنخفض السرعة فيه إلى صوتية أو دون صوتية نتيجة تحول الطاقة الحركية إلى طاقة ضغط , فيندفع الخليط إلى الخارج حيث يسود الضغط الجوي . يمكن استخدام اكثر من قاذف للحصول على ضغط فراغ واطئ . فمثلاً يولد قاذف واحد ضغطاً مطلقاً قدره 13.5 kPa ويعطي قاذف ذو مرحلتين 3.5 kPa بينما يمكن الحصول على فراغ يتراوح بين 2.7 kPa و 0.67 kPa باستخدام ثلاث مراحل . ويمتاز قاذف بخار الماء بخلوه من اجزاء متحركة مما يجعل صيانته امراً غير ضروري لذا يكثر استعماله في المجالات الصناعية.

8.10 Symbols

8.10 الرموز

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Area	L^2	m^2	A	المساحة
Constants	--	--	$C_5, C_4, C_3,$	ثوابت
	--	--	C_2, C_1	
Diameter	L	m	D	قطر الأنبوب
Impeller diameter	L	m	D	قطر الدفاعة المروحية
Roughness	--	--	e	الخشونة
Friction factor	--	--	f	معامل الاحتكاك
Mass flow rate	MT	kg/s	G	معدل الجريان الكتلي
Friction head in suction pipe	L	m	h_{fs}	العمود المكافئ الاحتكاك في انبوب السحب
Suction head	L	m	h_s	عمود السحب
Vapour pressure head	L	m	h_v	العمود المكافئ لضغط بخار السائل
Total head developed by the pump	L	m	Δh	العمود المكافئ الكلي الذي تولده المضخة
Total head of the flow system	L	m	Δh_s	العمود الكلي في منظومة الجريان
Length of the pipe	L	m	l	طول الانبوب
Friction losses	L^2T^{-2}	J/kg	L_f	خسائر الاحتكاك
Mass	M	kg	m	الكتلة
Molecular weight	--	kg/kmol	M	الوزن الجزيئي
Number of moles	--	--	n	عدد المولات
Rotation speed	T^{-1}	Rpm	N	سرعة الدوران
Specific speed	--	--	N_s	السرعة النوعية
Net Positive suction head	L	m	NPSH	صافي عمود السحب الموجب
Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	P	الضغط
Vapour pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	P_v	ضغط بخار السائل
Power	ML^2T^{-3}	W	PE	القدرة
Volumetric flow rate	L^3T^{-1}	m^3/s	Q	معدل الجريان الحجمي
Total discharge	L^3T^{-1}	m^3/s	Q_T	التصريف الكلي
Temperature	θ	K	T	درجة الحرارة
Average velocity	LT^{-1}	m/s	$\bar{u}$	متوسط السرعة
Suction average velocity	LT^{-1}	m/s	$\bar{u}_s$	متوسط السرعة في مدخل المضخة
Specific volume	L^3M^{-1}	m^3/kg	v	الحجم النوعي
Volume	L^3	m^3	V	الحجم
Work per unit mass	L^2T^{-2}	J/kg	W	الشغل لوحدة الكتلة
Shaft work	L^2T^{-2}	J/kg	W_s	شغل عمود الادارة
Total work	$M L^2T^{-2}$	J	W_T	الشغل الكلي
Height	L	m	z	الارتفاع
Constant	--	--	α, ϒ	ثابت
Density	ML^{-3}	kg/m^3	ρ	الكثافة
Efficiency	--	--	η	الكفاءة

$g = 9.81\ m/s^2$

8.11 Problems

8.11 المسائل

8.1 Determine the power supply to a pump used to transport sulphuric acid in a pipe line. The internal diameter of the pipe is 55 mm and the length is 1.5 km. The pumping rate is 2.8 kg/s, the efficiency of the pump is 0.56, and the roughness of the pipe surface is 0.046 mm. The density of the acid is 1650 kg/m^3 and the viscosity 8.6 x 10^{-3} Ns/m^2.

8.1 احسب القدرة اللازم تزويدها لمضخة لدفع حامض الكبريتيك في انبوب قطره الداخلي 55 mm وطوله 1.5 km بمعدل 2.8 kg/s , علماً ان كفاءة المضخة 0.56 وان خشونة سطح الأنبوب 0.046 mm وكثافة الحامض 1650 kg/m^3 ولزوجته 8.6 x 10^{-3} Ns/m^2 .

8.2 Benzene is pumped, at a rate of 2.525 x 10^{-3} m^3/s, from a feed tank at atmospheric pressure, to another vessel, 1.83 m high. The pump is 1.32 m above the feed vessel and the discharge line diameter is 4 cm. If the pressure drop in the discharge line is 37.9 kPa and the pressure gauge at its end reads 345 kPa, compute:

(a) The total head developed by the pump
(b) The power supply to the pump
(c) The net positive suction head

Given:
The pressure drop in the suction line is 3.45 kPa, the efficiency of the pump is 0.6, the density of the Benzene is 865 kg/m^3 and its vapor pressure is 26.2 kpa.

8.2 يضخ البنزين بمعدل 2.525 x 10^{-3} m^3/s من مستودع يقع تحت تأثير الضغط الجوي إلى ارتفاع قدره 1.83 m . فاذا كانت المضخة تعلو 1.32 m عن مستودع البنزين وكان قطر أنبوب التصريف 4 cm ومقدار هبوط الضغط فيه يساوي 37.9 kPa , كما كان مقياس الضغط المثبت في نهايته يشير إلى ضغط مقداره 345 kPa , احسب :

(ا) العمود الكلي المكافئ الذي تولده المضخة
(ب) مقدار القدرة اللازم تزويدها للمضخة
(ت) مقدار صافي عمود السحب الموجب

علماً ان :
مقدار هبوط الضغط في أنبوب السحب 3.45 kPa وكفاءة المضخة 0.6 وكثافة البنزين 865 kg/m^3 وضغط بخاره 26.2 kPa .

Ans ج

48.7 m, 174 kw, 7.23 m

8.3 Water is pumped at a rate of 6 x 10^{-4} m^3/s in a horizontal pipe of 0.04 m diameter and

8.3 يضخ الماء بمعدل 6 x 10^{-4} m^3/s في انبوب قطره 0.04 m ممتد افقياً لمسافة 150 m ثم يرتفع 104 m

150 m length. The pipe rises 104 m to a storage vessel. The water passes through a ***heat exchanger*** before the vessel. If the pressure drop in the exchanger is 150.15 kPa, calculate the power supply to the pump. Given:

Roughness of the pipe surface = 0.00026 m
Efficiency of the pump = 0.65
Density of water = 10^3 kg/m^3
Viscosity = 10^{-3} Ns/m^2

إلى خزان معين . فاذا كان الماء يمر ***بمبادل حراري*** قبل دخوله في الخزان , وكان هبوط الضغط في المبادل 150.15 kPa , احسب القدرة اللازم تزويدها للمضخة علما ان:

خشونة سطح الانبوب = 0.00026 m
و كفاءة المضخة = 0.65
كثافة الماء = 10^3 kg/m^3
لزوجته = 10^{-3} Ns/m^2

8.4 The characteristic data of a centrifugal pump are tabulated as follows:

8.4 ندرج في ادناه معلومات تخص مميزات مضخة طرد مركزي معينة :

115	92	69	46	23	0	m^3/h التصريف Discharge
2	6.6	10.5	13.5	16	17	m العمود الكلي Total head
0.10	0.53	0.637	0.61	0.495	0	كفاءة المضخة Efficiency

If a pump is used to lift water from one vessel to another through a pipe of diameter 0.15 m and length 800 m. The difference in water level in the two vessels is 8 m. Compute the flow rate in the system and determine the power supply to the pump. Assume f = 0.004.

فاذا استخدمت هذه المضخة لرفع الماء من مستودع إلى آخر خلال انبوب طوله 800 m وقطره 0.15 m . وكان فرق الارتفاع بين مستوى الماء في الخزانين 8 m , اوجد معدل الجريان في المنظومة والقدرة اللازم تزويدها للمضخة , افترض قيمة معامل احتكاك فانك f تساوي 0.004

Ans ج

60 m^3/h, 3.14 kW

8.5 In a flow system, two centrifugal pumps were connected ***in series***. Use the tabulated data to plot the curves depicting the total head vs. the discharge for the two pumps and for the system. Determine the duty point for:

(a) Only pump (1) is running

(b) Only pump (2) is running

(c) Both pumps are running

8.5 ربطت مضختا طرد مركزي ***على التوالي*** في منظومة جريان معينة , ارسم منحنيات تمثل العمود الكلي ضد التصريف للمضختين والمنظومة مستنداً إلى المعلومات المدونة ثم عين نقطة التشغيل للحالات الآتية :

(أ) المضخة رقم (1) تشتغل فقط

(ب) المضخة رقم (2) تشتغل فقط

(ت) المضختان تشتغلان

المعلومات:

Data:

المضخة (1)

28.5	36.0	42.0	46.5	48.5	50.0	العمود الكلي m Total head
250	200	150	100	50	0	التصريف m^3/s Discharge

المضخة (2)

25.5	30.5	34	37	39	40	العمود الكلي m Total head
250	200	150	100	50	0	التصريف m^3/s Discharge

منظومة الجريان

80	66	54.5	46.5	40	35	العمود الكلي m Total head
250	200	150	100	50	0	التصريف m^3/s Discharge

8.6 The diameter of a centrifugal pump impeller is 0.02 m. If the pump is used to transport water, and the following information was recorded at the optimum efficiency:

Speed of impeller = 58.3 rev/s

Discharge = 0.012 m^3/s

Total head = 70 m

Power = 12 kW

8.6 يبلغ قطر الدفاعة المروحية لمضخة طرد مركزي 0.02 m. فاذا استعملت هذه المضخة لضخ الماء حسب المعلومات الاتية التي سجلت عند افضل كفاءة للتشغيل :

سرعة الدفاعة المروحية = 58.3 rev/s (دورة بالثانية)

التصريف = 0.012 m^3/s

العمود الكلي = 70 m

القدرة = 12 kW

Compute the performance data of a similar pump running at half the speed of the first one. However, the diameter of the impeller is twice the diameter of the first pump.

احسب معلومات تخص اداء مضخة مماثلة للاولى تشتغل بسرعة دوران تساوي نصف الأولى , علماً أن قطر الدفاعة المروحية لها يساوي ضعف قطر الدفاعة للمضخة الأولى .

Ans ج

0.04 m^3/s, 70 m, 4.8 kW

8.7 A centrifugal fan draws gas, at a rate of 6 kg/s, from an enclosure at a pressure of 400 mm Hg. The gas is delivered at 765 mm Hg and at a speed of 46.85 m/s. If the efficiency of the fan is 0.65 and the density of the gas is 1.027 kg/m^3, estimate the power supply to the fan, assuming constant density of the gas and ignoring friction losses in the system.

8.7 تسحب مروحة طرد مركزي غازاً من حجرة يسودها ضغط مقداره 400 mm Hg بمعدل 6 kg/s ثم تدفعه بضغط 765 mm Hg وبسرعة 46.85 m/s . فاذا كانت كفاءة المروحة 0.65 وكثافة الغاز 1.027 kg/m^3 , احسب القدرة اللازم تزويدها للمروحة مفترضاً ثبوت كثافة الغاز اثناء الجريان , واهمال تأثير الاحتكاك في المنظومة .

8.8 Air at 290 K is compressed from 101.3 kPa to 2 MPa in a two stage reciprocating compressor. The mechanical efficiency of the compressor is 0.85 and the compression is according to ($PV^{1.2}$ =C). If the pressure ratio is the same in the two stages, calculate the work required to compress 1 kg of air.

8.8 يضغط الهواء بدرجة حرارة 290 K من 101.3 kPa الى 2 MPa في ضاغط ترددي ذي مرحلتين كفاءته الميكانيكية 0.85 . فاذا كان انضغاط الغاز يتبع القانون ($PV^{1.2}$ = C) وان نسبة الانضغاط متساوية في المرحلتين احسب الشغل اللازم لضغط كيلو غرام واحد من الهواء .

Molar volume= 22.4 m^3/kmol
Molecular weight = 29 kg/kmol

الحجم المولي = 22.4 m^3/kmol
الوزن الجزيئي = 29 kg/kmol

Ans ج

340 kJ/kg

8.9 Short Research Projects

8.9.1 Use Excel to solve problems 8.4 and 8.5

8.9.2 Write an essay about the different types of pumps. Focus on the types that are not mentioned in this chapter

8.9.3 Conduct a short research about cavitation in the oil industry

8.9.4 Describe the pumping methods of the following materials: water, light petrol products, concentrated acids, concrete mix, and sewage waste

8.9.5 Compressed air is used extensively in industry, how is it compressed? What are the common uses of compressed air?

8.9.6 Explain the process of compressing petroleum gases and describe the compressors used in detail

8.9 مشاريع بحثية قصيرة

8.9.1 استخدم برنامج الاكسل لحل المسئلتين 8.4 و8.5

8.9.2 اكتب عن انواع المضخات مركزأ على الانواع التي لم نتطرق لها

8.9.3 اجري بحثا يخص ظاهرة التجوف في المنشئات البترولية

8.9.4 اكتب عن طرائق ضخ المواد الاتية: الماء , المواد النفطية الخفيفة, الحوامض المركزة , خليط الكونكريت , مخلفات المجاري

8.9.5 يستخدم الهواء المضغوط في العديد من المجالات الصناعية . كيف يضغط الهواء؟ ما هي اهم استخداماته ؟

8.9.6 اكتب عن عملية ضغط الغازات النفطية مع شرح مفصل للضاغطات المستخدمة

Fluid Mechanics 2021 ميكانيك الموائع

M.Taki Al-Kamil *محمد تقي الكامل*

Chapter 9 الفصل التاسع

Learning objectives of chapter 9

When you complete this chapter you should be able to:

1. Explain the importance of packed beds or porous layers in industry
2. Understand Darcy's law and develop relevant equations
3. Derive the Kozeny equation
4. Develop relationships for streamline and turbulent flow through packed beds and solve relevant problems
5. Understand the wall effect on flow through packed beds

اهداف دراسة الفصل التاسع

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

1. شرح الطبقة المسامية واهميتها في المصانع
2. فهم واشتقاق معادلة دارسي
3. اشتقاق معادلة كوزني
4. اشتقاق معادلات تخص الجريان الانسيابي والجريان الاضطرابي خلال الطبقات المسامية مع حل المسائل ذات العلاقة
5. ادراك اهمية تاثير الجدران على الجريان خلال الطبقات المسامية

9.1 Introduction

In some industrial units, fluids pass through a layer of solid particles or a packed bed forming a ***porous medium***. Moreover, the design of the ***packed towers*** requires prior knowledge of the pressure drop and velocity of flow within the porous medium of the packing. A good example of industrial packed equipment is the ***fixed bed reactor***. The reactor includes a layer of solid particles, acting as a ***catalyst*** to the reaction when the reactants pass through the layer.

There is also ***absorption packed towers***, where the gas is absorbed by a counter current liquid flowing through the packing. The porous layer increases the surface area of contact between the liquid and the gas and hence allows more time for absorption. The packed towers are also used for industrial ***distillation*** and ***drying***. ***Filtration*** is another industrial process where a liquid flows through a porous layer formed at the filtration medium.

In this chapter, we will cover the methods of estimating pressure drop across porous layers. This will help in designing some of the industrial equipment.

9.1 المقدمة

تجري الموائع في بعض الوحدات الصناعية خلال طبقة من الجسيمات الصلبة التي تشكل ***وسطاً مسامياً***. ويستلزم تصميم ***الابراج المحشوة*** وبعض المفاعلات الكيميائية معرفة هبوط الضغط وسرعة الجريان في طبقاتها المسامية . ومن امثلة المعدات الصناعية ذات الأوساط المسامية , ***مفاعل الطبقة الثابته*** الذي يحتوي على طبقة من حبيبات صلبة تعمل ***كعامل مساعد للتفاعل*** الكيميائي اثناء مرور المواد المتفاعلة خلالها .



وهنالك ايضا ***أبراج الامتصاص المحشوة***, حيث يتم عملية امتصاص الغازات فيها باندفاع الغاز خلال حشوة من الجسيمات الصلبة باتجاه معاكس لجريان السائل , وتعمل الطبقة المسامية هنا على زيادة المساحة السطحية ومنح الغاز والسائل وقتاً كافياً للأمتصاص . وتستخدم الابراج المحشوة ايضاً في عمليات صناعية اخرى مثل ***التقطير*** و ***التجفيف*** اضافة إلى الامتصاص , ويعد ***الترشيح*** عملية صناعية اخرى تشتمل على مرور السائل خلال الطبقة المسامية الصلبة المترسبة في وسط لترشيح .

نبحث في هذا الفصل طرائق تخمين هبوط الضغط عبر الطبقات المسامية التي تساعد على تصميم بعض المعدات الصناعية .

9.2 Darcy’s Law

Darcy conducted some experiments in 1830 about the flow of water through layers of sand with different thicknesses. He found that the average velocity across the surface $\bar{u}$ is directly proportional to the pressure drop ($-\Delta P$) and inversely to the layer thickness l, that is:

9.2 قانون دارسي

قام العالم ***دارسي*** في عام 1830 باجراء تجارب تخص جريان الماء خلال طبقات رملية مختلفة السمك , وقد تبين ان متوسط سرعة الجريان $\bar{u}$, المقيسة عبر سطح الطبقة باكملها , تتناسب طردأ مع فرق الضغط ($-\Delta P$) وعكساً مع سمك الطبقة l أي أن :

$$\bar{u} = K \frac{-\Delta P}{l} \qquad (9.1)$$

K is a constant whose value depends on the physical properties of the solid particles layer and on the properties of the fluid.

K هو ثابت تعتمد قيمته على الخواص الفيزيائية لطبقة الجسيمات الصلبة وعلى خواص المائع .

The velocity is determined as follows:

و تعطى السرعة من :

$$\bar{u} = \frac{1}{A} \frac{dV}{dt} \qquad (9.2)$$

V is the volume of the fluid passing through time t

V هو حجم المائع الذي يمر في زمن قدره t

A is the cross section area of the layer

A هي مساحة المقطع العرضي للطبقة

The linear relationship between the velocity and pressure drop indicates that the flow through the layer is ***streamline***. This is expected, because the fluid passes through narrow channels which make the value of Reynolds number low. Furthermore, the small size of the pores and the low velocity give rise to a flow-resistance; this is caused by the ***drag forces*** related to viscosity μ. The constant K can be expressed in terms of viscosity and another constant B linked to the porous layer, known as ***permeability***, as follows:

وتشير العلاقة الخطية بين السرعة وفرق الضغط إلى ان الجريان خلال الطبقة هو ***جريان انسيابي*** , وهذا امر متوقع لان المائع يجري خلال ممرات ضيقة في الطبقة المسامية مما يجعل مقدار رقم رينولدز منخفضاً . ونظراً لصغر المسامات وانخفاض سرعة الجريان تنشأ مقاومة الجريان نتيجة ***قوى الجر*** المرتبطة بلزوجة المائع μ , ويمكننا كتابة الثابت K بدلالة اللزوجة وثابت آخر يخص الطبقة المسامية B الذي يسمى ***النفاذية*** بالصيغة الآتية :

$$K = \frac{B}{\mu} \qquad (9.3)$$

Substituting in equation (9.1) we obtain Darcy's law:

وبالتعويض في المعادلة (9.1) نحصل على قانون دارسي :

$$\bar{u} = \frac{B}{\mu} \frac{-\Delta P}{l} \qquad (9.4)$$

The permeability value indicates the ease of fluid flow through the porous layer. It is worth noting that the permeability is employed to the study of the streamline flow only.

تعطي قيمة النفاذية فكرة عن مدى سهولة مرور المائع خلال الطبقة المسامية , وتجدر ملاحظة ان النفاذية تستخدم في دراسة الجريان الانسيابي فقط .

9.3 Porosity and Specific Surface

9.3 المسامية والمساحة النوعية

The characteristics of the porous layer can be determined by the values of the ***porosity*** and the ***specific surface***. Porosity ε is defined as the ratio of the volume of ***pores*** or ***voids*** V_p to the total volume of the bed V_B

يمكن تعين خصائص الطبقة المسامية ***بتعين المسامية*** و ***المساحة النوعية*** . وتعرف المسامية ε بنسبة حجم ***المسامات*** او ***الفراغات*** في الطبقة V_p إلى حجم الطبقة بأكملها V_B .

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V_B} \qquad (9.5)$$

The specific area for a packed bed S_B is defined as follows:

وتعرف المساحة النوعية للطبقة S_B بالمعادلة :

$$S_B = \frac{A_S}{V_B} \qquad (9.6)$$

A_s is the surface area available for the fluid flow

A_s هي المساحة السطحية المتاحة للجريان

The specific area for the solid particles S is defined as the surface area of the particle divided by its volume, for example for a spherical particle with diameter d_p:

و تعرف المساحة النوعية للدقائق الصلبة S بنسبة المساحة السطحية للدقيقة الصلبة إلى حجمها , فمثلاً لدقيقة كروية قطرها d_p :

$$S = \frac{\pi\, d_p^2}{\frac{\pi}{6}\, d_p^3} = \frac{6}{d_p} \qquad (9.7)$$

The following equation provides a relationship among S, S_B and ε:

وتتمثل العلاقة بين ε , S_B , S بالمعادلة الآتية :

$$\varepsilon = S (1 - \varepsilon) \qquad (9.8)$$

Table 9.1 provides some characteristics of packed beds for some common materials

يبين الجدول 9.1 خصائص الطبقات المسامية لبعض المواد .

B (m^2)	ε	S (m^2/m^3)	Particles الجسيمات الصلبة
			Spherical particles (d mm) كرات
6.2×10^{-10}	0.393	7600	0.794
2.8×10^{-9}	0.405	3759	1.588
9.4×10^{-9}	0.393	1895	3.175
4.9×10^{-8}	0.405	948	6.350
9.4×10^{-8}	0.416	756	7.040
			Cubes (l mm) جسيمات مكعبة
4.6×10^{-10}	0.190	1860	3.175
1.5×10^{-8}	0.425	1860	3.175
1.4×10^{-8}	0.318	1078	6.35
6.9×10^{-8}	0.455	1078	6.35
			Cylinders (l x d) جسيمات اسطوانية
1.1×10^{-8}	0.401	1840	3.175 mmx 3.175 mm
1.2×10^{-8}	0.397	1585	6.35 mm x 3.175 mm
4.6×10^{-8}	0.410	945	6.35 mm x 6.35 mm
			Plates (h x l x w) صفائح
5.0×10^{-9}	0.410	3033	0.794 mm x 6.35 mm x 6.35 mm
1.1×10^{-8}	0.409	1984	1.59 mm x 6.35 mm x 6.35 mm

Table 9.1 Characteristics of packed beds

الجدول 9.1 خصائص الطبقات المسامية

9.4 Kozeny Equation

9.4 معادلة كوزني

Kozeny developed a relationship to calculate the pressure drop, or the flow velocity, in terms of the porosity and specific surface of a particle. The two quantities can be measured easily. We have already shown in chapter 5 that the velocity of a streamline flow in a pipe can be calculated by the Hagen-Poiseuille equation, which is:

أوجد العالم ***كوزني*** علاقة يحسب بها هبوط الضغط أو سرعة الجريان بدلالة المسامية والمساحة النوعية , وهما كميتان نستطيع قياسمها بسهولة . ونعلم ان سرعة المائع الجاري في الانبوب جرياناً نسبياً تحسب من معادلة هاكن – بوزيل التي مر ذكرها في الفصل الخامس , وهي :

$$\bar{u} = \frac{(-\Delta P_f)\, d^2}{32\, \mu\, l} \qquad \text{(Eq. 5.43)}$$

If we assume that the voids of the porous layer form narrow wavy channels, the flow is therefore considered streamline, and then we can develop an equation similar to that of Hagen-Poiseuille as follows;

فاذا افترضنا الفراغات في الطبقة المسامية هي قنوات متعرجة يجري فيها المائع انسيابياً فيمكن وضع معادلة مماثلة لمعادلة هاكن- بوزيل على النحو الآتي :

$$\bar{u}_1 = \frac{d_m^2}{K_1\, \mu} \; \frac{-\Delta P}{l_1} \qquad (9.9)$$

d_m: Equivalent diameter of the channel
K : Constant, whose value depend on the layer's structure
l_1: Length of the channel
$\bar{u}_1$: Average velocity inside the channel

d_m : القطر المكافئ لفوهة القناة
K_1 : ثابت تعتمد قيمته على بنية الطبقة
l_1 : طول القناة
$\bar{u}_1$: متوسط السرعة في القنوات

Kozeny assumed that:

وقد افترض كوزي ان :

$$d_m = \frac{\varepsilon}{S_B} = \frac{\varepsilon}{S\,(1-\varepsilon)} \qquad (9.10)$$

It is evident that the length of the channel is proportional to the depth of the packed bed or porous layer, thus:

و من الواضح ان طول القناة يتناسب طرداً مع سمك الطبقة المسامية اي أن :

$$l_1 \;\alpha\; l \qquad (9.11)$$

A relationship for the velocity inside the channels $\bar{u}_1$ in terms of the average velocity through the layer $\bar{u}$ can be developed as follows:

و يمكن ايجاد علاقة لمتوسط السرعة في القنوات $\bar{u}_1$ بدلالة متوسط السرعة خلال الطبقة $\bar{u}$ كالآتي :

Consider a cube of a packed bed having sides of length χ. The volume will be χ^3 and the volume of voids $(\varepsilon\ \chi^3)$. The cross section area of the cube is χ^2, whilst the cross section area available for flow will be the volume of voids divided by the height of the cube, thus it is $(\varepsilon\ \chi^2)$. The volumetric flow rate is $(\bar{u}\ \chi^2)$ and dividing by the cross section area of the voids we get the average velocity inside the channels, thus:

لنتخذ مكعباً من الطبقة المسامية طول ضلعه χ , فحجمه هو χ^3 وحجم الفراغات فيه هو $(\varepsilon\ \chi^3)$ ومساحة مقطع المكعب هي χ^2 , بينما مساحة المقطع العرضي المتاحة للجريان هي حجم الفراغات مقسوم على ارتفاع المكعب أي انها $(\varepsilon\ \chi^2)$, وان معدل الجريان الحجمي خلال المكعب هو $(\bar{u}\ \chi^2)$, وبتقسيمه على مساحة مقطع المسامات نحصل على متوسط السرعة في القنوات أي أن :

$$\bar{u}_1 = \frac{\bar{u}\,\chi^2}{\varepsilon\,\chi^2} = \frac{\bar{u}}{\varepsilon} \qquad (9.12)$$

Substituting equations (9.10, 9.11, and 9.12) into equation (9.9):

نعوض المعادلات (9.10, 9.11, 9.12) في المعادلة (9.9) :

$$\bar{u} = \frac{1}{K_2}\,\frac{\varepsilon^3}{S_B^2}\,\frac{1}{\mu}\,\frac{-\Delta P}{l} \qquad (9.13)$$

Substituting S_B in terms of S using equation (9.8), we get:

و بالتعويض عن S_B بدلالة S من المعادلة (9.8) نحصل على :

$$\bar{u} = \frac{1}{K_2}\,\frac{\varepsilon^3}{S^2(1-\varepsilon)^2}\,\frac{1}{\mu}\,\frac{-\Delta P}{l} \qquad (9.14)$$

K_2 is known as ***Kozeny constant*** and its value is 5, thus:

يسمى الثابت K_2 ***ثابت كوزني*** وقيمته تساوي 5 أي أن :

$$\bar{u} = \frac{1}{5}\,\frac{\varepsilon^3}{S^2(1-\varepsilon)^2}\,\frac{1}{\mu}\,\frac{-\Delta P}{l} \qquad (9.15)$$

Dividing equation (9.15) by equation (9.4), we obtain:

وبتقسيم المعادلة (9.15) على المعادلة (9.4) نحصل على :

$$B = \frac{1}{5}\ \frac{\varepsilon^3}{S^2(1-\varepsilon)^2} \qquad (9.16)$$

9.5 Relationships for Streamline and Turbulent flow

9.5 علاقات تخص الجريان الانسيابي والاضطرابي

Carman conducted some streamline and turbulent flow analysis for the flow of fluids through packed beds. He plotted curves for Reynolds number Re_1 vs. friction factor f_1 in a similar manner to flow in pipes. He defined Reynolds number for a packed bed by the following equation:

اجرى ***العالم كارمان*** تحليلات للجريان الاضطرابي والانسيابي خلال الطبقات المسامية ورسم منحنياً لرقم رينولدز Re_1 ضد معامل الاحتكاك f_1 بطريقة مماثلة لتحليل الجريان في الانابيب . وقد عرف رقم رينولدز للطبقة المسامية بالمعادلة :

$$Re_1 = \frac{\rho\, d_m\ \bar{u}_1}{\mu} \qquad (9.17)$$

And the friction factor as:

ومعامل الاحتكاك :

$$f_1 = \frac{\tau_1}{\rho\, \bar{u}_1^2} \qquad (9.18)$$

τ_1 represents the ***drag force per unit area***, and substituting d_m and $\bar{u}_1$ from equations (9.10 and 9.12) into equation (9.17), we get:

τ_1 يمثل ***قوة الجر لوحدة المساحة*** , ونعوض عن $\bar{u}_1$, d_m من المعادلتين (9.10 و 9.12) في المعادلة (9.17) فنحصل على :

$$Re_1 = \frac{\bar{u}\,\rho}{S(1-\varepsilon)\mu} \qquad (9.19)$$

In the case of steady flow, the drag force will be equal to the pressure force, thus:

وفي حالة استقرار الجريان تتساوى قوة الجر بقوة الضغط , اي أن :

$$(-\Delta P) \cdot A\varepsilon = \tau_1 . S . l\, A\,(1-\varepsilon) \qquad (9.20)$$

A ε = Cross section area for voids
S = Area of the particle/its volume
[l A (1 - ε)] = Volume of particles in the bed

A ε = مساحة المقطع العرضي للمسامات
S = مساحة الدقيقة / حجم الدقيقة
[l A (1 - ε)] = حجم الدقائق في الطبقة المسامية

$$\tau_1 = \frac{\varepsilon}{S\,(1-\varepsilon)}\ \frac{-\Delta P}{l} \qquad (9.21)$$

Dividing the two sides of the equation by $\rho\,\bar{u}_1^2$:

نقسم طرفي المعادلة على $\rho\,\bar{u}_1^2$:

$$\frac{\tau_1}{\rho\,\bar{u}_1^2} = \frac{\varepsilon}{S\,(1-\varepsilon)}\ \frac{-\Delta P}{l}\ \frac{1}{\rho\,\bar{u}_1^2} \qquad (9.22)$$

Substituting $\bar{u}_1$ in terms of $\bar{u}$ and introducing f_1, we obtain:

وبالتعويض عن $\bar{u}_1$ بدلالة $\bar{u}$ وادخال معامل الاحتكاك f_1 نحصل على :

$$f_1 = \frac{\varepsilon^3}{S\,(1-\varepsilon)}\ \frac{-\Delta P}{l}\ \frac{1}{\rho\,\bar{u}^2} \qquad (9.23)$$

Karman found that the relationship between f_1 and Re_1 is depicted in Fig 9.1 which follows the equation

و قد وجد كارمان العلاقة بين f_1 و Re_1 تتمثل بالمنحنى المبين في الشكل 9.1 والذي يتبع المعادلة

$$f_1 = 5\,Re_1^{-1} + 0.4\,Re_1^{-0.1} \qquad (9.24)$$

Note that if the value of Re_1 is less than 2, the term ($0.4\ Re_1^{0.1}$) in equation (9.24) will be small and can be ignored, hence the equation is approximately:

ويلاحظ في المعادلة (9.24) , اذا كانت قيمة Re_1 أصغر من 2 فأن الحد ($0.4\ Re_1^{-0.1}$) يصبح ضئيل المقدار فيمكن اهماله وتقترب المعادلة إلى :

$$f_1 = 5\ Re_1^{-1} \qquad (9.25)$$



ARMFIELD-Experimental absorption-packed tower

برج الامتصاص المحشو- يستخدم في المختبر



Porous layer made of Cylindrical Packing (Raschig rings)

طبقة مسامية مكونة من قطع اسطوانية الشكل (حلقات راشك)

Fig 9.1 الشكل

As Re_1 increases from 2 to 100, the second term of equation (9.24) becomes more effective and the flow changes gradually to turbulent. Note that the change in flow regime is not uniform because of the variation in pore size within the layer.

وبازدياد Re_1 من 2 الى 100 تزداد أهمية الحد الثاني في المعادلة (9.24) , ويبدأ تحول الجريان تدريجياً إلى جريان اضطرابي , وتجدر ملاحظة أن التحول الحاصل في الجريان هو غير منتظم لاختلاف حجم المسامات في الطبقة المسامية .

Ergun developed equation (9.26) for the flow of a fluid through a layer made up of ***Raschig rings***. The rings are small pieces of tube used extensively as packing for industrial equipment such as distillation towers.

استنتج ***ايركون*** المعادلة (9.26) التي تخص الجريان خلال طبقة متكونة من قطع أنبوبية الشكل صغيرة الحجم تسمى ***حلقات راشك*** , وتستخدم هذه القطع كحشوات للمعدات الصناعية مثل ابراج التقطير .

$$\frac{-\Delta p}{l} = 150\,\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\;\frac{\mu\,\bar{u}}{d^2} + 1.75\;\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3}\;\frac{\rho\,\bar{u}^2}{d} \qquad (9.26)$$

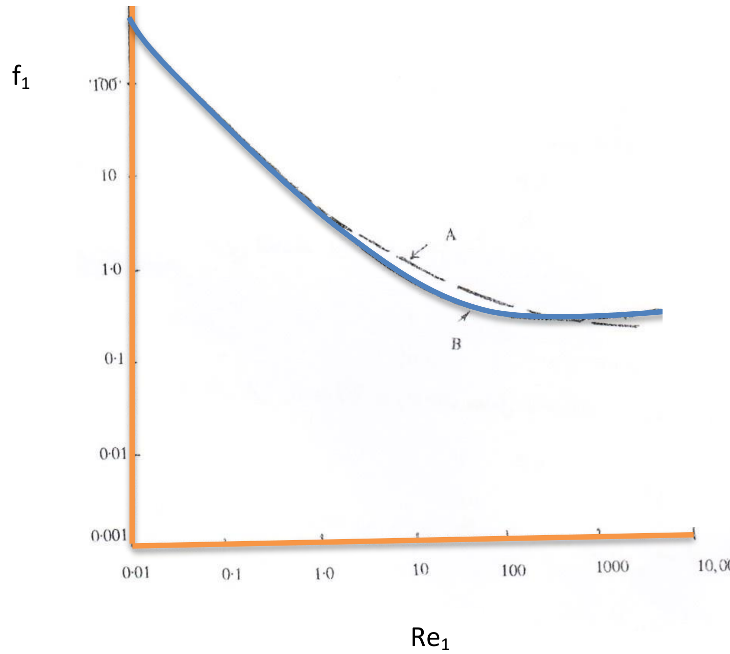


Fig 9.2 Carman plots

الشكل 9.2 منحنيات كارمان

If the equation is applied to a layer packed with spherical particles, the diameter should be substituted by (d = 6/S)

واذا استخدمنا المعادلة لطبقة متكونة من جسيمات كروية يعوض عن القطر بالعلاقة (d = 6/S) وتصبح معادلة اريكون :

$$\frac{-\Delta P}{S\,l\,\rho\,\bar{u}^2}\;\frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = 4.17\,\frac{\mu\,S\,(1-\varepsilon)}{\rho\,\bar{u}} + 0.29 \qquad (9.27)$$

Substituting equation (9.23) into (9.27), we get:

وبتعويض المعادلة (9.23) في المعادلة (9.27) نحصل على :

$$f_1 = 4.17\ Re_1^{-1} + 0.29 \qquad (9.28)$$

Fig 9.2 shows curve B plotted using equation (9.28)

و يبين الشكل 9.2 المنحى B الذي يمثل المعادلة (9.28)

Example 9.1

مثال 9.1

A pipe with a diameter of 20 cm is packed with spherical solid particles. The diameter of the particle is 6.35 mm and the length of the packed pipe is 30 cm. The flow rate of water in the pipe is 0.6 kg/s, the density is 10^3 kg/m^3 and the viscosity is 1 mNs/m^2. Evaluate the pressure drop of water passing through the porous layer.

أنبوب قطره الداخلي 20 cm محشو بجسيمات صلبة كروية الشكل قطر كل منها 6.35 mm فاذا كان طول الانبوب المحشو 30 cm احسب مقدار هبوط الضغط لجريان الماء عبر الطبقة المسامية , علماً بأن معدل الجريان في الأنبوب 0.6 kg/s كثافة الماء 10^3 kg/m^3 ولزوجته 1 mNs/m^2 .

Solution

الحل

Given:

المعلوم :

$$D = 0.2\ m,\ d_p = 6.35 \times 10^{-3}\ m,\ l = 0.3\ m,\ G = 0.6\ kg/s,$$

$$\rho = 10^3\ kg/m^3,\ \ \mu = 10^{-3}\ Ns/m^2$$

We first calculate the Reynolds number to determine the flow regime:

نحسب أولاً رقم رينولدز لتعيين طبيعة الجريان :

$$Re_1 = \frac{\bar{u}\,\rho}{S(1-\varepsilon)\mu} \qquad \text{(Eqn. 9.19)}$$

We now calculate the average velocity, in the packed pipe, based on the cross section area A as follows:

نحسب متوسط السرعة في الأنبوب المحشو على أساس مساحة مقطع الانبوب A كالآتي :

$\bar{u}$ = Q/A = G/ρ A

$\bar{u}$ = 0.6/(1000 x π/4 x 0.2^2) = 0.019 m/s

We then find the values of the porosity ε and the specific area of the spherical particles S from table 9.1:

ثم نوجد قيمة المسامية ε والمساحة النوعية للجسيمة الكروية S من الجدول 9.1 وهما :

ε = 0.405

S = 948 m^2/m^3

نعوض في المعادلة (9.19) :

Substituting in equation (9.19):

$$Re_1 = \frac{0.019 \text{ x } 1000}{948\ (1-0.405)10^{-3}} = 33.68$$

Since the calculated Reynolds number is greater than 2, we use Carman equation instead of Kozeny's

والحاصل أن رقم رينولدز أكبر من 2 لذا لا يمكن استخدام معادلة كوزني لحساب هبوط الضغط فسنطبق معادلة كارمان

$$f_1 = \frac{\varepsilon^3}{S\ (1-\varepsilon)} \frac{-\Delta P}{l} \frac{1}{\rho\ \bar{u}^2} \qquad \text{(Eqn. 9.23)}$$

We evaluate f_1 using equation (9.24)

نحسب f_1 باستخدام (9.24)

$$f_1 = 5\ Re_1^{-1} + 0.4\ Re_1^{-0.1} \qquad \text{(Eqn. 9.24)}$$

$$f_1 = \frac{5}{33.68} + \frac{0.4}{33.68^{0.1}} = 0.4298$$

Substituting in Equation (9.23)

نعوض في المعادلة (9.23)

$$0.4298 = \frac{(0.405)^2}{948\ (1-0.405)} \frac{-\Delta P}{30} \frac{1}{1000 \text{ x } (0.019)^2}$$

$\underline{-\Delta P = 395.23\ N/m^2}$

Exercise

Solve example 9.1 with packing changed to Raschig rings (l x d = 6.35x 6.35)

تمرين

أعد حل المثال 9.1 مستبدلاً الحشوة بحلقات راشك
(l x d = 6.35 x 6.35)

9.6 Structure of the Packed bed and the Kozeny Constant

Equation (9.14) shows that the value of Kozeny constant K_2 applies to all shapes of particles. However, this is not quite true and ***Carman*** found a relationship between K_2 and the bed structure, which is:

9.6 العلاقـة بـين ثابـت كـوزني وبنيـة الطبقـة السامية

يتضح في المعادلـة (9.14) ان قيمـة ثابت كـوزني K_2 ينطبق علـى أي شـكل كـان مـن الجسيمات , ولكـن هـذا لـيس بصـحيح تماماً , فقد أوجد ***كارمان*** علاقة بين K_2 وبنيـة الطبقـة المسـامية هي :

$$K_2 \left(\frac{l_1}{l}\right)^2 K_0 \qquad (9.29)$$

$\left(\frac{l_1}{l}\right)$ is the fraction of the wavy channel length that the fluid runs through, to the depth of the bed. K_0 is a constant whose value depends on the shape of the cross section of the channel. The value of K_0 is 2 for a circular cross section and 2.65 for rectangular section. Equation (9.29) shows that the value of K_2 increases with the increase of $\left(\frac{l_1}{l}\right)$, however, it frequently takes the value of 5. This is because K_0 decreases with the increase of $\left(\frac{l_1}{l}\right)$.

والمقدار $\left(\frac{l_1}{l}\right)$ هو نسبة طول القناة المتعرجة التي يسلكها المائع إلى سمك الطبقة المسامية , و K_0 هو ثابت يعتمد علـى شكل المقطـع العرضـي للقنـاة , ويتخـذ K_0 قيمـة 2.0 للقنـاة دائريـة المقطـع و 2.65 للقناة مستطيلة المقطـع . ويتضـح فـي المعادلـة (9.29) أن K_2 يـزداد بازديـاد $\left(\frac{l_1}{l}\right)$ ولكنـه يتخـذ قيمـة مقدارها 5 في أكثر الاحوال بسبب تناقص قيمة K_0 عند ازدياد $\left(\frac{l_1}{l}\right)$.

9.7 Wall Effect in a Porous Layer

The particles located near the wall surrounding a porous layer, are packed in a different manner to those located in the middle part of the bed. Consequently, the flow resistance in a small diameter layer is less than that for the same flow through a large diameter layer.

9.7 تأثير الجدران المحيطة بالطبقة المسامية

تتراصـف الجسيمات قـرب جـدران الوعـاء المحـيط بهـا بـنمط يختلـف عمـا هـو عليـه فـي مركـز الطبقـة المسـامية , لـذا تصـبح مقاومـة الجريان فـي طبقـة مسـامية صـغيرة القطـر أقـل مـن تلـك لنفس معدل الجريان في طبقة كبيرة القطر .

Coulson found a ***correction factor*** f_w from the results of experiments to account for the wall effect:

وقد أجرى ***كولسون*** تجارب استنتج منها ***معامل تصحيح*** f_w يأخذ بعين الاعتبار تأثير الجدران المحيطة بالطبقة المسامية في الجريان :

$$f_w = (1 + \frac{1}{2}\ \frac{S_c}{S})^2 \qquad (9.30)$$

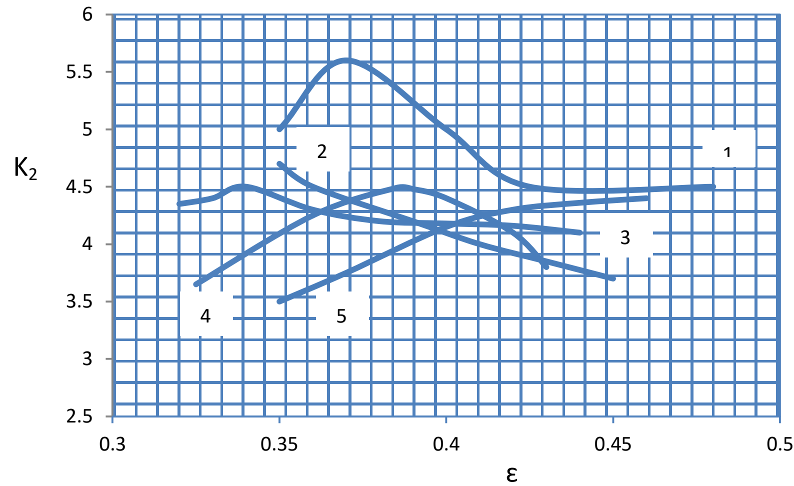
S_c is the surface area of the container per unit volume of the porous layer, hence the Kozeny equation will be:

S_c هو مساحة الوعاء الحاوي لوحدة حجم الطبقة المسامية وبهذا تصبح معادلة كوزني :

$$\bar{u} = \frac{1}{K_2}\ \frac{\varepsilon^3}{S^2(1-\varepsilon)^2}\ \frac{1}{\mu}\ \frac{-\Delta P}{l}\ f_w \qquad (9.31)$$

The values of K_2 for some layers can be found using Fig 9.3 according to the porosity values.

و يمكن ايجاد قيمة K_2 لبعض الطبقات حسب قيمة المسامية باستخدام منحنيات الشكل 9.3.



(1) cylinders-1/8˝, (2) prisms, (3) cubes, (4) cylinders-¼˝, (5) plates-1/16˝

Fig 9.3 Kozeny constant vs. Porosity

الشكل 9.3 ثابت كوزني ضد المسامية

9.8 Symbols 9.8 الرموز

Quantity	الأبعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Area	L^2	m^2	A	مساحة المقطع
Flow surface area	L^2	m^2	A_s	المساحة السطحية المتاحة لجريان المائع
Permeability	L^2	m^2	B	النفاذية
Diameter	L	m	d	القطر
Equivalent diameter	L	m	d_m	القطر المكافئ لفوهة القناة
Diameter of spherical particle	L	m	d_p	قطر الجسيمة الصلبة الكروية الشكل
Packed bed friction factor	--	--	f_1	معامل الاحتكاك للطبقة المسامية
Wall effect correction factor	--	--	f_w	معامل تصحيح لتأثير الجدران
Mass flow rate	MT^{-1}	kg/s	G	معدل الجريان الكتلي
Constants	--	--	K, K_1	ثوابت
Kozeny constant	--	--	K_2	ثابت كوزني
Constant-channel section	--	--	K_0	ثابت يعتمد على شكل المقطع للقناة
Packed bed depth	L	m	l	سمك الطبقة المسامية
Length of wavy channel	L	m	l_1	طول القناة المتعرجة في الطبقة المسامية
Pressure drop	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	$-\Delta P$	هبوط الضغط
Volumetric flow rate	L^3	m^3	Q	معدل الجريان الحجمي
Packed bed Reynolds number	--	--	Re_1	رقم رينولدز للطبقة المسامية
Particle specific area	L	m^2/m^3	S	المساحة النوعية للجسيمات الصلبة
Bed specific area	L	m^2/m^3	S_B	المساحة النوعية للطبقة المسامية
Area of packed bed - surrounding wall	L	m^2	S_c	مساحة الجدران المحيط بالطبقة المسامية لوحة الحجم
Time	T	s	t	الزمن
Average velocity in the layer	LT^{-1}	m/s	$\bar{u}$	متوسط سرعة المائع في الطبقة المسامية
Average velocity in channels	LT^{-1}	m/s	$\bar{u}_1$	متوسط السرعة في قنوات الطبقة
Volume of the packed bed	L^3	m^3	V_B	حجم الطبقات المسامية
Volume of voids	L^3	m^3	V_p	حجم المسامات في الطبقة
Porosity	--	--	ε	المسامية
Viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ	اللزوجة
Density	ML^{-3}	kg/m^3	ρ	الكثافة
Drag force per unit area of the particles	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m^2	τ_1	قوة الجر لوحدة مساحة الجسيمات

9.9 Problems

9.1 Compute the specific area and the permeability of a porous layer made up of spherical solid particles. The porosity of the layer is 0.4 and the diameter of the particle is 1.588 mm.

9.2 Water flows through a packed bed with a depth of 20 cm. If the specific area of the particles is 2450 m^2/m^3 and the porosity of the layer is 0.685, calculate the maximum velocity based on the Kozeny equation, given

Viscosity of water = 10^{-3} Ns/m^2
Density of water = 10^3 kg/m^3

9.3 Use the information of problem 9.2 to plot the pressure drop vs. velocity and discuss the shape of the curve.

9.4 Plot curves for the friction factor vs. Reynolds number for the porous layer of problem 9.2 using

(a) Carman equation
(b) Ergun equation

What can you conclude from the drawing?

9.5 A packed bed has the following characteristics

(a) Diameter of the bed is 2 m
(b) Depth of the bed is 0.6 m
(c) Porosity of the bed is 0.48
(d) Particles specific area is 15500 m^2/m^3

If a fluid with density 10^3 kg/m^3 and viscosity 10^{-3} Ns/m^2 flows through the bed, show that

9.9 المسائل

9.1 احسب المساحة النوعية لطبقة مسامية متكونة من جسيمات كروية مساميتها 0.4 وقطر الجسيمة 1.588 mm ثم اوجد قيمة النفاذية .

9.2 يجري الماء خلال طبقة مسامية سمكها 20 cm ومساحة جسيماتها النوعية 2450 m^2/m^3 ومساميتها 0.685 , ما أشد سرعة للجريان تعطى حسب معادلة كوزني , علما ان

لزوجة الماء = 10^{-3} Ns/m^2
كثافة الماء = 10^3 kg/m^3

9.3 ارسم منحنياً لفرق الضغط ضد سرعة الجريان مستخدماً المعلومات في المسألة 9.2 وناقش شكل المنحنى

9.4 ارسم منحنيات معامل الاحتكاك ضد رقم رينولدز للطبقة المسامية في المسألة 9.2 مستخدما

(أ) معادلة كارمان
(ب) معادلة ايركون

ماذا تستنتج من الرسم ؟

9.5 طبقة مسامية لها الخصائص الآتية

(أ) قطر الطبقة 2 m
(ب) سمك الطبقة 0.6 m
(جـ) مسامية الطبقة 0.48
(د) مساحة الجسيمات النوعية 15500 m^2/m^3

فاذا جرى سائل كثافته 10^3 kg/m^3 ولزوجته 10^{-3} Ns/m^2 خلال الطبقة برهن على أن معادلة كوزني يمكن

the Kozeny equation applies to the system. Calculate the flow rate in kmol/s for a pressure drop of 10^4 Pa. Take the molecular weight for the liquid to be 18 kg/kmol.

تطبيقها على المنظومة واحسب معدل الجريان بوحدات kmol/s علماً أن مقدار هبوط الضغط 10^4 Pa و الوزن الجزيئي للسائل 18 kg/kmol .

Ans ج

0.994 kmol/s

9.6 A packed tower-chemical reactor, in a sulphuric acid production factory, has a diameter of 2.3 m. The reactor consists of 3 layers of spherical catalyst particles. The diameter of each particle is 9.5 mm, the thickness of each layer is 0.45 m and the porosity of the layer is 0.35. Compute the pressure drop in the reactor for a gas passing at a mass velocity of 0.6 kg/m^2s, given that the

Viscosity of the gas = 0.32 x 10^{-3} Ns/m^2
Density of the gas = 0.569 kg/m^3

9.6 يوجد مفاعل كيميائي في معمل انتاج حامض الكبريتيك متكون من برج قطره 2.3 m محشو بثلاث طبقات من العامل المساعد , فاذا كان العامل المساعد مكوناً من حبيبات كروية قطر الواحدة منها 9.5 mm وكان سمك كل طبقة 0.45 m ومساميتها 0.35 احسب مقدار هبوط الضغط في المفاعل اثناء مرور الغاز بسرعة كتلية قدرها 0.6 kg/m^2s . علماً أن

لزوجة الغاز = 0.32 x 10^{-3} Ns/m^2
كثافة الغاز = 0.569 kg/m^3

Ans ج

3.9 kPa

9.7 Short research projects

Investigate the following topics using the internet and other sources of literature. Write a report on your findings including references.

9.7.1 Write about packed towers used in the oil industry and explain the importance of the shape of the packing material

9.7.2 Why is a ***fixed bed reactor*** used in industry? Write about the most important industries that employ such reactors

9.7.3 How do you apply the porous layer equations to rain water?

9.7 مشاريع بحثية قصيرة

استخدم الانترنت ومصادر اخرى للبحث في الموضوعات التالية وأعد تقريرا لكل بحث متضمنا ذكر المصادر المعتمدة

9.7.1 اكتب عن الابراج المحشوة المستخدمة في الصناعة النفطية مع التطرق الى اهمية شكل الحشوات

9.7.2 لماذا يستخدم ***المفاعل ذو الطبقة الثابتة*** في المصانع ؟ اكتب عن اهم المصانع التي تشتمل على هذه المفاعلات

9.7.3 كيف تطبق معادلات الطبقة المسامية على مياه الامطار؟

Fluid Mechanics **2021** **ميكانيك الموائع**

M.Taki Al-Kamil *محمد تقي الكامل*

Chapter 10 الفصل العاشر

Learning objectives of chapter 10

When you complete this chapter you should be able to:

1. Explain drag forces and solve relevant problems
2. Understand the fluid flow across spherical and cylindrical particles
3. Calculate the terminal falling velocity of solid particles in a fluid
4. Apply equations to separate dissimilar solid particles
5. Use the Galileo number to determine the type of flow across particles
6. Understand settling of non-spherical particles and solve associated problems
7. Explain accelerated fall of particles
8. Explain centrifugal separation and solve relevant problems
9. Appreciate the theory of fluidisation and solve relevant problems

اهداف دراسة الفصل العاشر

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

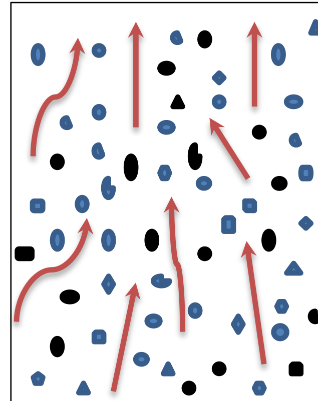
1. شرح معنى قوى الجر وحل المسائل ذات العلاقة
2. فهم جريان الموائع عبر الجسيمات الكروية والاسطوانية الشكل
3. اجراء حسابات لتقويم سرعة السقوط النهائية للدقائق الصلبة
4. استخدام المعادلات لفصل دقائق مختلفة الحجم
5. تعين نمط الجريان عبر الدقائق باستخدام رقم غاليليو
6. فهم ظاهرة ترسيب الدقائق غير الكروية وحل المسائل ذات العلاقة
7. شرح عملية هبوط الدقائق المعجل
8. شرح طريقة فصل الدقائق بالطرد المركزي وحل المسائل ذات العلاقة
9. ادراك نظرية التميع وحل المسائل ذات العلاقة

10.1 Introduction

In many circumstances, we find solid particles mixed with fluids; typical examples are the dust in atmospheric air, metal particles in industrial environments, and the liquids containing solid material produced from a certain chemical reaction. The particles are normally separated from the fluid by ***separators***. Some equipment employ a rotational movement to develop a centrifugal force that acts on the separation of the particles. Other methods rely on the gravitational force; in this case, the solid-liquid mixture is left in a ***settling tank*** for a period time to effect separation. In some situations, the movement of the particles is at a speed which is not the same as the fluid velocity; this can be in the same direction or otherwise. However, it can be noted that in all cases the particles are in motion and in contact with the fluid. Thus, it is imperative to study the nature of the flow as well as the mechanism of the motion of the particles through the fluid. This will help to develop useful relationships for the design of the relevant industrial equipment. The field covering such studies is known as ***particle mechanics***. Before dealing with solid particles, we will first focus on the flow of fluids past solid particles.

10.1 المقدمة

تتوفر الدقائق الصلبة ممتزجة مع الموائع في حالات عديدة , مثل ذرات الغبار في الهواء والدقائق المعدنية المتطايرة في جو المصانع , والسوائل الممتزجة مع المواد الصلبة التي تنتج احياناً عن أحد التفاعلات الكيميائية . وتفصل الدقائق عن المائع باستخدام ***اجهزة فصل*** منها تعتمد على قوة الطرد المركزي , اذ يقوم الجهاز بتوليد حركة دورانية للمائع المحمل بالدقائق فتعمل قوة الطرد المركزي على فصل الجسيمات الصلبة , وفي بعض العمليات الصناعية يترك مزيج من السائل والصلب في ***وعاء ترسيب*** حيث تنفصل الجسيمات الصلبة تحت تأثير قوة الجاذبية . وفي بعض الحالات تتزامن حركة الدقائق والمائع بسرع مختلفة , أما بنفس الاتجاه اوبالاتجاهين المتعاكسين . ويلاحظ في جميع الحالات انفة الذكر كون الدقائق في حالة حركة وفي تماس مع المائع , وهذا يستوجب دراسة ميكانيكية الحركة وطبيعة الجريان عبر الدقائق لايجاد علاقات تساعد على تصميم المعدات الصناعية , ويسمى العلم المختص بهذه الدراسات ***ميكانيك الدقائق*** . وقبل ان نتعرض إلى الموضوعات التي تخص الدقائق نبسط البحث في جريان الموائع عبر الاجسام الصلبة الذي يشكل اساسا لهذا العلم .



10.2 Drag Force

The force acting on a solid particle in the flow direction is known as the ***drag force***. The solid particle will exert an opposite and equal force according to Newton's third law. The drag force, affecting a submerged particle, is made up of two components.

10.2 قوة الجر

يطلق على القوة التي يؤثر بها المائع في جسم صلب باتجاه الجريان ***قوة الجر*** . ويؤثر الصلب بقوة مساوية بالمقدار ومعاكسة بالاتجاه حسب قانون نيوتن الثالث. وتتألف قوة الجر الكلية المؤثرة في جسم مغمور في مائع جاري من مركبتين ,

One component is associated with friction; it forms as a result of ***shear stresses*** and is called the ***viscous drag***. The other arises as a result of the pressure effects and known as ***form drag***. In fact, the submerged particle is influenced by the ***drag and lift force***, as seen in Fig 10.1.

احداهما تخص الاحتكاك وهي تظهر نتيجة تأثيرات ***اجهادات القص*** التي تسمى ***قوة الجر اللزجة*** والأخرى تنجم عن تأثيرات الضغط وتدعى ***قوة الجر الشكلية*** . وفي واقع الحال يتأثر الجسم المغمور ***بقوتي الجر والرفع*** كما هو مبين في الشكل 10.1 .

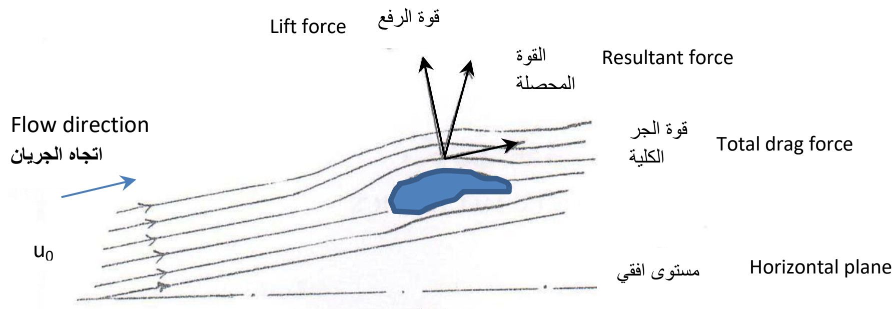


Fig 10.1 Lift and drag forces

الشكل 10.1 القوة الرافعة وقوة الجر

The influence of the viscous drag and form drag on the total drag is determined by the shape of the particle and by the positioning of the particle within the fluid. For example, Fig 10.2 is showing a horizontally submerged plate within the flowing fluid. In this case, the effect of the pressure is minimal due to the small area facing the flow direction. However, the effect of the friction (viscous drag) is more effective, due to the formation of the boundary layer on the plate surfaces. If the plate is vertically submerged, as shown in Fig 10.2, the pressure influence will be greater and the viscous drag force will be ignored.

يتحدد مدى تأثير قوتي الجراللزجة والجر الشكلية في مقدار قوة الجر الكلية حسب الشكل الهندسي للجسم الصلب وحسب وضعه في المائع . فمثلاً تأمل الشكل 10.2 الذي يوضح صفيحة مغمورة أفقياً في مائع جاري , وهنا يكون تأثير الضغط ضئيلاً لصغر المساحة المعامدة للجريان , بينما يكون تأثير الاحتكاك (أي قوة الجر اللزجة) هو الأعظم لنشوء الطبقة المتاخمة على سطحي الصفيحة . أما في حالة كون الصفيحة مغمورة بوضع شاقولي كما هو مبين في الشكل 10.2 فيسكون تأثير الضغط هو الأعظم و يهمل تأثير قوى الجر اللزجة .

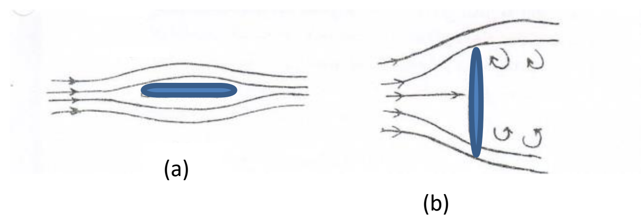


Fig 10.2 الشكل

10.3 Drag Coefficient

10.3 معامل الجر

The total drag force on a submerged object can be estimated by two methods. The first one includes calculation of both the pressure drag force and the friction drag force. This method requires integration of the pressure force and the shear stress around the object. This in turn requires the knowledge of the ***pressure distribution*** and the ***shear stress distribution***. The second method is based on a similar analysis to the flow in pipes. The drag force is calculated, using the drag coefficient, which accounts for the friction in the pipe according to the following equation

يمكن تخمين قوة الجر الكلية التي تؤثر في جسم مغمور في مائع جار بطريقتين . الأولى تتضمن حساب كلاً من قوة الجر الناتجة عن الضغط وقوة الجر الناجمة عن الاحتكاك , وتستوجب هذه الطريقة اجراء مكاملة لقوتي الضغط واجهاد القص حول سطح الجسم , وهذا امر يتطلب معرفة ***توزيع الضغط*** و ***توزيع اجهاد القص*** حول الجسم . والطريقة الثانية تستند إلى فكرة مماثلة لتحليل جريان الموائع في الانابيب , حيث تحسب قوة الجر على اساس معرفة معامل الجر C_D الذي يمثل معامل الاحتكاك في الانابيب بموجب المعادلة الآتية

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho u_0^2 A_p \qquad (10.1)$$

F_D = Drag force
C_D = Drag coefficient
u_0 = Velocity
A_p = Projected area of the object
ρ = Density

F_D = قوة الجر
C_D = معامل الجر
u_0 = السرعة
A_p = مساحة مسقط الجسم المعامد للجريان
ρ = كثافة المائع

It can be noted that the drag coefficient in equation (10.1) is

يلاحظ من المعادلة (10.1) أن معامل الجر هو

$$C_D = \frac{F_D/A_p}{\rho\, u_0^2/2}$$

C_D is similar to the Fanning friction factor defined by equation (5.6) as follows

وهو مماثل لمعامل الاحتكاك فانك الذي سبق تعريفه في المعادلة (5.6) كالاتي

$$f = \frac{\tau}{\frac{1}{2}\rho\, \bar{u}^2}$$

We will now write a similar relationship for the lift force F_L in terms of the ***lift coefficient*** C_L

وفيما يلي علاقة مماثلة تخص القوة الرافعة F_L بدلالة ***معامل الرفع*** C_L

$$F_L = \tfrac{1}{2} C_L \rho u_0^2 A_p \qquad (10.2)$$

Thus the resultant force acting on the object will be

و هكذا تصبح محصلة القوى المؤثرة في الجسم الآتي

$$F = \sqrt{F_D^2 + F_L^2} \qquad (10.3)$$

Substitute F_D and F_L in equation (10.3) Using equations (10.1 and 10.2), we obtain

و بالتعويض من المعادلتين (10.2, 10.1) في المعادلة (10.3) نحصل على

$$F = \tfrac{1}{2} \rho u_0^2 A_p \sqrt{C_L^2 + C_D^2} \qquad (10.4)$$

Example 10.1

A kite with a surface area of 1.2 m^2 and mass of 1 kg is flying above the ground at a certain tilt angle. If the ***tension*** of the thread is 50 N, the speed of the wind 40 km/h and the angle of the thread with the ground level is 35^0, calculate the drag and lift coefficients. Take the density of air as 1.2 kg/m^3.

مثال 10.1

تحلق طيارة ورقية مساحتها السطحية 1.2 m^2 و كتلتها 1 kg في الجو بوضع مائل فاذا كان مقدار ***الشد*** في الخيط 50 N و سرعة الريح الأفقية 40 km/h , وزاوية الخيط مع سطح الأرض 35^0 , احسب معامل الجر ومعامل الرفع . علماً ان كثافة الهواء 1.2 kg/m^3 .

Solution

الحل

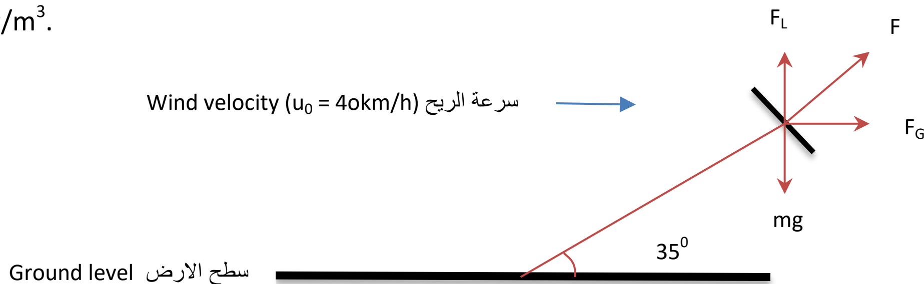


Fig 10.3 الشكل

Given

المعلوم

$m = 1kg$, $A_p = 1.2\ m^2$, $T = 50\ N$, $u_0 = (40000/3600)\ m/s$, $\theta = 35^0$

$\rho = 1.2\ kg/m^3$, $g = 9.81\ m/s^2$

Assumptions

الافتراضات

We assume that the ***projected area*** of the kite is equal to the whole surface area of the kite. This is because the projected area changes continuously due to the variation in position of the kite.

نفرض ان ***مساحة مسقط الطائرة*** تساوي المساحة السطحية باكملها , لان مساحة المسقط تتغير باستمرار بسبب تقلبات الطائرة .

For a stable position of the kite as shown in Fig 10.3, the forces will be balanced as follows:

في حالة استقرار طائرة الورق كما مبين في الشكل 10.3 تتوازن القوى على الوجه الآتي :

Vertical component of tension + Weight of kite = Lift force

مركبة قوة الشد الشاقولية + ثقل الطائرة = القوة الرافعة

Also:

وكذلك :

Horizontal component of tension = Drag force

مركبة قوة الشد الافقية = قوة الجر

Thus:

أي أن :

$F_L = mg\ T \sin 35$

$F_L = 1 \times 9.81 + 50 \sin 35 = 38.49\ N$

$F_D = T \cos 35 = 50 \cos 35 = 40.95\ N$

We then estimate C_L using the equations (10.1 and 10.2)

ثم نحسب C_D و C_L من المعادلتين (10.1 و 10.2)

$C_D = \frac{F_D/A_p}{\rho\ u_0^2/2}$

$C_D = (40.95/1.2)/\ [(1.2/2) \times (40000/3600)^2]$

$C_D = \underline{0.460}$

$C_L = \frac{F_L/A_p}{\rho\ u_0^2/2}$

$C_L = (38.49/1.2)/[(1.2/2) \times (40000/3600)^2]$

$C_L = \underline{0.43}$

10.4 Fluid Flow Across a Cylinder

If an infinite cylindrical object is subjected to a cross flow of a certain fluid, the flow will then be ***two dimensional*** only because the flow alongside the length of the cylinder does not exist. However, in the case of a ***non-viscous fluid*** flowing across the object, the viscous drag forces will not appear and the flow will assume the pattern shown in Fig 10.3. The velocity in this case will be equal to zero at A and D, and will approach the maximum values at C and B.

10.4 جريان المائع عبر سطح اسطواني

عندما يثبت جسم اسطواني الشكل ممتد إلى مالانهاية بوضع يعترض جريان مائع معين , سيكون ***الجريان ببعدين*** فقط , اذ ينعدم الجريان بالاتجاه المحاذي لطول الاسطوانة . ففي حالة جريان ***مائع غير لزج*** عبرالجسم ستنعدم قوى الجر اللزجة ويتخذ الجريان نمطاً كما هو مبين في الشكل 10.3 , حيث تصبح السرعة مساوية الصفر في النقطتين A و D بينما تبلغ اقصى قيمة لها في النقطتين B و C .

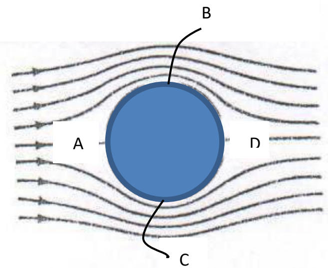


Fig 10.3 Flow around a cylindrical object

الشكل 10.3 الجريان حول جسم اسطواني الشكل

For incompressible flow, the sum of the kinetic energy and pressure energy will be constant all over the surface of the object. Consequently the kinetic energy will be zero at A and D, whilst the pressure will be at the maximum value.

واذا كان المائع الجاري مائعاً غير انضغاطي فيسكون مجموع الطاقة الحركية وطاقة الضغط ثابتاً في جميع نقاط سطح الجسم , لهذا تكون الطاقة الحركية تساوي صفراً في النقطتين A و D بينما يصبح الضغط عند قيمته القصوى .

The pressure at A is equal to the pressure at D, therefore the resultant force, acting on the cylindrical object, will be equal to zero. For a non-viscous fluid, the Bernoulli equation can be applied to estimate the pressure between A, which known as the ***stagnation point***, and any other point in the flow stream. The pressure energy here is totally converted to kinetic energy as mentioned earlier, thus

وتصبح محصلة القوى المؤثرة في الجسم الاسطواني مساوية الصفر بسبب مساواة الضغط في النقطتين A و D . وعلى افتراض ان المائع مائع غير لزج يمكن تطبيق معادلة برنولي بين النقطة A التي تسمى ***نقطة الركود*** وأي نقطة اخرى في المجرى لحساب الضغط , اذ تتحول طاقة الضغط هنا باكملها إلى طاقة حركية كما مر ذكره , أي أن

$$\frac{P_A - P_0}{\rho} = \frac{u_0^2}{2} \qquad (10.5)$$

P_A = Pressure at the stagnant point
P_0 = Pressure in the flow stream

P_A = الضغط في نقطة الركود
P_0 = الضغط في المجرى

It is worth noting that equation (10.5) can be applied to incompressible flow at all times, whilst for compressible flow, the equation is only applicable for Mach number values less than 0.4. However, if Mach number is greater than 0.4, the ***isentropic static pressure,*** known as the gas pressure, must be evaluated when the fluid stream is at the state of isentropic stagnation; it is calculated by

وتجدر الملاحظة بان المعادلة (10.5) تطبق على الجريان غير الانضغاطي دون تحفظ , بينما تطبق على الجريان الانضغاطي حين لا تتعدى قيمة رقم ماخ 0.4 , أما في حالة كون رقم ماخ اكبر من 0.4 فالامر يستلزم حساب ***ضط السكون الايسنتروبي*** الذي يعرف بضغط الغاز حيث يبلغ مجرى المائع حالة الركود ايسنتروبيا, و يحسب من

$$\left(\frac{P_s}{P_0}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = \frac{T_s}{T_0} \qquad (10.6)$$

P_s = Isentropic stagnant pressure
T_s = Temperature at the isentropic stagnant pressure point
T_0 = Stream temperature
γ = Ratio of specific heat at constant pressure to the specific heat at constant volume

P_s = ضغط السكون الأيسنتروبي
T_s = درجة الحرارة في نقطة الركود الأيسنتروبية
T_0 = درجة حرارة المجرى
γ = نسبة السعة الحرارية النوعية بثبوت الضغط إلى السعة الحرارية النوعية بثبوت الحجم

However, for the flow of a ***viscous fluid***, the analysis will be quite different; this is due to the formation of the ***boundary layer***. Additionally, if the fluid velocity is low, for example Re < 0.5, the flow regime around the cylinder will be similar to the ***ideal flow*** or ***non-viscous flow***. In this case, there is no separation of the boundary layer from the object surface because the drag resistance is caused by the viscous drag forces only, see Fig 10.4 - (a). As Reynolds number increases to around 2-30, the separation of the boundary layer begins and two opposite rotating currents appear at the two points labelled S in Fig 10.4 - (b). The influence of the viscous drag force decreases due to the increase in velocity, whilst the influence of the form drag force, caused by pressure, increases. For example, if Reynolds number approaches 90, the form drag force will be ¾ of the total drag force, see Fig 10.4 – (c). As Reynolds number approaches 2 x 10^5, the onset of eddy currents will increase, and the boundary layer will change to a ***turbulent boundary layer*** as illustrated in Fig 10.4 – (d). It is worth noting that turbulence appears due to either increase in velocity or increase in roughness of the front cylinder submerged surface.

وفي حالة جريان ***مائع لزج*** عبر الجسم الاسطواني فالأمر يختلف تماماً لنشوء ***الطبقة المتاخمة*** . فاذا كانت سرعة جريان المائع واطئة , مثلاً رقم رينولدز أصغر من 0.5 , فسيكون نمط الجريان حول الاسطوانة مماثلاً ***للجريان المثالي*** , أي ***الجريان غير اللزج*** , ولا يحصل انفصال للطبقة المتاخمة عن سطح الجسم لذا تكون مقاومة الجر ناتجة عن قوى الجراللزجة فقط , أنظر الشكل 10.4- (a) . وبازدياد رقم رينولدزإلى مابين 2 - 30 يبدأ انفصال الطبقة المتاخمة في النقطتين S كما يتضح في الشكل 10.4- (b) ويظهر تياران متماثلان يدوران باتجاهين متعاكسين . وبازدياد السرعة يتناقص تأثير قوة الجر اللزجة ويزداد تأثير قوة الجر الشكلية الناجمة عن الضغط ويستمر انفصال الطبقة المتاخمة , فمثلاً يصبح مقدار قوة الجر الشكلية مساوياً ثلاثة أرباع قوة الجر الكلية عند بلوغ رقم رينولدز 90 , أنظر الشكل 10.4- (c) . ويزداد نشوء الدوامات في الطبقة المتاخمة بازدياد سرعة الجريان وتتحول إلى ***طبقة متاخمة اضطرابية*** عندما يبلغ رقم رينولدز زهاء 2 x 10^5 كما يتضح في الشكل 10.4- (d) . و تجدر الملاحظة بأن الاضطراب يظهر أما بسبب زيادة السرعة أو نتيجة خشونة سطح الاسطوانة الأمامي المغمور في المائع .

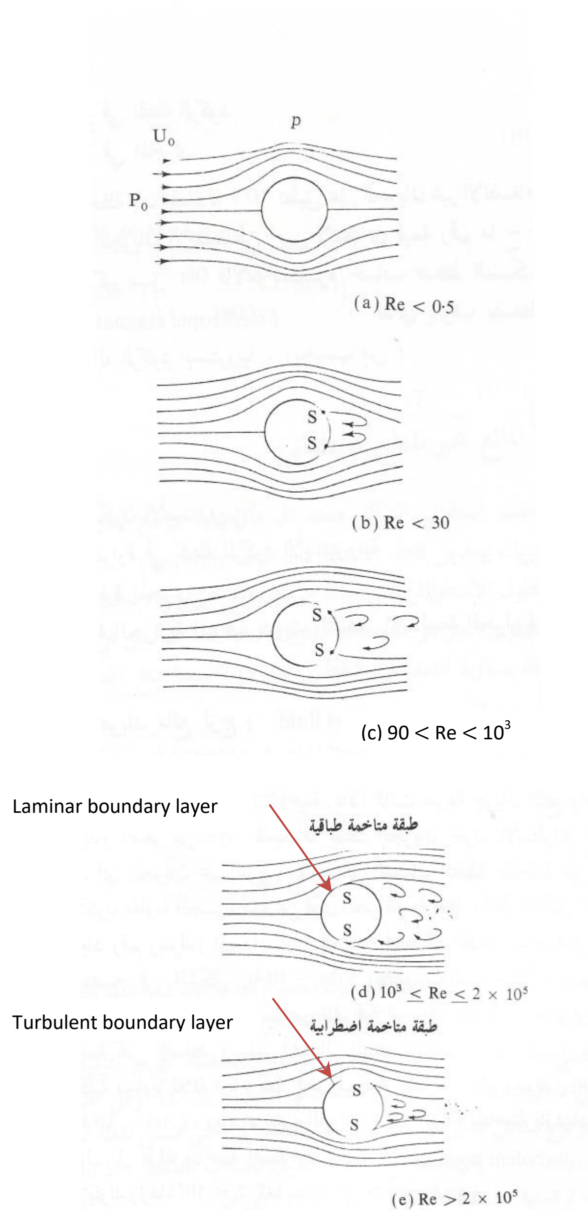


Fig 10.4 Flow of a fluid around a cylinder at different velocities

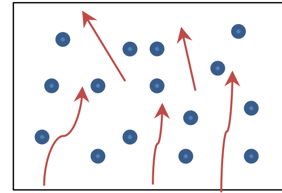
الشكل 10.4 جريان المائع حول جسم اسطواني بسرع مختلفة

10.5 Flow Past Spherical Particles

The fluid flow past a sphere is similar to that across a cylinder, but in this case it is a three dimensional flow compared to the two dimensional flow mentioned in section 10.4. The study of flow past spherical particles is considered fairly important, because it forms the basis for the development of the relevant equations in the field of particle mechanics. As we mentioned earlier, this field has many applications in industry, such as the separation of solid particles from fluids and so on. In what follows, we will cover the laws and relationships relevant to the separation of particles.

10.5 الجريان عبر جسيمات كروية الشكل

تتشابه طبيعة الجريان حول الكرة مع تلك حول الجسم الأسطواني , إلا ان الجريان يكون بثلاثة أبعاد وليس ببعدين كما مر ذكره ي الفقرة 10.4 , وتعد دراسة جريان الموائع عبر الجسيمات الكروية مهمة لأنها تشكل أساساً لاشتقاق معادلات تخص الدقائق الكروية ضمن علم ميكانيك الدقائق . وكما ذكرنا يمتاز هذا العلم بتطبيقات عديدة في الصناعة مثل فصل الدقائق الصلبة عن الموائع وغيرها . وسنتطرق الى القوانين والمعادلات ذات العلاقة في الفقرات الاتية .



10.5.1 Stokes Law

In 1851 ***Stokes*** found a solution for the theoretical equations concerning the low-velocity flow around a spherical particle. He arrived at the following equation to estimate the drag force F_D

10.5.1 قانون ستوكس

اوجد العالم ***ستوكس*** في عام 1851 حلاً لمعادلات نظرية تخص الجريان البطيء حول الجسيمات الكروية فحصل على المعادلة الاتية لحساب قوة الجر F_D

$$F_D = 3\,\pi\,\mu\,d_p\,u_0 \qquad (10.7)$$

d_p = diameter of the spherical particle
u_0 = velocity of the fluid relative to the particle
μ = viscosity of the fluid

d_p = قطر الجسيمة الكروية
u_0 = سرعة المائع نسبة إلى الجسيمة الكروية
μ = لزوجة المائع الجاري

Stokes law applies to the cases where Reynolds number Re does not exceed 0.2, considering

يمكن تطبيق قانون ستوكس على حالات لا يزيد فيها رقم رينولدز Re على 0.2 حيث

$$Re = \frac{\rho\, d_p\, u_0}{\mu} \qquad (10.8)$$

We can estimate the drag coefficient C_D by combining equation (10.1) with (10.7) to obtain

ونستطيع حساب معامل الجر C_D للجريان باستخدام المعادلتين (10.7 , 10.1) فنحصل على

$$\frac{1}{2} C_D \rho u_0^2 A_p = 3 \pi \mu d_p u_0 \qquad (10.9)$$

The projected area for a sphere is a circle, thus

والمعلوم ان مساحة مسقط الكرة يساوي مساحة الدائرة لذا

$$A_p = \pi d_p^2/4$$

Substituting A_p in equation (10.9)

نعوض في المعادلة (10.9) عن A_p

$$C_D = 24 \left(\frac{\mu}{\rho d_p u_0}\right) \qquad (10.10)$$

Substituting in terms of Reynolds number using equation (10.8), we obtain

و بالتعويض بدلالة رقم رينولدز من المعادلة (10.8) نحصل على

$$C_D = \frac{24}{Re} \qquad (10.11)$$

or

أو

$$\frac{C_D}{2} = 12\, Re^{-1} \qquad (10.12)$$

10.5.2 Drag Coefficient – Reynolds Number Relationship

10.5.2 العلاقة بين معامل الجر ورقم رينولدز

Several experiments to estimate the drag force for spherical particles submerged in moving fluids were conducted. A curve depicting the drag coefficient vs. Reynolds number was produced as shown in Fig 10.5.

اجريت تجارب عدة لحساب قوة الجر المؤثرة في جسيمات كروية مغمورة في موائع جارية , فقد رسم منحنى يمثل معامل الجر ضد رقم رينولدز كما هو موضح في الشكل 10.5

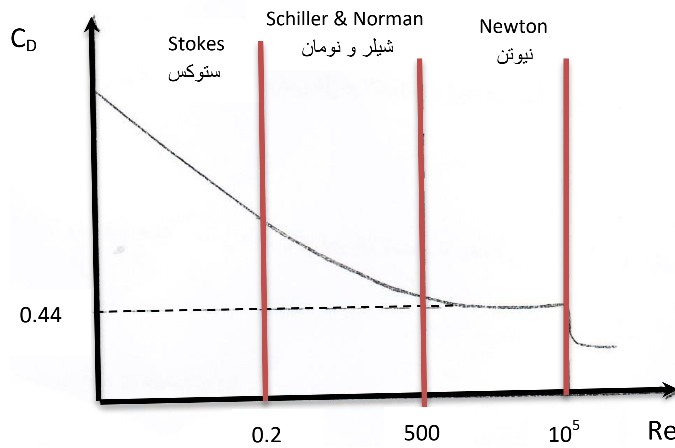


Fig 10.5 Drag Coefficient vs. Reynolds number

الشكل 10.5 معامل الجر ضد رقم رينولدز

The curve shows 4 distinct areas, these are:

(a) The area in which the curve follows Stokes equation (eq. 10.11); it is defined by the values $10^{-4} < Re < 0.2$

(b) The area defined by Reynolds number ($0.2 < Re < 500 - 10^3$). The curve can be plotted by many equations and the most popular is ***Schiller and Naumann*** equation, which is

ويتضح في المنحنى اربع مناطق هي :

(أ) المنطقة التي يتخذ المنحنى بها شكلاً يتبع معادلة ستوكس (المعادلة 10.11) وهي محددة بالقيم $10^{-4} < Re < 0.2$

(ب) المنطقة المحددة بقيم رقم رينولدز ($0.2 < Re < 500 - 10^3$) ويوجد عدد من المعادلات تصف منحنى هذة المنطقة واهمها معادلة ***شلر و نومان*** وهي

$$C_D = \frac{24}{Re}\left(1 + 0.15\, Re^{0.687}\right) \qquad (10.13)$$

Allen suggested that the curve for this area has a slope (-1/2) and the drag coefficient proportional to ($Re^{-1/2}$)

وكذلك اقترح *آلن* ان المنحني لهذه المنطقة له ميل يساوي (- ½) وان معامل الجر يتناسب طرداً مع ($Re^{-1/2}$)

(c) The area defined by Reynolds number between ($500\text{-}10^3$) and ($2x10^5$), in this case the coefficient remains constant and the curve follows Newton's equation, which is

(ت) المنطقة المحددة بقيم رقم رينولدز بين ($500\text{-}10^3$) و ($2x10^5$) , هنا يبقى معامل الجر ثابتاً و يتبع الخط معادلة نيوتن وهي

$$C_D = 0.44 \qquad (10.14)$$

(d) The area defined by Reynolds number greater than ($2x10^5$). In this case the boundary layer will change from streamline to turbulent and separation takes place at the rear of the sphere. The value of the drag force will be significantly reduced and the coefficient will be given by

(ث) المنطقة المحددة بقيم رينولدز أكبر من ($2x10^5$) و هنا تتغير الطبقة المتاخمة من أنسيابية إلى اضطرابية ويحصل الانفصال في مؤخرة الكرة , وينخفض مقدار قوة الجر كثيراً حيث يتخذ معامل الجر القيمة

$$C_D = 0.1 \qquad (10.15)$$

Fig 10.6 shows that the curve is actually continuous, and the division into 4 areas is simply to clarify how the equations fit into the plot.

ويلاحظ في الشكل 10.6 ان المنحنى في الواقع هو منحنى متصل وان تقسيمه إلى اربع مناطق يسهل مهمة ترتيب المعادلات التي تصفه .

10.5.3 Estimation of Total Drag Force

10.5.3 حساب قوة الجر الكلية

The curve of Fig (10.5) is divided into:

لدينا في المنحنى المبين في الشكل (10.5)

(a) As mentioned in section 10.5.1 the force in this area is estimated by Stokes law which is equation (10.7)

(أ) المنطقة (أ) التي سبق وان بينا في الفقرة 10.5.1 ان القوة تعطى فيها من معادلة ستوكس وهي المعادلة (10.7)

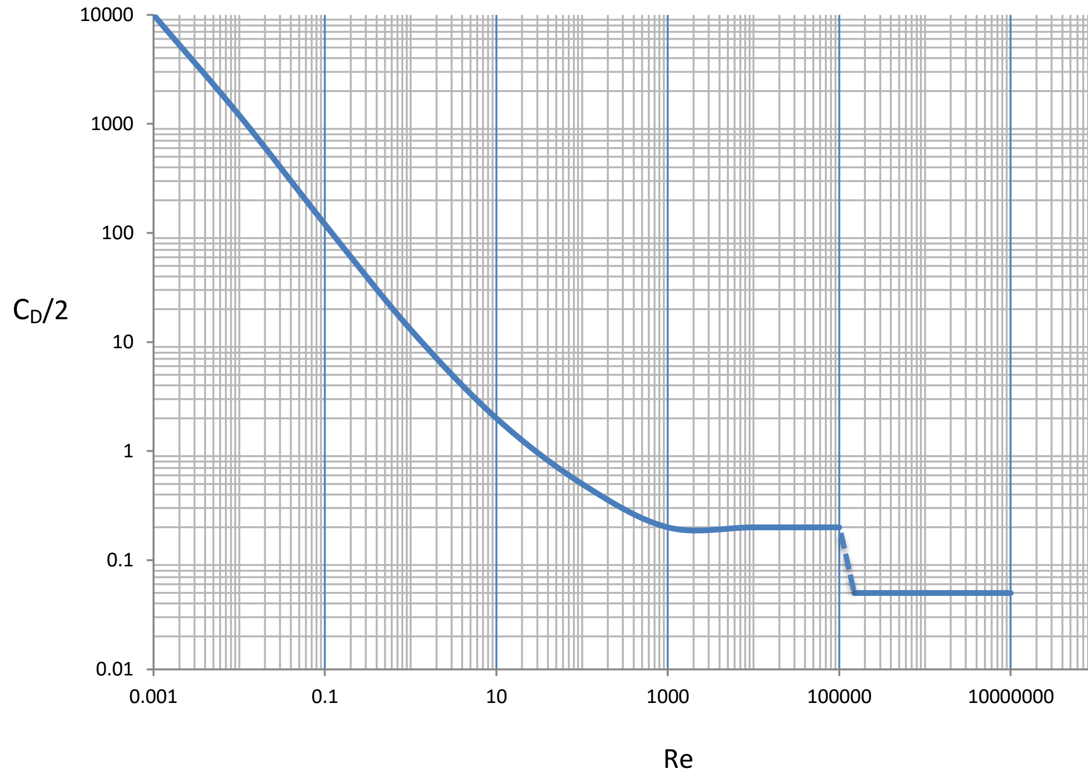


Fig 10.6 $C_D/2$ vs. Re for spherical particles

الشكل 10.6 $C_D/2$ ضد Re للدقائق كروية الشكل

(b) In this area, the drag force is calculated by equations (10.1 and 10.13), thus

(ب) المنطقـة التـي تحسـب فيهـا قـوة الجـر الكليـة باستخدام المعادلتين (10.1 و 10.13) أي ان

$$F_D = \frac{1}{2}\left(\frac{24}{Re}\right)(1 + 0.15\, Re^{0.687})\, \rho\, u_0^2\, A_p$$

Substituting as follows

نعوض عن

$$A_p = \pi\, d_p^2/4$$

$$\therefore F_D = 12\, \frac{\mu}{\rho\, d_p\, u_0}\, \rho\, u_0^2\, \frac{\pi}{4}\, d_p^2\, (1 + 0.15\, Re^{0.687})$$

$$F_D = 3\, \pi\, \mu\, d_p\, u_0\, (1 + 0.15\, Re^{0.687}) \qquad (10.16)$$

(c) The area where equations (10.1 and 10.14) are applied.

(ت) المنطقة التي تستخدم فيها المعادلتين (10.1 و 10.14)

$$F_D = ½ \times 0.44\, \rho\, u_0^2\, \left(\frac{1}{4}\, d_p^2\, \pi\right)$$

$$F_D = 0.055\, \pi\, d_p^2\, \rho\, u_0^2 \qquad (10.17)$$

Equation (10.17) is known as Newton’s law.

وتعرف المعادلة (10.17) بقانون نيوتن.

(d) The area where equations (10.1 and 10.15) are used

(د) المنطقة التي تستخدم فيها المعادلتين (10.1) و (10.15)

$$F_D = ½ \times 0.1\ \rho\ u_0^2\ (\frac{1}{4}\ d_p^2\ \pi\ )$$

$$F_D = 0.0125\ d_p^2\ \pi\ \rho\ u_0^2 \qquad (10.18)$$

10.5.4 Terminal Falling Velocity

As a spherical particle falls in a fluid under the influence of gravity only, it will accelerate for a short time until it reaches a constant velocity. At this velocity, known as ***the terminal falling velocity***, the particle will be under a force balance as shown in Fig 10.7.

10.5.4 سرعة السقوط النهائية

عندما تهبط دقيقة كروية في مائع تحت تأثير قوة الجاذبية , فانها تسقط بتعجيل لفترة زمنية قصيرة ثم تصل إلى سرعة ثابتة تسمى ***سرعة السقوط النهائية*** . وعند بلوغ هذه السرعة تتوازن القوى المؤثرة في الدقيقة كما هو مبين في الشكل 10.7

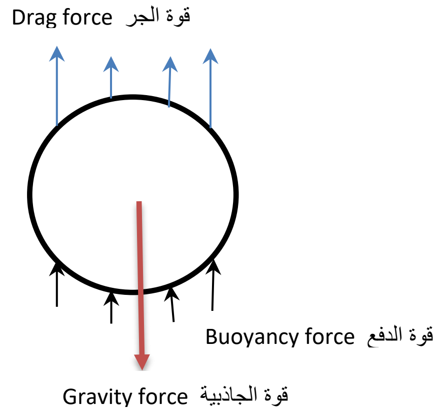


Fig 10.7 Force balance for a spherical particle

الشكل 10.7 توازن القوى المؤثرة في دقيقة كروية

Note that

و يتضح أن

Drag force + Buoyancy force = weight of the particle

قوى الجر + القوة الدافعة = قوة ثقل الدقيقة

$$\frac{1}{6}\pi\ d_p^3\ \rho\ g + F_D = \frac{1}{6}\pi\ d_p^3\ \rho_s\ g \qquad (10.19)$$

ρ_s = Density of solid

ρ = Density of fluid

ρ_s = كثافة الصلب

ρ = كثافة المائع

The drag force can be substituted by one of section 10.5.3 equations, for example, for low velocity flow we use Stokes law to obtain the following force balance

ويمكن التعويض عن قوة الجر باحد المعادلات المذكورة في الفقرة 10.5.3 , فمثلاً اذا كان الجريان بطيئاً نطبق قانون ستوكس و تصبح معادلة موازنة القوى كالآتي

$$\frac{1}{6}\pi d_p^3 \rho g + 3\pi\mu d_p u_T = \frac{1}{6}\pi d_p^3 \rho_s g \qquad (10.20)$$

u_T = Terminal falling velocity

u_T = سرعة السقوط النهائية

Simplifying

وبالتبسيط نحصل على

$$u_T = \frac{d_p^2 g}{18\mu}(\rho_s - \rho) \qquad (10.21)$$

If the flow obeys Newton's law, we get

واذا كان الجريان يتبع قانون نيوتن نحصل على

$$\frac{1}{6}\pi d_p^3 \rho g + 0.055\pi d_p^2 \rho u_T^2 = \frac{1}{6}\pi d_p^3 \rho_s g \qquad (10.22)$$

Simplifying

و بالتبسيط نحصل على

$$u_T = \sqrt{3 d_p g (\rho_s - \rho)/\rho} \qquad (10.23)$$

Note that the derivation of the two equations (10.21) and (10.23 were based on the following assumptions

وتجدر ملاحظة ان اشتقاق المعادلتين (10.21) و (10.23) تم بافتراض

(a) The fall of the particles through the fluid is not influenced by any external forces such as electromagnetism
(b) There is no container-wall effect
(c) The fluid is a ***continuous medium***; this means that the diameter of the particle is large compared to the ***free mean path*** of the fluid particles. If the size of the particle is too small, it will be influenced by the ***Brownian movement***

(أ) هبوط الدقائق في المائع خال من أي تـأثيرات جانبيـة بين الدقائق مثل الكهرومغناطيسية وما اشبه ذلك
(ب) لايوجد تأثير لجدران الوعاء الحاوي
(ت) المــائع ***وسـط متصـل*** , أي ان قطـر الدقيقـة كبيـر مقارنـة ***بمتوسط المسار الحر*** لجزيئات المائع . علماً انــه اذا كانــت الــدقائق صــغيرة جــداً فانهــا ســتتأثر ***بالحركة البراونية***

10.5.5 Equations for the Separation of Dissimilar Particles

10.5.5 معـادلات تسـتخدم لفصـل دقـائق مختلفـة الحجم

It is quite possible to perform calculations for the separation of two particles, in a mixture, made of different materials by using equations based on the concept of the terminal falling velocity. In this case, the solid particle is moving down through a fluid of density lower than that of the solid. Consider a mixture consisting of two different materials; A with a density ρ_A and B with a density ρ_B; and the particle size is small enough for the flow to obey Stokes law. Thus, the terminal falling velocity u_{TA} of a particle A having diameter d_A falling in a fluid with density ρ, will be obtained using equation (10.21) as follows

يمكـن اجـراء حسـابات تخـض عمليـة فصـل خلـيط مـن الـدقائق الصـلبة لمـادتين باسـتخدام معـادلات تسـتند إلـى سرعة السقوط النهائيـة فـي مـائع اقل كثافة من الصـلب . فاذا كان الخليط متكون من المادتين A كثافتهـا ρ_A و B كثافتهـا ρ_B , وكانــت الــدقائق صــغيرة إلــى حــد يجعــل الجريان يتبـع قـانون ستوكس فـان سـرعة السـقوط النهائيـة u_{TA} لدقيقـة من المـادة A قطرهـا d_A فـي مـائع كثافتـه ρ تعطى من المعادلة (10.21) كالاتي

$$u_{TA} = \frac{d_A^2\, g}{18\, \mu}\,(\rho_A - \rho) \qquad (10.24)$$

Similarly, we can obtain an expression for the terminal falling velocity u_{TB} for particle B with a diameter d_B, in the same fluid, as follows

وبـنفس الطريقـة نسـتطيع حسـاب سـرعة السـقوط النهائيـة u_{TB} فـي نفـس المـائع لدقيقـة مـن المـادة B قطرهـا d_B كالاتي

$$u_{TB} = \frac{d_B^2\, g}{18\, \mu}\,(\rho_B - \rho) \qquad (10.25)$$

When the two terminal falling velocities are equal, that is

فعندما تتساوى سرعتا السقوط النهائية للدقيقتين أي

$$u_{TA} = u_{TB}$$

نحصل على

We get

$$\frac{d_B}{d_A} = \sqrt{\frac{\rho_A - \rho}{\rho_B - \rho}} \qquad (10.26)$$

If the flow past the particles obeys Newton's law, we use equation (10.23) to estimate the terminal falling velocity

واذا كان الجريان عبر الدقائق يتبع قانون نيوتن نستخدم المعادلة (10.23) , لحساب سرعة السقوط النهائية

$$u_{TA} = \sqrt{3\, d_A\, g\, (\rho_A - \rho)/\rho} \qquad (10.27)$$

$$u_{TB} = \sqrt{3\, d_B\, g\, (\rho_B - \rho)/\rho} \qquad (10.28)$$

When the two velocities u_{TA} and u_{TB} are equal, we get

وحين تتساوى السرعتان u_{TA} و u_{TB} نحصل على

$$\frac{d_B}{d_A} = \frac{\rho_A - \rho}{\rho_B - \rho} \qquad (10.29)$$

A general equation for the equal terminal velocities can be written as follows

و يمكن كتابة معادلة عامة لحالة مساواة سرعتي السقوط النهائية كالآتي

$$\frac{d_B}{d_A} = \left(\frac{\rho_A - \rho}{\rho_B - \rho} \right)^n \qquad (10.30)$$

The value of n depends on the type of flow which is determined by Reynolds number. It is ½ for the Stokes law regime, 1 for the Newton law regime and (½ < n <1) for the flow in between.

حيث تعتمد قيمة n على نمط الجريان الذي يحدده رقم رينولدز , وهـي تسـاوي ½ لـنمط الجريـان الممثـل بقـانون سـتوكس وتساوي واحداً للنمط الممثل بقانون النيوتن و (½ < n <1) لمنطقة الجريان البينية .

Example 10.2

مثال 10.2

Solid particles of 5μ diameter are separated from air in a ***thickener (settling tank)***. The density of the solid is 2600 kg/m^3, atmospheric temperature is 20 ^{0}C and atmospheric pressure is 101.3 kPa. Calculate the height of the thickener, provided that the time for settling does not exceed 1 min.

تفصل دقائق صلبة قطر كل منهـا 5μ ممتزجـة بـالهواء باستخدام ***وعاء للترسيب*** , فاذا كانت كثافة المادة الصلبة 2600 kg/m^3 وكانـت درجـة حـرارة الهـواء 20 ^{0}C وضغطه 101.3 kPa , احسب ارتفاع الوعاء شريطة ان لا يتعدى زمن الترسيب دقيقة واحدة .

Molecular weight of air =	29 kg/kmol	= الوزن الجزيئي للهواء
Viscosity of air =	1.8 x 10^{-5} Ns/m^2	= لزوجة الهواء
Universal gas constant =	8.324 kJ/kmol K	= ثابت الغازات العام

Solution

الحل

Given

المعلوم

d_p = 15 μ = 15 x 10^{-6} m, ρ_s = 2600 kg/m^3, T = 20 ^{0}C = (20 +273) K

P = 101.3 kPa = 101.3 x 10^3 Pa, μ = 1.8 Ns/m^2, M = 29 kg/kmol

R_0 = 8.31 x 10^3 J/kmol K, g == 9.81 m/s^2, t = 1 min = 60 s

Assumptions

الافتراضات

(a) Air is an ideal gas
(b) The particles are spherical and obey Stokes law

(أ) الهواء غاز مثالي
(ب) الدقائق كروية تتبع قانون ستوكس

We first compute the terminal falling velocity, and then we estimate the height by multiplying the velocity by time. To choose the appropriate equation to calculate the terminal velocity, we must determine the flow regime.

نحسب أولاً سرعة السقوط النهائية ثم نوجد الارتفاع بضرب السرعة بزمن الترسيب . وقبل الشروع بحساب السرعة يجب تعين نمط الجريان لغرض اختيار المعادلة الملائمة لحساب سرعة السقوط النهائية .

Since the particles are very small in size, we can therefore assume that the flow of air past the particles obeys Stokes law, which is

و لما كانت الدقائق صغيرة جداً لذا يمكن افتراض جريان الهواء عبر الدقائق اثناء ترسيبها يتبع قانون ستوكس وهو

$$u_T = \frac{d_p^2\, g}{18\, \mu} (\rho_s - \rho) \qquad \text{(Eqn. 10.21)}$$

We calculate the density of air using the ideal gas law:

نحسب كثافة الهواء باستخدام قانون الغاز المثالي

$$P\, v = R\, T$$

$$V = 1/\rho$$

$$\therefore P/\rho = R_0 T/M$$

$$101.3 \times 10^3/\rho = 3.314 \times 10^3 \times 293/29$$

$$\rho = 1.2059 \text{ kg/m}^3$$

Substituting in equation (10.21)

ثم نعوض في المعادلة (10.21)

$$u_T = \frac{15 \times 10^{-6} \times 9.81}{18\,(1.8 \times 10^{-5})} (2600 - 1.2059)$$

$$u_T = 0.0177 \text{ Ns/m}^2$$

The depth of the vessel is

عمق الوعاء يساوي

$$t \times u_T = 60 \times 0,0177 = \underline{1.062}$$

We will now compute the Reynolds number to justify the application of Stokes law

والان نحسب رقم رنولدز للتأكد من صحة استخدام قانون ستوكس

$$Re = \frac{\rho\ d_p\ u_T}{\mu}$$

$$Re = \frac{1.209 \times 15 \times 10^{-6} \times 0.0177}{1.8 \times 10^{-5}}$$

$$Re = 0.01778$$

The value of Re is less than 0.2 which justifies the use of Stokes law.

وهذا الرقم أصغر من 0.2 مما يبرر استخدام قانون ستوكس في حل المسألة .

Example 10.3

مثال 10.3

A mixture of solid particles consists of two different materials, A and B; the particle size of the mixture is in the range $5.21 \times 10^{-6} – 2.5 \times 10^{-5}$. The particles are separated by ***settling*** in a vessel containing water at 293.2 K. Three clusters of the settled particles appeared, one is made up of particles A only, the second is a mixture of A and B and the third consists of particles B only. Compute the smallest and largest particle in each cluster, assuming spherical particles that settle according to Stokes law without any external influence.

يتكون خليط دقائق صلبة من مادتين A و B , و كان قطر دقائق الخليط يتراوح بين (5.21×10^{-6}) و (2.5×10^{-5}). وعند ***ترسيب*** الدقائق في وعاء يحتوي ماء بدرجة حرارة 293.2 K وجد ان ثلاث مجموعات ترسبت في القعر , الأولى تحتوي دقائق من المادة A فقط , والثانية تحتوي خليطاً من A و B , والثالثة متكونة من دقائق المادة B فقط . احسب قطر اصغر دقيقة واكبرها في كل مجموعة مفترضاً دقائق كروية تترسب دون تأثير أي قوى خارجية , وأنها تتبع قانون ستوكس.

Density of material A =	7500 kg/m^3	كثافة المادة A =
Density of material B =	2650 kg/m^3	كثافة المادة B =
Density of water =	998 kg/m^3	كثافة الماء =
Viscosity of water =	1.005×10^{-3} Ns/m^2	لزوجة الماء =

Solution

الحل

Given:

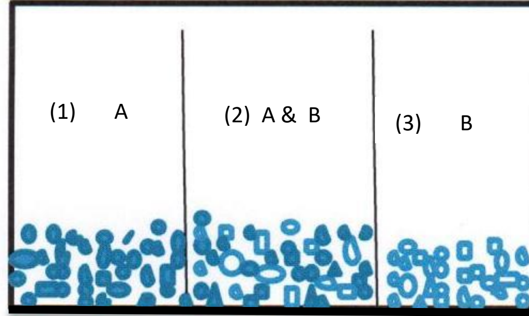
المعلوم:

$P_A = 7500\ kg/m^3$, $\rho_B = 2650\ kg/m^3$, $\rho = 998\ kg/m^3$,

$\mu = 1.005 \times 10^{-3}\ Ns/m^2$, $g = 9.81\ m/s^2$

Since the density of material A is higher than B, the largest particle of A will settle in cluster (1) and the largest of B will settle in cluster (2).

لمـا كانـت كثافـة المـادة A أعلـى مـن كثافـة المـادة B لـذا ستترسـب أكبـر دقيقـة مـن المـادة A فـي المجموعـة (1) بينمـا تترسب أكبر دقيقة من B في المجموعة (2) .



Three groups of particles

ثلاث مجموعات من الدقائق

For region 2

للمجموعة 2

The largest particle size of material B is 2.5×10^{-5}, therefore we can estimate the largest size of A, which will settle at the same terminal falling velocity, using equation (10.26)

أكبـر دقيقـة هـي مـن المـادة B وقطرهـا يسـاوي 2.5×10^{-5} والآن نحسب قطر أكبر دقيقة من المـادة A التـي تترسـب معهـا بنفس سرعة السقوط النهائية باستخدام المعادلة (10.26)

$$\frac{d_B}{d_A} = \sqrt{\frac{\rho_A - \rho}{\rho_B - \rho}}$$

$$2.5 \times 10^{-5}/d_A = \sqrt{\frac{(7500-1000)}{(2650-1000)}}$$

$$d_A = 1.26 \times 10^{-5} \text{ m}$$

In fact, this is the largest particle of material A in cluster (2). We know that the smallest particle of material A is also in cluster (2), thus the size range of the particles in the three clusters will be as follows:

وهو في الواقع قطر أكبر دقيقة من المادة A في المجموعة (2) . ولما علم ان اصغر دقيقة من المادة A هي أيضاً تترسب في المجموعة (2) , اذن تتراوح اقطار الدقائق في المجموعات الثلاث كالآتي :

Cluster (1)

المجموعة (1)

Material A - Smallest particle, 1.26×10^{-5} m

Largest particle, 2.5×10^{-5} m

المادة A - أصغر دقيقة , 1.26×10^{-5} m

أكبر دقيقة , 2.5×10^{-5} m

Cluster (2)

المجموعة (2)

Material A – Smallest particle, 5.2×10^{-6} m

Largest particle, 1.2×10^{-5} m

Material B - Smallest particle 1.03×10^{-5} m

Largest particle 2.5×10^{-5} m

المادة A - أصغر دقيقة , 5.2×10^{-6} m

أكبر دقيقة , 1.2×10^{-5} m

المادة B - أصغر دقيقة , 1.03×10^{-5} m

أكبر دقيقة , 2.5×10^{-5} m

Cluster (3)

المجموعة (3)

Material B - Smallest particle, 5.2×10^{-6} m

Largest particle, 1.03×10^{-5} m

المادة B - أصغر دقيقة , 5.2×10^{-6} m

أكبر دقيقة , 1.03×10^{-5} m

Exercise

Given the following data, use Excel to solve example 10.3.

تمرين

استخدم برنامج الاكسل لحل المثال 10.3 معتمدا المعلومات الاتية :

Density of material A = 8940 kg/m^3

Density of material B = 2650 kg/m^3

Dynamic viscosity of salty water = 1.08 x 10^{-3} Ns/m^2

Kinematic viscosity of salty water = 1.05 x 10^{-6} m^2/s

كثافة المادة A = 8940 kg /m^3

كثافة المادة B = 2650 kg/m^3

اللزوجة الديناميتية للماء المالح = 1.08 x 10^{-3} Ns/m^2

اللزوجة الكينماتية للماء المالح = 1.05 x 10^{-6} m^2/s

10.5.6 Galileo Number

Based on the assumption that the flow past the spherical particles obeys Stokes law, equation (10.21) is normally used to estimate the terminal falling velocity. However, we can only determine the flow regime after the estimation of the Reynolds number. Reynolds number, in turn, depends on the value of the terminal falling velocity, which is not known. Thus, we need to apply an alternative method to calculate the terminal velocity; this approach will be based on using the ***Galileo number***. Now, if a spherical particle falls through a fluid, the force balance will then be

10.5.6 رقم غاليليو

تستخدم المعادلة (10.21) لحساب سرعة السقوط النهائية استناداً إلى افتراض الجريان عبر الدقائق الكروية متبعاً قانون ستوكس , وفي الواقع لا يمكن التأكد من نمط الجريان إلا بعد تخمين رقم رينولدز الذي بدوره يعتمد على مقدار سرعة السقوط المجهولة , لذا سنبين طريقة بديلة تستند إلى ***رقم غاليليو*** , فعند هبوط دقيقة كروية بسرعة ثابتة تتوازن القوى المؤثرة عليها كالآتي

$$F_D = \frac{1}{6} \pi d_p^3 (\rho_s - \rho) g \qquad (10.31)$$

Applying equation (10.1) to a particle moving at the terminal falling velocity u_T, we obtain

وبتطبيق المعادلة (10.1) على ظروف سرعة السقوط النهائية u_T نحصل على

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho u_T^2 \frac{1}{4} \pi d_p^2 \qquad (10.32)$$

Combining equations (10.31) and (10.32), we obtain:

و بدمج المعادلتين (10.31 و 10.32) نحصل على الآتي

$$\frac{C_D}{2} = \frac{2}{3}\frac{d_p\, g}{\rho\, u_T^2}(\rho_s - \rho)$$

Multiplying the two sides of the above equation by Re^2, we get

نضرب طرفي المعادلة بالمقدار Re^2 فنحصل على

$$\frac{C_D}{2} Re^2 = \frac{2}{3}\frac{d_p\, g}{\rho\, u_T^2}(\rho_s - \rho)\left(\frac{u_T\, d_p\, \rho}{\mu}\right)^2$$

$$\frac{C_D}{2} Re^2 = \frac{2\, d_p^3\, \rho\, g\,(\rho_s - \rho)}{3\,\mu^2} \qquad (10.33)$$

The group $\left(\frac{d_p^3\, \rho\, g\,(\rho_s-\rho)}{\mu^2}\right)$ is called ***Galileo number***, denoted Ga. Thus

وتدعي المجموعة ($\frac{d_p^3\, \rho\, g\,(\rho_s-\rho)}{\mu^2}$) ***رقم غاليليو*** و يرمز له Ga , أذن

$$\frac{C_D}{2} Re^2 = \frac{2}{3} Ga \qquad (10.34)$$

The following equations, for Galileo number in terms of Reynolds number, can be developed

ويمكن التوصل إلى المعادلات الآتية لرقم غاليليو بدلالة رقم رينولدز

$$Ga = 18\, Re \qquad (Ga < 3.6) \qquad (10.35)$$

$$Ga = 18\, Re + 2.7\, Re^{1.687} \qquad (3.6 < Ga < 10^5) \qquad (10.36)$$

$$Ga = \frac{1}{3} Re^2 \qquad (Ga > 10^5) \qquad (10.37)$$

The terminal falling velocity is estimated by evaluating ($\frac{C_D}{2}Re^2$), using equation (10.33). Reynolds number is then estimated from curve (1) of Fig 10.8, which will provide the velocity value. Note that the diameter of the particle can be computed if the terminal falling velocity is known, using curve (2) from Fig 10.8. In this case ($\frac{C_D}{2\,Re}$) is first calculated using the following equation

وتحسب سرعة السقوط النهائية بتقييم ($\frac{C_D}{2}Re^2$) باستخدام المعادلة (10.33) وبعد ذلك تعين قيمة رقم رينولدز من المنحنى (1) في الشكل 10.8 ومنه السرعة المطلوبة . وتجدر الاشارة هنا إلى انه يمكن حساب قطر الدقائق الكروية في حالة معرفة مقدار سرعة السقوط النهائية باستخدام المنحنى (2) في الشكل 10.8 وتحسب المجموعة ($\frac{C_D}{2\,Re}$) من المعادلة

$$\frac{C_D}{2\,Re} = \frac{2\,\mu\,g}{3\,\rho^2\,u_T^3}(\rho_s - \rho) \qquad (10.38)$$

Reynolds number is then estimated from the curve. Reynolds number will provide the diameter value.

ثم يعين مقدار رقم رينولدز من المنحنى ومنه القطر المطلوب.

Example 10.4

Calculate the terminal falling velocity for a spherical particle with a diameter of 0.4 mm. the particle is falling in a petroleum liquid with a density of 820 kg/m^3 and viscosity of 10 mNs/m^2. The density of the particle material is 7870 kg/m^3.

مثال 10.4

احسب سرعة السقوط النهائية لدقيقة كروية قطرها 0.4 mm في سائل نفطي كثافته 820 kg/m^3 ولزوجته 10 mNs/m^2 علماً بان كثافة مادة الدقائق 7870 kg/m^3 .

Solution

Given

الحل

المعلوم

d_p = 0.4 mm = 0.4 x 10^{-3} m, ρ = 820 kg/m^3, ρ_s = 7870 kg/m^3,

μ = 10 x 10^{-3}Ns/m^2, g = 9.81 m/s^2

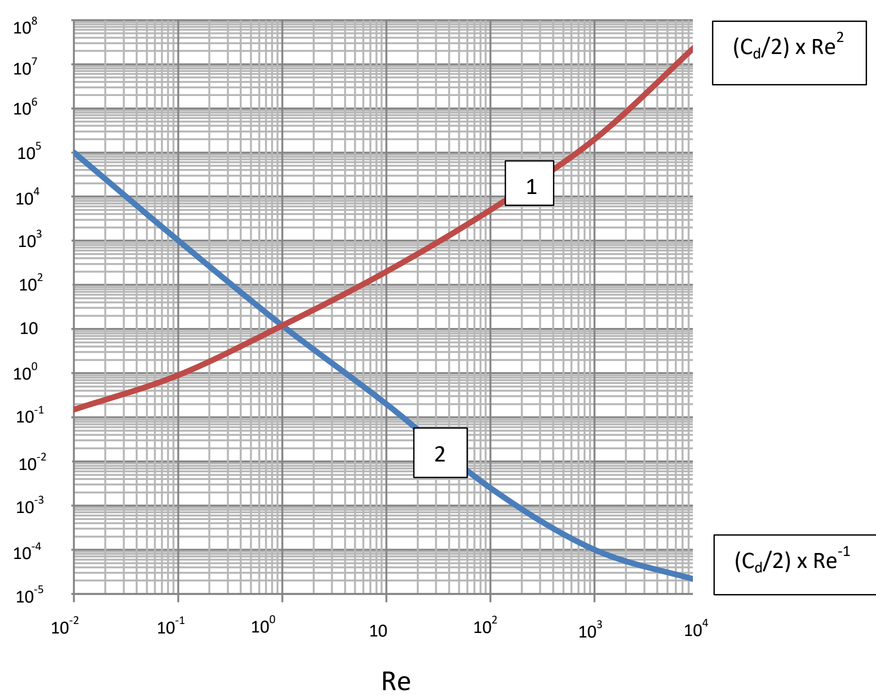


Fig 10.8 الشكل

We calculate $\frac{C_D}{2} Re^2$ using equation (10.33)

نحسب المقدار $\frac{C_D}{2} Re^2$ باستخدام المعادلة (10.33)

$$\frac{C_D}{2} Re^2 = \frac{2\, d_p^3\, \rho\, g\, (\rho_s - \rho)}{3\, \mu^2}$$

$$\frac{C_D}{2} Re^2 = 2 \times [(0.4 \times 10^{-3})^3 \times 820 \times 9.81 \times (7870 - 820)]/3 \times (10 \times 10^{-3})$$

$$= 0.2419$$

The value of Re is found from Fig 10.8 to be 1.6 approximately

ومن الشكل 10.8 يلاحظ ان قيمة Re تساوي 1.6 على وجه التقريب

$$Re = \frac{\rho\, d_p\, u_T}{\mu}$$

$$1.6 = (820 \times 0.4 \times 10^{-3} \times u_T)/(10 \times 10^{-3})$$

$U_T = 0.04878$ m/s = 48.78 mm/s

10.6 Terminal Falling Velocity for Non-spherical Particles

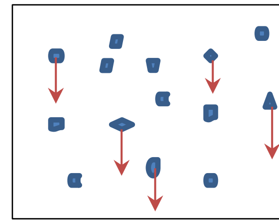
10.6 سـرعة السـقوط النهائيـة للـدقائق غيـر الكروية

In section 10.5, we noticed that the projected area of a spherical particle is equal to the area of a circle; this is regardless of the particle positioning. However, for non-spherical particles, the projected area will depend on the position of the particle which defines the direction of the particle fall relative to the fluid flow. In a similar manner to that of a spherical particle, we can plot a curve depicting the drag coefficient verses a specific Reynolds number.

لقد تبين في الفقرة 10.5 ان مساحة مسقط الدقيقة كروية الشكل يساوي مساحة الدائرة بصرف النظر عن موقعها , اما في حالة الدقائ غير الكروية فستعتمد مساحة المسقط على موقع الدقيقة الذي يحدد اتجاهها نسبة إلى اتجاه جريان المائع . ويمكن رسم منحنى يبين معامل الجر ورقم رينولدز بطريقة مماثلة لتلك الخاصة بالدقائق الكروية .

Reynolds number, in this case, will be based on the diameter of a circle whose area is equal to the projected area of the non-spherical particle. in 1948, ***Heywood*** followed a similar method to that used for a spherical particle to estimate the terminal falling velocity. He considered the projected area for the non-spherical particle to be ($\pi d_m^2/4$); where d_m denotes the ***mean projected diameter***. He defined d_m as the diameter of a circle whose area is equal to the area of the particle viewed from above. He also considered the volume of the non-spherical particle to be ($k' d_m^3$), where k' is a constant with a value related to the shape of the particle; for example, it is equal to $\pi/6$ for a spherical particle.

إلا ان رقم رينولدز لهذه الدقائق يحسب على اساس قطر دائرة مساحتها مساوية مساحة مسقط الدقيقة غير الكروية . اوجد ***هيوود*** في عام 1948 طريقة لحساب سرعة السقوط النهائية متبعا نفس الأسلوب الذي يخص الدقائق الكروية . وقد اعتبر مساحة مسقط الدقيقة غير الكروية تساوي ($\pi d_m^2/4$) على ان d_m يمثل ***متوسط قطر المسقط*** . وعرف d_m بانه قطر الدائرة التي تكون مساحتها مساوية مساحة الدقيقة عندما ينظر اليها من الأعلى . واعتبر حجم الدقيقة غير الكروية يساوي ($k' d_m^3$) , حيث k' هو ثابت تعتمد قيمته على شكل الدقيقة فهو يساوي $\pi/6$ للشكل الكروي مثلاً .



The Heywood method is based on finding a value for Reynolds number for a spherical particle, using Fig 10.8. Reynolds number here is based on d_m, the sphere diameter, instead of d_p, the particle diameter. A correction factor is then added or subtracted from (log Re) which is read from table 10.1 according to the values of log [$(C_D/2)Re^2$] and k'.

و تتلخص طريقة هيوود بايجاد قيمة رقم رينولدز من الشكل 10.8 الذي يخص الدقائق الكروية , وهنا نقدر قطر الكرة d_m بدلاً من d_p ثم يضاف او يطرح معامل تصحيح إلى (log Re) الذي يؤخذ من الجدول 10.1 حسب قيمة كل من log [$(C_D/2)Re^2$] و k'

log [$(C_D/2)Re^2$]	k' = 0.4	k' = 0.3	k' = 0.2	k' = 0.1
$\bar{2}$	-0.022	-0.002	+0.032	+0.131
$\bar{1}$	-0.023	-0.003	+0.030	+0.131
0	-0.025	-0.005	+0.026	+0.129
1	-0.027	-0.010	+0.021	+0.122
2	-0.031	-0.016	+0.012	+0.111
2.5	-0.033	-0.020	0.000	+0.080
3	-0.038	-0.032	-0.022	+0.025
3.5	-0.051	-0.052	-0.056	-0.040
4	-0.068	-0.074	-0.089	-0.098
4.5	-0.083	-0.093	-0.114	-0.146
5	-0.097	-0.110	-0.135	-0.186
5.5	-0.109	-0.125	-0.154	-0.224
6	-0.120	-0.134	-0.172	-0.255

Table 10.1 الجدول

The velocity u_T is then calculated using the corrected Reynolds number in the following equation

ثم تحسب السرعة u_T من قيمة رقم رينولدز المصححة , وتستخدم المعادلة الآتية

$$\frac{C_D}{2}\,Re^2 = \frac{4\,k'\rho\,d_m^3\,g}{\mu^2\,\pi}\,(\rho_s - \rho) \qquad (10.39)$$

We can also compute the volume of the non-spherical particles using Fig 10.8 and then correcting the value of the Reynolds number using table 10.2. The value of $(C_D/2Re)$ is estimated by the following equation

كذلك يمكن حساب حجم الدقائق غير الكروية حين تكون سرعة السقوط النهائية معلومة باستخدام الشكل 10.8 واجراء تصحيح لقيمـــة رقـــم رينولـــدز مـــن الجـــدول 10.2 وتحســـب قيمـــة $(C_D/2Re)$ من المعادلة الآتية

$$\frac{C_D}{2}\,Re^{-1} = \frac{4\,k'\mu\,g}{\pi\,\rho^2 u_T^3}\,(\rho_s - \rho) \qquad (10.40)$$

Equations (10.39 and 10.40) were developed in a similar manner to equations (10.33 and 10.38)

وقـد اشـتقت المعادلتـان (10.39 و 10.40) بطريقـة مماثلـة لاشتقاق المعادلتين (10.33 و 10.38)

log $[(C_D/2)Re^{-1}]$	$k' = 0.4$	$k' = 0.3$	$k' = 0.2$	$k' = 0.1$
$\bar{4}$	+0.185	+0.217	+0.289	
$\bar{4}.5$	+0.149	+0.175	+0.231	
$\bar{3}$	+0.114	+0.133	+0.173	+0.282
$\bar{3}.5$	+0.082	+0.095	+0.119	+0.170
$\bar{2}$	+0.056	+0.061	+0.072	+0.062
$\bar{2}.5$	+0.038	+0.034	+0.033	-0.018
1	+0.028	+0.018	+0.007	-0.053
$\bar{1}.5$	+0.024	+0.013	-0.003	-0.061
0	+0.022	+0.011	-0.007	-0.062
1	+0.019	+0.009	-0.008	-0.063
2	+0.017	+0.007	-0.010	-0.064
3	+0.015	+0.005	-0.012	-0.065
4	+0.013	+0.003	-0.013	-0.066
5	+0.012	+0.002	-0.014	-0.066

Table 10.2 الجدول

Example 10.5

Compute the terminal falling velocity for discs of area ranging from 6 mm^2 to 600 mm^2. The particles are dropping in a petroleum liquid with density 820 kg/m^3 and viscosity 10 x 10^{-3} Ns/m^2. The density of the solid-plate material is 3000 kg/m^3 and the thickness of each disc is 1 mm.

مثال 10.5

احسب سرعة السقوط النهائية لصفائح تتراوح مساحتها بين 6 mm^2 و 600 mm^2 في سائل نفطي كثافته 820 kg/m^3 ولزوجته 10 x 10^{-3} Ns/m^2 علماً ان كثافة مادة الصفائح الصلبة 3000 kg/m^3 وسمك الصفيحة 1 mm

Solution

Given

الحل

المعلوم

$$A_1 = 6 \times 10^{-6}\ m^2,\ A_2 = 6 \times 10^{-4} m^2,\ \rho_s = 3000\ kg/m^3$$

$$P = 820\ kg/m^3,\ \mu = 10 \times 10^{-3}\ Ns/m^2,\ \text{thickness} = 10^{-3}\ m$$

$$g = 9.81\ m/s^2$$

We calculate the terminal falling velocities for the smallest particle and for the largest one using equation (10.39) and the following information:

نحسب سرعة السقوط النهائية لاصغر صفيحة ولاكبر واحدة باستخدام المعادلة (10.39) والمعلومات الآتية :

First: for the smallest disc

أولاً : لأصغر صفيحة

$$A_p = d_m^2\ \pi/4$$

$$d_m = \sqrt{\frac{4 \times 6 \times 10^{-6}}{\pi}} = 2.76 \times 10^{-3}\ m$$

حجم الصفيحة = مساحتها x سمكها

The volume of the disc = area x thickness

$$\text{Volume} = 6 \times 10^{-6} \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-9}\ m^3$$

The volume is also equal to $k' d_m^3$

أيضاً لدينا الحجم = $k' d_m^3$

$$k' = 6 \times 10^{-9}/(2.76 \times 10^{-3})^3$$

$$k' = 0.285$$

Following the similar steps for the largest particle, we find: ($k' = 0.0285$)

وبأتباع نفس الخطوات لاكبر صفيحة نجد ان ($k' = 0.0285$)

Substituting in equation (10.39)

نعوض في المعادلة (10.39)

$$\frac{C_D}{2} Re^2 = \frac{4\, k' \rho\, d_m^3\, g}{\mu^2\, \pi} (\rho_s - \rho) \qquad \text{(Eqn. 10.39)}$$

$$\frac{C_D}{2} Re^2 = [(4 \times 0.285 \times 850 \times 2.76 \times 10^{-3} \times 9.81) / (10 \times 10^{-3})^2 \pi](3000 - 820)$$

$$\frac{C_D}{2} Re^2 = 1340$$

We find the value of Re from Fig 10.8 which is 38 approximately, and we have

نوجد قيمة Re من الشكل 10.8 وهي تساوي 38 تقريبا وان

$$\text{Log}\left(\frac{C_D}{2} Re^2\right) = \log(1340) = 3.127$$

$$\text{Log } Re = \log(38) = 1.579$$

We find the correction factor from table 10.1, which is 0.038, thus the corrected value of (log Re) is

نوجد مقدار التصحيح من الجدول 10.1 وهو 0.038 و بهذا تصبح قيمة (log Re) المصححة

$$\text{Log } Re = 1.579 - 1.541$$

$$Re = 34.75$$

$$Re = \frac{\rho\, u_T\, d_m}{\mu}$$

$$u_T = (34.75 \times 10 \times 10^{-3}) / (820 \times 2.76 \times 10^{-3}) = \underline{0.153 \text{ m/s}}$$

Following similar steps we obtain the terminal falling velocity for the largest particle

وباتباع نفس الخطوات نوجد سرعة السقوط النهائية لاكبر صفيحة وهي

u_T = <u>0.153 m/s</u>

Comment

The results show that all the particles almost precipitate at the same terminal falling velocity.

ملاحظة

نستنتج من النتائج ان الصفائح تترسب جميعها بنفس سرعة السقوط النهائية على وجه التقريب .

Exercise

If the particles fall through water, repeat the solution of example 10.5 using Excel.

تمرين

اذا استبدل السائل بالماء , كرر حل المثال 10.5 مستخدماً برنامج الاكسل .

10.7 Accelerated Motion of Particles

When a particle of any shape falls in a fluid, it will accelerate for a short time and then approach the terminal velocity. Let us consider a particle of diameter d_p, density ρ_s in a fluid of density ρ and viscosity μ. After a period of time t, the acceleration at any instance will be $(\frac{du}{dt})$; where u is the particle velocity at that moment. Conducting a force balance gives

10.7 هبوط الدقائق المعجل

عندما تهبط دقيقة كروية الشكل أو غيرها في مائع معين تتسارع لفترة زمنية قصيرة ثم تصل إلى سرعة السقوط النهائية . فاذا جعلنا دقيقة كروية قطرها d_p وكثافتها ρs تهبط في مائع كثافته ρ و لزوجته μ . ففي أي لحظة بعد مرور زمن قدره t يصبح مقدار التعجيل ($\frac{du}{dt}$) حيث u هي سرعة الدقيقة في تلك اللحظة , وباجراء موازنة القوى نحصل على

$$\left(\frac{\pi}{4} d_p^3 \rho_s\right)\left(\frac{du}{dt}\right) = \left(\frac{\pi d_p^3}{6} \rho_s g\right) - \left(\frac{\pi d_p^3}{6} \rho g\right) - F_D \qquad (10.41)$$

Note that for a particle moving at the terminal falling velocity, the acceleration ($\frac{du}{dt}$) is equal to zero. Consequently, equation (10.41) will be similar to equation (10.19). However, if the flow obeys Stokes law, that is (Re < 0.2), we have

وتجدر الاشارة هنا إلى انه اذا بلغت الدقائق سرعة السقوط النهائية فالتعجيل ($\frac{du}{dt}$) يساوي صفراً , وتصبح المعادلة (10.41) مماثلة للمعادلة (10.19) , فاذا كان الجريان عبر الدقائق يتبع قانون ستوكس أي أن (0.2 > Re) فان

$$F_D = 3\,\pi\, d_p\, \mu\, u \qquad \text{(see Eqn. 10.7)}$$

Substituting F_D in equation (10.41)

وبالتعويض عن F_D في المعادلة (10.41)

$$\left(\frac{\pi}{4}\, d_p^3\, \rho_s\right)\left(\frac{du}{dt}\right) = \left(\frac{\pi\, d_p^3}{6}\,\rho_s\, g\right) - \left(\frac{\pi\, d_p^3}{6}\,\rho\, g\right) - 3\,\pi\, d_p\,\mu\, u \qquad (10.42)$$

Simplifying

وبالتبسيط

$$d_p^2\,\rho_s\,\frac{du}{dt} = d_p^2\,(\rho_s - \rho)\, g - 18\,\mu\, u \qquad (10.43)$$

$$\frac{du}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right) - \frac{18\,\mu\, u}{d_p^2\,\rho_s} \qquad (10.44)$$

$$\frac{du}{dt} = B - A\,u \qquad (10.45)$$

$$A = \frac{18\,\mu}{d_p^2\,\rho_s}$$

$$B = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right)$$

Integrating equation (10.45) will make it possible to estimate the instantaneous velocity of a particle falling in a fluid before reaching the terminal falling velocity. It will also be possible to compute the time required for the particle to achieve a certain velocity.

وبمكاملة المعادلة (10.45) نستطيع تخمين سرعة الدقيقة في أي لحظة اثناء سقوطها في المائع قبل بلوغها سرعة السقوط النهائية , و كذلك حساب الزمن اللازم لوصول الدقيقة إلى سرعة معينة .

Example 10.5

A spherical particle of diameter with a 0.3 mm and density of 13 x 10^3 kg/m^3 falls in a petroleum liquid with a density of 900 kg/m^3 and viscosity of 0.03 Ns/m^2. Calculate the time required for the particle to attain 99% of the terminal falling velocity value. Assume that the particle motion obeys Stokes law.

مثال 10.5

دقيقة كروية قطرها 0.3 mm كثافتها 13 x 10^3 kg/m^3 تهبط في سائل نفطي كثافته 900 kg/m^3 ولزوجته 0.03 Ns/m^2 , أحسب الزمن اللازم لبلوغ سرعة الدقيقة إلى 99 بالمئة من سرعة سقوطها النهائية , افترض ان هبوط الدقيقة يتبع قانون ستوكس .

Solution

الحل

Given

المعلوم

$$d_p = 0.3 \times 10^{-3}\ m,\ \rho_s = 3 \times 10^3\ kg/m^3,\ \rho = 900\ kg/m^3,$$

$$\mu = 0.003\ Ns/m^2,\ g = 9.81\ m/s^2$$

Find

المطلوب

The time t when the velocity of the particle is equal to 0.99 u_T

حساب الزمن t عندما تكون سرعة الدقيقة تساوي 0.99 u_T

Since the particle did not attain the terminal falling velocity, it is therefore in a state of accelerated motion.

من الواضح ان الدقيقة لم تصل إلى سرعة السقوط النهائة , أي انها مازالت في حالة حركة معجلة .

Integrating equation (10.45) between the limits (u = 0.0) and (u = 0.99 u_T)

نكامل المعادلة (10.45) بين (u = 0.0) و (u = 0.99 u_T)

$$\frac{du}{dt} = B - A\,u$$

$$\int_0^{0.99u_T} 1/(B - A\,u)\, du_t = \int_0^t dt$$

$$t = [\, -(1/A) \ln (B - A\,u)]_0^{0.99u_T}$$

$$t = -\frac{1}{A} \ln (B - 0.99\,A\,u_T) + \frac{1}{A} \ln B$$

$$t = \frac{1}{A} \ln \frac{B}{B - 0.99\,A\,u_T}$$

$$u_T = \frac{d_p^2\, g}{18\,\mu} (\rho_s - \rho)$$

نعوض عن u_T و B و A يعطي :

Substituting u_T, B and A gives:

$$t = \frac{d_p^2\, \rho_s}{18\,\mu} \ln \frac{1}{1 - 0.99}$$

$$t = \frac{d_p^2\, \rho_s}{18\,\mu} \ln 100$$

$$t = \frac{(0.3 \times 10^{-3})^2 \times 3 \times 10^3 \ln 100}{18 \times 0.03} = \underline{2.3 \times 10^{-3}\ s}$$

10.8 Particles under the Influence of Centrifugal Force

In some industrial equipment, solid or liquid particles may well be exposed to the influence of ***centrifugal force***. For example, a mixture of gas and particles enters a centrifugal separator (***Cyclone***) in a tangent direction causing a rotational motion inside the equipment. The particles are separated, at the wall, due to the effect of the centrifugal force. The gas exists from the central outlet at the top, as shown in Fig 10.9. A force balance on the particle, including centrifugal force,

10.8 الدقائق تحت تأثير قوة الطرد المركزي

تتعرض الدقائق , سواء اكانت سائلة أو صلبة , إلى تأثير ***قوة الطرد المركزي*** في كثير من المعدات الصناعية . فمثلاً يدخل مزيج من الدقائق والغاز إلى جهاز الفرز المسمى ***الفرازة المخروطية*** باتجاه المماس فتنتج حركة دورانية في داخل الجهاز . وتنفصل الدقائق تحت تأثير قوة الطرد المركزي مندفعة نحو الجدران بينما يخرج الغاز النظيف من خلال الفتحة المركزية كما مبين في الشكل 10.9 . ويمكن موازنة القوى المؤثرة في الدقيقة الكروية باعتبار قوة الطرد المركزي تؤثر بدلاً من الجاذبية ,



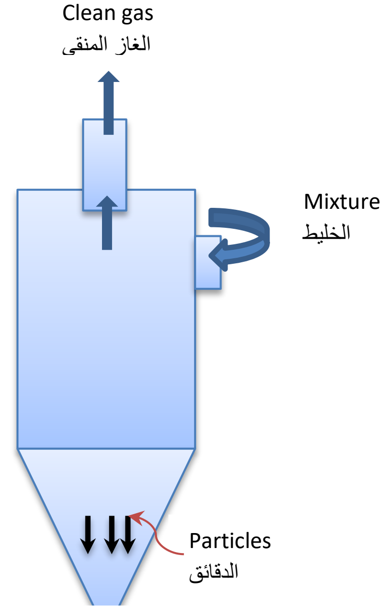


Fig 10.9 Cyclone

الشكل 10.9 الفرازة المخروطية

will change equation 10.42 to

لذا تتحول المعادلة 10.42 إلى الصيغة

$$\frac{\pi}{4} d_p^3 \rho_s \frac{du}{dt} = \frac{\pi d_p^3}{6} - (\rho_s - \rho)\, r\, \omega^2 - 3 \pi d_p \mu u \qquad (10.46)$$

Where ($r\,\omega^2$) is the acceleration, r is the radius of the circle depicted by the particle rotational motion and ω is the ***angular velocity***. Simplifying yields

حيث أن ($r\,\omega^2$) هو التعجيل و r هو نصف قطر الدائرة التي ترسمها حركة الدقائق الدورانية و ω هي ***السرعة الزاوية*** , وبالتبسيط نحصل على

$$\frac{du}{dt} = r\,\omega^2 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right) - \frac{18\,\mu}{d_p^2\, \rho_s}\, u \qquad (10.47)$$

$$\frac{du}{dt} = b\, r - a\, u \qquad (10.48)$$

$$b = \omega^2 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right) , \quad a = \frac{18\,\mu}{d_p^2\,\rho_s}$$

Substituting for the velocity by the differential ($\frac{dr}{dt}$) gives

وبالتعويض عن السرعة بالمقدار التفاضلي ($\frac{dr}{dt}$) ينتج الآتي

$$\frac{d_2 r}{dt^2} + a\frac{dr}{dt} - b\,r = 0 \qquad (10.49)$$

The second order differential equation (10.49) can be solved by well-known mathematical methods. However, the equation can be simplified by ignoring the acceleration and assuming the particle is rotating in a state of equilibrium; the equation then becomes

و يمكن حل المعادلة التفاضلية (10.49) باستخدام الحلول المعروفة في الرياضيات بكونها معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية . ويمكن تبسيط المعادلة (10.49) باهمال التعجيل وافتراض الدقيقة تدور في حالة اتزان فتصبح المعادلة

$$a\frac{dr}{dt} - b\,r = 0 \qquad (10.50)$$

Integrating equation (10.50) for the limits r_1 to r, we obtain

وبمكاملة المعادلة (10.50) بين نصف القطر r_1 إلى r

$$a\int_{r_1}^{r}\frac{dr}{r} = \int_0^t b\,dt$$

$$a\ln\frac{r}{r_1} = b\,t \qquad (10.51)$$

Substituting a and b in equation (10.50), we obtain:

وبالتعويض عن a و b نحصل على :

$$\ln\frac{r}{r_1} = \frac{d_p^2\,(\rho_s - \rho)\,\omega^2}{18\,\mu} \qquad (10.52)$$

Consider a particle at the liquid surface, located at a distance r_i from the centre of a ***centrifuge*** before the onset of rotation, thus at (t =0). The time required for the particle to travel to the surface of the cylindrical vessel of radius R can therefore be estimated as follows

ففي ***فرازة الطرد المركزي*** , اذا كانت الدقيقة موجودة على سطح السائل ببعد r_i عن مركز الوعاء قبل بدء دورانه , أي (t = 0) , فيمكن حساب الزمن اللازم لوصول الدقيقة إلى جدران الوعاء الأسطواني الذي قطره R كالآتي

$$t = \frac{18\,\mu}{d_p^2\,\omega^2\,(\rho_s - \rho)} \ln \frac{R}{r_i} \qquad 10.53)$$

Example 10.6

مثال 10.6

A liquid of density 801 kg/m^3 and viscosity 0.1 NS/m^2 is separated from particles of density 1461 kg/m^3 in a centrifuge shown in Fig 10.10. Calculate the diameter of the largest particle that can escape from the centrifuge. The speed of rotation is 23000 rpm ***(revolution per minute)*** and the flow rate is 7.87 x 10^{-7} m^3/s.

يفصل سائل كثافته 801 kg/m^3 ولزوجته 0.1 Ns/m^2 عن دقائق كثافتها 1461 kg/m^3 في فرازة طرد مركزي ابعادها مبينة في الشكل 10.10 . احسب قطر أكبر دقيقة تتمكن الخروج من الفرازة , اذا كانت سرعة الدوران 23000 ***دورة في الدقيقة*** ومعدل الجريان 7.87 x 10^{-7} m^3/s

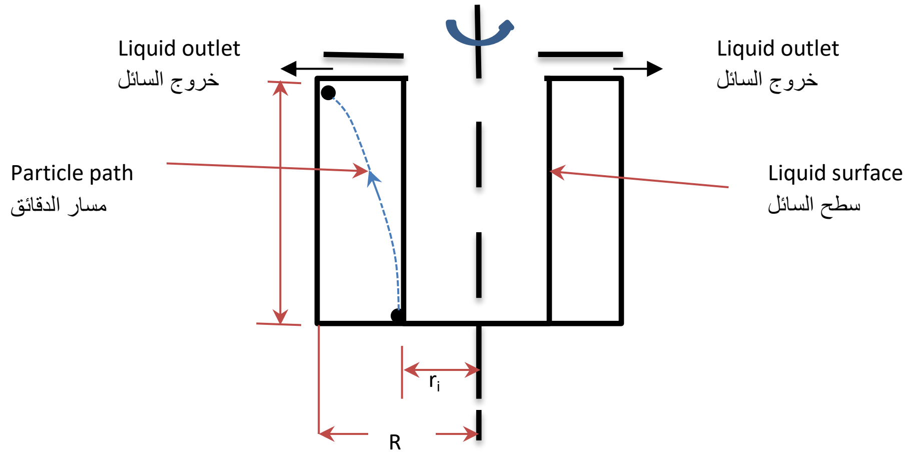


Fig 10.10 Centrifuge

الشكل 10.10 فرازة الطرد المركزي

Solution

الحل

Given

المعلوم

$R = 0.02225$ m, $r_i = 0.00716$ m, $b = 0.197$ m

$\rho = 801$ kg/m^3, $\rho_s = 1461$ kg/m^3, $\mu = 0.1$ Ns/m^2

$N = 23000$ rpm, $Q = 7.87 \times 10^{-7}$ m^3/s.

Find

المطلوب

The largest particle size d_p that can be separated in the centrifuge

ايجاد قطر أكبر دقيقة d_p يتمكن الجهاز فرزها

We apply equation (10.53)

تستخدم المعادلة (10.53)

$$t = \frac{18\,\mu}{d_p^2\,\omega^2\,(\rho_s - \rho)} \ln \frac{R}{r_i}$$

The angular velocity ω is given by

و تعطى السرعة الزاوية ω من

$$\omega = \frac{2\,\pi}{60} N$$

$$\omega = \frac{2\,\pi}{60} \times 23000 = 2410 \text{ rad/s}$$

$$t = V/Q$$

Where V is the volume of the centrifuge

حيث يمثل V حجم الفرازة و هو

$$V = \pi\, b\, (R^2 - r_i^2)$$

$$V = \pi \times 0.1970\, (0.02225^2 - 0.00716^2)$$

$$V = 2.747 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\therefore t = V/Q = 2.747 \times 10^{-4} / 7.87 \times 10^{-7}$$

$$t = 343.074 \text{ s}$$

Substituting in equation (10.53):

نعوض في المعادلة (10.53) :

$$343.074 = \frac{18 \text{ x } 0.1}{d_p^2 \text{ x } 2410^2 \; (1461-810)} \ln \frac{0.02225}{0.00716}$$

$d_p = 1.245 \times 10^{-6}$ m = 1.245 µm

10.9 Fluidisation (or Fluidization)

10.9 التميع

When a fluid is passed through a porous packed bed of solid particles at a low velocity, the particles remain in a fixed state. The flow is considered as normal flow through a porous medium; the Ergun method is applied to evaluate the pressure drop. However, as the velocity is increased, the pressure drop also increases and some movement of particles will be noticed. Increasing the velocity further will cause the bed to expand. Higher velocity will result in a turbulent motion of the particles, similar to a boiling liquid, and therefore the bed is said to be a ***fluidised bed***.

عند تمرير المائع خلال طبقة مسامية مكونة من دقائق صلبة من الاسفل إلى الأعلى بسرعة واطئة تبقى الدقائق ثابتة , ويعد الجريان جرياناً اعتيادياً خلال الطبقة الثابتة , ويحسب مقدار هبوط الضغط من قانون ايركون الذي مر شرحه في الفصل التاسع . ولكن اذا زيدت سرعة الجريان خلال الطبقة يزداد مقدار هبوط الضغط ثم يلاحظ عند سرعة معينة ان الدقائق اصبحت تتحرك ازاء بعضها مضطربة وكأنها سائل في حالة الغليان , فنعلم ان الطبقة تحولت إلى ***طبقة متميعة*** .

10.9.1 Fluidisation Mechanism

10.9.1 ميكانيكية التميع

If a quantity of fine sand is placed in a glass tube with a perforated base that allows for the passage of air only, we get what is known as a ***fixed bed*** of particles, see Fig 10.11. Furthermore, we can plot a curve depicting pressure drop verses the velocity of air by increasing the upward flow of air through the bottom plate, as shown in Fig 10.12.

اذا وضعت كمية من الرمل الناعم في أنبوب زجاجي ثبت في قاعدته صفيحة مثقبة تسمح لمرور الهواء دون الرمل كما مبين في الشكل 10.11 , نحصل على ***طبقة ثابتة*** من الدقائق . و بتمرير كمية من الهواء من الاسفل بسرعة جريان متزايدة يمكن رسم منحنياً لهبوط الضغط ضد سرعة جريان الهواء كما هو مبين في الشكل 10.12 .

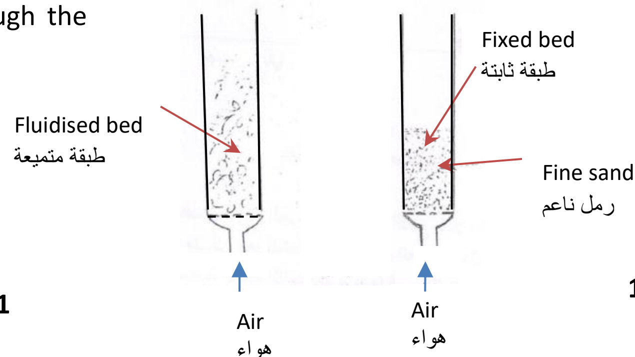


Fig 10.11

الشكل 10.11

Note the linear relationship OA of the pressure drop with velocity through the fixed bed.

و يلاحظ العلاقة الخطية OA على المنحنى التي تمثل علاقة هبوط الضغط بسرعة الجريان خلال الطبقة الثابتة .

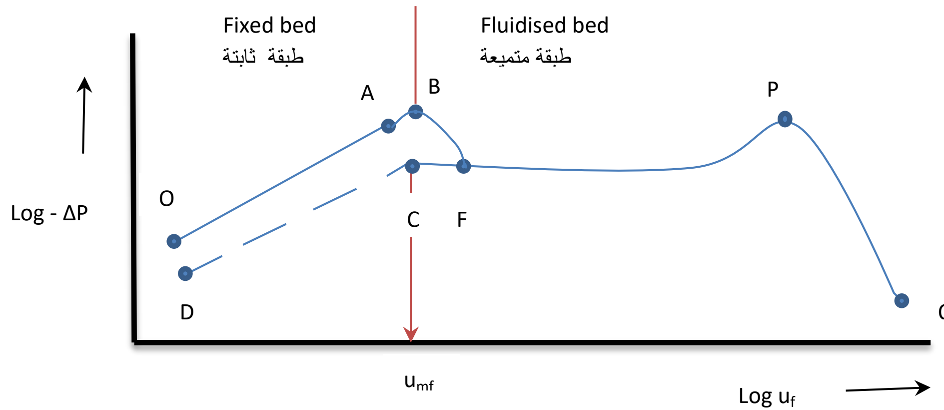


Fig 10.12 Pressure drop through a fluidised bed

الشكل 10.12 هبوط الضغط خلال الطبقة المتميعة

Careful examination of the bed reveals that the particles at A will start to move and the surface becomes uniform. At this point the pressure force equals the gravity force acting on the particles. Any further increase in velocity will result in the expansion of the bed which is accompanied by an increase in the ***porosity*** and a decline in the pressure drop. At B, the bed is found to be in a loose state and the real fluidisation commences; consequently, the pressure drop is reduced from the point B to F. Beyond point B, the motion of the particles will be more violent and bubbles start to rise to the surface of the bed. At the surface, the bubbles break up causing the bed to appear as boiling liquid. However, if the flow velocity is decreased below the fluidisation value, the bed will revert to the original state according to the line CD.

وحين نراقب الطبقة بعناية نلاحظ ان الدقائق عند النقطة A بدأت تتحرك وأخذ سطح الطبقة يترتب, وهنا اصبحت قوة الضغط مساوية لقوة الجاذبية المؤثرة في الدقائق . وان أي زيادة لاحقة بالسرعة ستؤدي إلى تمدد ملحوظ بالطبقة مصحوباً بزيادة ***المسامية*** , كما تصبح الزيادة بهبوط الضغط اقل مما كانت عليه . وعند النقطة B تكون الطبقة في حالة مفككة ثم بعدها تنفصل الدقائق بعضها عن بعض فيبدأ التميع الحقيقي , وينخفض عادة هبوط الضغط من النقطة B إلى F . ومن بعد النقطة F تزداد حركة الدقائق عنفاً وترتفع فقاعات فتنفجر عند السطح مما يجعل الطبقة المتميعة مشابهة لسائل في حالة الغليان . اما اذا خفضت سرعة الجريان من حالة التميع فيلاحظ ان الطبقة تستعيد وضعها الابتدائي ولكن تبعاً للخط CD .

Note that the reason for the decrease in pressure drop is the increase in porosity of the fixed bed after being fluidised.

If the velocity is increased beyond P, the fluid will carry the particles and the ***simultaneous flow*** of both phases will prevail. The pressure drop is then depicted by the curve PQ where the porosity approaches 1 at point Q.

ويعزى انخفاض مقدار هبوط الضغط إلى حصول زيادة في مسامية الطبقة الثابتة بعد مرورها في حالة التميع .

اما اذا زيدت السرعة إلى ما بعد النقطة P فالمائع سيحمل الدقائق ثم يحصل ***جريان متزامن*** لكلا الطورين . ويصبح هبوط الضغط متبعاً العلاقة الممثلة بالمنحنى PQ حيث تقترب قيمة المسامية إلى الواحد عند النقطة Q .

10.9.2 Aggregate and Particulate Fluidisation

The mode of fluidisation depends on the particle size and on the type of fluid. However, at the onset of fluidisation, there seems to be no notable difference in the nature of the process, regardless of the fluid type. Nevertheless, if the fluid velocity is further increased to cause substantial expansion of the bed, the fluidisation mode appears to change. In the case of using liquid, the bed layers continue to expand with the increase of velocity. However, the bed layers remain even due to the uniform movement of the particles. This type of fluidisation is called ***particulate fluidisation***. In the case of gas fluidisation, the bed behaves in a uniform manner at low velocities only. At high velocities, bubbles and aggregates rise rapidly from the bottom to the top of the bed. This type of fluidisation is called ***aggregate fluidisation***.

10.9.2 التميع المتجمع والتميع الدقائقي

تعتمد طبيعة عملية التميع على حجم الدقائق وعلى نوع المائع و لكنها لا تختلف كثيراً في بدايتها سواء أكان المائع غازاً أم سائلاً , اما اذا زيدت سرعة المائع لحد يسبب تمدداً كبيراً في الطبقة فيلاحظ ظهور فرق ملحوظ في طبيعة التميع . ففي حالة استخدام سائل تستمر الطبقات بالتمدد بازدياد السرعة , و لكنها تحتفظ بطبيعة منتظمة حيث تزداد حركة الدقائق بانتظام , و يسمى هذا النوع ***بالتميع الدقائقي*** . ويبقى التميع في حالة استخدام غازاً منتظماً للسرع المنخفضة فقط . اما عند السرع العالية فستظهر فقاعات أو جيوب للغاز, ترتفع من أسفل الطبقة إلى أعلاها , و يدعى هذا النوع ***بالتميع المتجمع*** .



Gas

If fluidisation takes place in a narrow pipe, the high velocity may cause the particles to stick together, forming rings rising up the pipe. The rising rings, accompanied by gas rings will then break down and the particles will fall down the pipe. This action results in a fluidisation process which is pulsating and unstable.

و في حالة تميع طبقة في انبوب ضيق المقطع تؤدي السرعة العالية أحياناً إلى التصاق الدقائق بعضها ببعض فترتفع في الانبوب على شكل حلقات تعقبها حلقات من الغاز , ثم تتفكك و تهبط الدقائق , وهذا يجعل عملية التميع متذبذبة وغير مستقرة .

Froude number, given as ($u_{mf}/g\ d_p$), is used to indicate the type of fluidisation. The minimum velocity for the onset of fluidisation, denoted as u_{mf}, is based on the whole cross section area of the bed; it is known as the ***minimum fluidising velocity.***

d_p is the particle diameter (or size)

g is the gravity

If Froude number is less than 1, the fluidisation is classified as particulate; if it is greater than 1, it is aggregate.

ويعطي ***رقم فرود*** المعرف بالصيغة ($u_{mf}^2/g\ d_p$) معياراً لنوع التميع , حيث u_{mf} هي أقل سرعة يحدث عندها التميع محسوبة على اساس المقطع العرضي للطبقة بأكملها التي تدعى ***سرعة التميع الدنيا*** .

d_p هو قطر الدقائق

g هو التعجيل الجاذبي

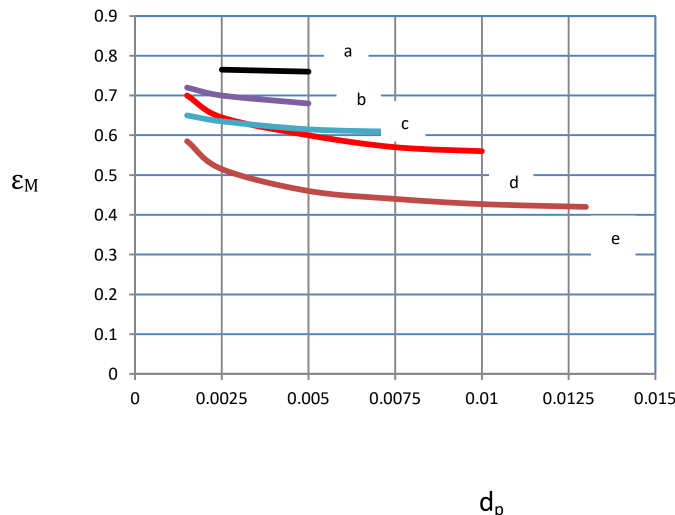
فاذا كانت قيمة رقم فرود اصغر من الواحد سيحدث تميع دقائقي , أما اذا كانت أكبر من الواحد فسيحدث تميع متجمع .

10.9.3 Porosity of the Fluidised Bed

The porosity of the bed at the onset of fluidsation is called the ***minimum fluidisation porosity***. It is denoted by ε_m and its value depends on the shape and size of the fluidised particles. Fig 10.13 shows the values for particles of different materials.

10.9.3 مسامية الطبقة المتميعة

تسمى مسامية طبقة من الدقائق عند بدء تميعها ***مسامية التميع الدنيا*** و يرمز لها ε_M , و تعتمد قيمتها على شكل وحجم الدقائق المتميعة , ويبين الشكل 10.13 قيمتها لمواد مختلفة .



(a) الطابوق brick (b) الكاربون المستخدم لاغراض الامتزاز (c) Carbon used for adsorption حلقات راشك مكسرة (d) Crushed Raschig rings مسحوق الزجاج و الفحم (e) Glass & coal powder دقائق رمل كروية Spherical sand particles

Fig 10.13الشكل

10.9.4 Fluidised Bed Height

10.9.4 ارتفاع الطبقة المتميعة

If the height of a fluidised bed is L and its porosity is ε and the height of the bed without pores as a solid mass is given by L_0, the porosity can be defined as follows

اذا كان ارتفاع طبقة الدقائق المتميعة L ومساميتها ε وكان ارتفاع الطبقة في عدها كتلة صلبة , أي بدون مسامية L_0 فيمكن تعريف المسامية كالآتي

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L} = 1 - \frac{L_0}{L} \qquad (10.54)$$

If the initial value of the porosity of a fluidised bed is known as ε_1 and its height L_1, we can then estimate the height L_2 when the value of the porosity changes to ε_2 as follows

و في حالة معرفة مسامية طبقة متميعة ε_1 و ارتفاعها L_1 نستطيع حساب الارتفاع L_2 عند تغير المسامية إلى قيم جديدة ε_2 حسب المعادلة الآتية

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{1 - \varepsilon_1}{1 - \varepsilon_2} \qquad (10.55)$$

10.9.5 Pressure Drop in Fluidised Bed

10.9.5 هبوط الضغط في الطبقة المتميعة

At the onset of fluidisation, the pressure force will be equal to the gravity force minus the buoyancy force, thus

عند حدوث التميع تصبح قوة الضغط مساوية قوة الجاذبية ناقصاً قوة الطفو للطبقة أي أن

$$(-\Delta P)\, A = (1 - \varepsilon)\, L\, A\, \rho_s\, g - (1 - \varepsilon)\, L\, A\, \rho\, g$$

ε = porosity of the fluidised bed
L = height of the fluidised bed
A = cross section area of the fluidised bed
ρ_s = density of the solid particles
ρ = density of the fluid

ε = مسامية الطبقة المتميعة
L = ارتفاع الطبقة المتميعة
A = مساحة المقطع العرضي للطبقة المتميعة
ρ_s = كثافة الدقائق الصلبة
ρ = كثافة المائع

$(-\Delta P)$ = pressure drop

(- ΔP) = هبوط الضغط

Therefore the pressure drop will be

وهكذا يصبح هبوط الضغط

$$(-\Delta P) = (1-\varepsilon)\, L\, (\rho_s - \rho)\, g \qquad (10.56)$$

10.9.6 Minimum Fluidising Velocity

10.9.6 سرعة التميع الدنيا

The pressure drop across a fixed bed is given by the Kozeny equation, which is

تعطي معادلة كوزني مقدار هبوط الضغط عبر طبقة دقائق ثابتة وهي

$$u = \frac{1}{5}\ \frac{\varepsilon^3}{S^2\,(1-\varepsilon)^2}\ \frac{1}{\mu}\ \frac{-\Delta P}{l} \qquad \text{(Eqn. 9.15)}$$

The above equation can be applied to a fluidised bed having a height of L instead of l. Furthermore, it is required to substitute the velocity by the minimum fluidising velocity u_{mf}, the pressure by $(-\Delta P)$ of equation (10.56), S by $(6/d_p)$ and ε by ε_M, to obtain the following

ويمكن تطبيق هذه المعادلة على طبقة متميعة ارتفاعها L بدلاً من l , وبالتعويض عن السرعة بسرعة التميع الدنيا u_{mf} وعن (- ΔP) من المعادلة (10.56) وعن S بالمقدار $(6/d_p)$ باعتبار الدقائق كروية , وعن ε بالمسامية ε_M نحصل على

$$u_{mf} = 0.0055\,\frac{\varepsilon_M^3}{1-\varepsilon_M}\ \frac{d_p^2\,(\rho_s-\rho)g}{\mu} \qquad (10.57)$$

If we consider 0.4 as an average value for the minimum porosity ε_M, equation (10.57) will then be reduced to

واذا عدت قيمة المسامية الدنيا ε_M تساوي 0.4 لأي طبقة متميعة , كقيمة وسطية , فستختصر المعادلة (10.57) إلى

$$u_{mf} = 5.86 \times 10^{-4}\ \frac{d_p^2\,(\rho_s-\rho)g}{\mu} \qquad (10.58)$$

Note that the use of Kozeny equation implies that the flow across the particles is streamline.

وتجدر الملاحظة بأن استخدام قانون كوزني يعني أن الجريان عبرالدقائق انسيابياً .

However, if the particles are relatively large, ***Ergun*** equation (9.26), which covers streamline and turbulent flow, will be applied so that we will have

اما اذا كانت الدقائق كبيرة الحجم نسبياً فالأمر يستلزم معادلة *ايركون* المرقمة (9.26) التي تشمل الجريان الأنسيابي والأضطرابي , حيث تصبح المعادلة

$$\frac{-\Delta P}{L} = 150\,\frac{(1-\varepsilon_M)^2}{\varepsilon_M^3}\,\frac{\mu\,u_{mf}}{d_p^2} + 1.75\,\frac{1-\varepsilon_M}{\varepsilon_M^3}\,\frac{\rho\,u_{mf}^2}{d_p} \qquad (10.59)$$

We use equation (10.56) to substitute ($\frac{-\Delta P}{L}$) in equation (10.59) then we multiply the two sides by

نعوض عن ($\frac{-\Delta P}{L}$) من المعادلة (10.56) في المعادلة (10.59) ونضرب طرفي المعادلة بالمقدار

$$\frac{\rho\, d_p^3}{\mu^2\,(1-\varepsilon_M)}$$

We get

فنحصل على

$$\frac{\rho\,(\rho_s-\rho)\,g\,d_p^3}{\mu^2} = 150\,\frac{1-\varepsilon_M}{\varepsilon_M^3} - \frac{u_{mf}\,d_p\,\rho}{\mu} + \frac{1.75}{\varepsilon_M^3}\left(\frac{u_{mf}\,d_p\,\rho}{\mu}\right)^2 \qquad (10.60)$$

Combining equations (10.33 and 10.34) gives

ولكن جمع المعادلتين (10.33 و 10.34) يعطي

$$\frac{\rho\,(\rho_s-\rho)\,g\,d_p^2}{\mu^2} = Ga$$

We also have

وأن

$$\frac{u_{mf}\,d_p\,\rho}{\mu} = Re_M$$

G_a is the Galileo number and Re_M is the Reynolds number at the onset of fluidisation; substitution in equation (10.60) gives

حيث G_a هو رقم غاليليو و Re_M هو رقم رينولدز عند ظروف بدء التميع , وبالتعويض في المعادلة (10.60) نحصل على

$$Ga = 150 \frac{1-\varepsilon_M}{\varepsilon_M^3} Re_M \frac{1.75}{\varepsilon_M^3} {Re_M}^2 \qquad (10.61)$$

10.9.7 Expansion of the Fluidised Bed

10.9.7 تمدد الطبقة المتميعة

Equation (10.59) can be applied to the full range of fluidisation velocities, including the minimum value, thus

يمكن تطبيق المعادلة (10.59) على جميع سرع التميع وليست السرعة الدنيا فقط , أي أن

$$\frac{-\Delta P}{L} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u_f}{d_p^2} + 1.75 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \frac{\rho u_f^2}{d_p} \qquad (10.62)$$

ε denotes the porosity at any given value of fluidisation velocity u_f. Since the size of the particles in many industrial applications is very small, the second term, in the left hand side of equation (10.62), can be ignored to arrive at

وهنا ε مسامية الطبقة المتميعة عند سرع التميع u_f . وفي التطبيقات الصناعية يكون حجم الدقائق صغيراً وسرعة التميع واطئة لذا يمكن اهمال الحد الثاني في الطرف الأيمن للمعادلة (10.62)

$$\frac{-\Delta P}{L} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u_f}{d_p^2} \qquad (10.63)$$

Substituting ($\frac{-\Delta P}{L}$) using equation (10.56)

نعوض عن ($\frac{-\Delta P}{L}$) من المعادلة (10.56)

$$(1-\varepsilon)(\rho_s-\rho) g = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u_f}{d_p^2}$$

$$\therefore\ u_f = \frac{d_p^2\, g}{150\,\mu}\ (\rho_s - \rho)\ \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \qquad (10.64)$$

Equation (10.64) shows how the velocity is related to porosity during fluidisation. Meanwhile, the value of the porosity indicates the extent of bed expansion and therefore the equation can be used to estimate the expansion of the bed.

تبين المعادلة (10.64) علاقة السرعة بالمسامية أثناء عملية التميع , ولما علم ان المسامية تعكس مدى تمدد الطبقة لذا يمكن تطبيق المعادلة لتخمين مقدار تمدد الطبقة .

It is worth noting that fluidisation ends as soon as the velocity of the fluid exceeds the terminal falling velocity of the particles; the ***transportation of particles*** will then begin. If we assume streamline flow across spherical particles, the terminal falling velocity can be computed by equation (10.24).

و تجدر الملاحظة بأن عملية التميع تنتهي حين تصبح سرعة المائع أكبر من سرعة السقوط النهائية للدقائق حيث تبدأ عندئذ عملية ***انتقال الدقائق*** . ويمكن تخمين سرعة السقوط النهائية على اساس قانون ستوكس باستخدام المعادلة (10.24) اذا افترض ان الجريان عبر الدقائق انسيابي وان الدقائق كروية الشكل .

Example 10.7

The catalyst layer in a chemical reactor is in the form of a fluidized bed; it consists of particles with a diameter of 50 µm and a density of 1650 kg/m^3. The viscosity of the fluidising petroleum vapour is 0.02 cp and its density is 3.3 kg/m^3. Compute the minimum fluidising velocity and also the velocity at which transportation of the particles begins. Estimate the expansion of the bed when the velocity is equal to the average value of the two mentioned velocities and determine the type of fluidisation.

مثال 10.7

تستخدم طبقة متميعة متكونة من دقائق عامل مساعد قطرها 50 µm وكثافتها 1650 kg/m^3 في مفاعل كيميائي . فاذا كانت لزوجة البخار النفطي المستخدم للتميع 0.02 cp وكثافته 3.3 kg/m^3 احسب سرعة التميع الدنيا والسرعة التي يبدأ عندها انتقال الدقائق ثم احسب مدى تمدد الطبقة عندما تكون سرعة التميع تساوي متوسط السرعتين اعلاه و كذلك عين نوع التميع .

Solution

الحل

Given

المعلوم

$d_p = 50 \times 10^{-6}$ m, $\rho_s = 1750$ kg/m^3, $\mu = 0.02 \times 10^{-3}$ Ns/m^2

$\rho = 3.36$ kg/m^3, $g = 9.81$ m/s^2

Find

المطلوب

(a) The minimum fluidising velocity
(b) The velocity at which transportation begins
(c) The expansion of the bed
(d) Froude number to determine the type of fluidisation

(أ) حساب سرعة الدنيا للتميع
(ب) حساب السرعة التي يحدث عندها انتقال الدقائق
(ت) مدى تمدد الطبقة
(ث) حساب رقم فرود لتعيين نوع التميع

Assumptions

الافتراضات

The flow across the particles obeys Stokes law

الجريان عبر الدقائق يتبع قانون ستوكس و ذلك لصغرها

(a) We calculate the minimum fluidising velocity using equation (10.58)

(أ) نحسب سرعة التميع الدنيا من المعادلة (10.58)

$$u_{mf} = 5.86 \times 10^{-4} \frac{d_p^2 (\rho_s - \rho) g}{\mu} \qquad \text{Eqn. (10.58)}$$

$$u_{mf} = 5.86 \times 10^{-4} \frac{(50 \times 10^{-6})^2 (1650 - 3.46)\, 9.81}{0.02 \times 10^{-3}}$$

$u_{mf} = \underline{0.0018 \text{ m/}}$s

Transportation begins when the fluidising velocity equals the terminal velocity of the particles.

(ب) يبدأ انتقال الدقائق عندما تبلغ سرعة التميع سرعة السقوط النهائية .

The terminal falling velocity is determined from the following equation

نحسب سرعة السقوط النهائية للدقائق من المعادلة الآتية

$$u_{TA} = \frac{d_A^2\, g}{18\, \mu}\ (\rho_A - \rho) \qquad \text{Eqn. (10.24)}$$

$$u_T = \frac{50 \text{ x } 10^{-6}\ x\ 9.81}{0.02 \text{ x } 10^{-3} \text{ x } 18}\ (1650 - 3.36)$$

$$u_T = \underline{0.112 \text{ m/s}}$$

(c) We compute the expansion of the bed at an average velocity $((u_T + u_{mf})/2)$

(ت) نحسب تمدد الطبقة عند متوسط السرعة $((u_T + u_{mf})/2)$

$$((u_T + u_{mf})/2) = (0.11 + 0.0018)/2 = 0.0569 \text{ m/s}$$

We estimate the porosity from equation (10.64)

نحسب المسامية (10.64)

$$u_f = \frac{d_p^2\, g}{150\, \mu}\ (\rho_s - \rho)\ \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} \qquad \text{Eqn. (10.46)}$$

$$0.0569 = \frac{(50 \text{ x } 10^{-6})^2 \text{ x } 9.81}{150 \text{ x } 0.02 \text{ x } 10^{-3}}\ (1650 - 3.36) \text{ x } \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon}$$

$$\frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = 4.22$$

The porosity is determined by trial and error, it is

وبطريقة التجربة والخطأ نحدد قيمة المسامية وهي

$$\varepsilon = 0.852$$

Applying equation (10.55)

وبتطبيق المعادلة (10.55)

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{1-\varepsilon_1}{1-\varepsilon_2}$$

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{1-0.4}{1-0.852}$$

$$\frac{L_2}{L_1} = \underline{4.05}$$

The answer indicates that, at the onset velocity of fluidisation, the height of the bed has expanded 4 times.

و هـذا يعنـي ان الطبقـة تتمـدد عنـد هـذه السـرعة إلـى اربعـة اضعاف ارتفاعها الأصلي عند بدء التميع .

(d) To know the type of fluidisation, we compute the Froude number

(ث) نحسب رقم فرود لتعيين نوع التمييع

$$F_r = \frac{u_{mf}^2}{g\, d_p}$$

$$F_r = \frac{0.0018^2}{9.81 \times 50 \times 10^{-6}} = \underline{0.0066}$$

The value of the Froude number is less than 1, therefore the fluidisation is of the particulate type.

لما كانت قيمة رقم فرود اصغر من الواحد لذا يحصل تميع دقائقي .

Exercise

تمرين

Solve example 10.7 using Excel.

استخدم اكسل لحل المثال 10.7 .

10.9.8 Applications of fluidisation

10.9.8 تطبيقات التميع

Fluidisation is used extensively in chemical reactors, particularly in the oil industry. For example, the catalyst particles are fluidised by passing the heavy oil vapour at a high temperature though the particles bed. As a result, the heavy oil is converted to lighter products due to the ***cracking of the molecules***.

يستخدم تميع الدقائق كثيراً في المفاعلات الكيميائية وخاصة الصناعات النفطية , فمثلاً تميع طبقة من دقائق العامل المساعد في مفاعل بدرجة حرارة عالية وذلك بتمرير بخار النفط الثقيل والساخن بها مما يؤدي إلى ***تكسير جزيئات النفط*** إلى منتوجات خفيفة .

The fluidisation process is also useful in heat transfer operations. The bed provides a uniform temperature distribution and possesses a relatively high ***heat transfer coefficient***.

يستفاد من عملية التميع في مجالات انتقال الحرارة حيث تمتلك الطبقة المتميعة ***معامل انتقال حرارة*** عال , و تمتاز بانتظام درجة حرارتها .

Drying of solid particles is another operation where fluidisation is very effective.

وتستخدم عملية التميع ايضاً في تجفيف بعض المواد الصلبة .

To improve the efficiency of ***combustion*** of coal, the coal-power is usually fluidised by a stream of air and burned at the same time. This type of combustion requires a lower temperature and releases less ***polluting gases*** such as sulphur dioxide.

ولتحسين عملية ***احتراق*** الفحم يميع مساحيق من الفحم بتمرير تيار الهواء به ويحرق بنفس الوقت , وقد وجد ان الاحتراق بهذه الطريقة يحتاج إلى درجة حرارة اوطأ من الطريقة الأعتيادية كما تنبعث كميات أقل من ***الغازات الملوثة*** مثل ثاني اوكسيد الكبريت .

In the end, we may conclude that fluidization is effective in processes that include contact of gases with particles. The main reason is the significant increase in contact area between the two phases.

و ختاماً يمكن القول ان عملية التميع مفيدة اينما تستوجب العمليات الصناعية تماساً بين الغاز والدقائق الصلبة , لأن التميع يزيد مساحة التماس بين الطورين إلى درجة كبيرة .

10.10 Symbols الرموز 10.10

Quantity	الأبعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Area	L^2	m^2	A	المساحة
Projected area of element	L^2	m^2	A_p	مساحة مسقط الجسيم
Drag coefficient	--	--	C_D	معامل الجر
Lift coefficient	--	--	C_L	معامل الرفع
Diameter of particle A	L	m	d_A	قطر الدقيقة A
Diameter of particle B	L	m	d_B	قطر الدقيقة B
Diameter of a particle	L	m	d_p	قطر دقيقة معينة
Drag force	MLT^{-2}	N	F_D	قوة الجر
Lift force	MLT^{-2}	N	F_L	قوة الرفع
Gravity acceleration	LT^{-2}	m/s^2	g	التعجيل الجاذبي
Galileo number	--	--	Ga	رقم غاليليو
Constant	--	--	k'	ثابت
Height of a packed bed	L	m	l	ارتفاع الطبقة الثابتة
Height of a fluidised bed	L	m	L	ارتفاع الطبقة المتميعة
Height of pores-free packed bed	L	m	L_0	ارتفاع طبقة الدقائق باعتبارها خالية من المسامات
Molecular weight	--	kg/kmol	M	الوزن الجزيئي
Rotation speed	T^{-1}	rpm	N	سرعة الدوران (دورة في الدقيقة)
Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	P	الضغط
Pressure drop	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	$-\Delta P$	هبوط الضغط
Volumetric flow rate	L^3T^{-1}	m^3/s	Q	معدل الجريان الحجمي
Radius of particle rotation	L	m	r	نصف قطر مجال الدوران للدقيقة
Universal gas constant	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$	kg/kmol K	R_0	ثابت الغازات العام
Reynolds number	--	--	Re	رقم رينولدز
Re at onset of fluidisation	--	--	Re_M	رقم رينولدز عند بدء التميع
Specific area of particles	L^{-1}	m^2/m^3	S	المساحة النوعية للدقائق
Time	T	s	t	الزمن
Temperature	θ	K	T	درجة الحرارة
Fluidising velocity	LT^{-1}	m/s	u_f	سرعة المائع خلال الطبقة المتميعة
Minimum fluidising velocity	LT^{-1}	m/s	u_{mf}	سرعة التميع الدنيا
Average velocity of the fluid across a solid particle	LT^{-1}	m/s	u_0	متوسط سرعة جريان المائع عبر الجسم الصلب
Terminal falling velocity	LT^{-1}	m/s	u_T	سرعة السقوط النهائية
Specific volume	L^3M^{-1}	m^3/kg	v	الحجم النوعي
Porosity	--	--	ε	المسامية
Minimum fluidisation porosity	--	--	ε_M	مسامية التميع الدنيا
Viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ	اللزوجة
Density of fluid	ML^{-3}	kg/m^3	ρ	كثافة المائع
Density of particle	ML^{-3}	kg/m^3	ρ_s	كثافة الدقائق الصلبة
Angular velocity	T^{-1}	rad/s	ω	السرعة الزاوية

10.1 Problems

$g = 9.81$ m/s^2

10.11 مسائل

10.1 Calculate the terminal falling velocity of a solid spherical particle with a diameter of 0.55 mm falling in a fluid with a density of 10^3 kg/m^3 and a viscosity of 0.1 Ns/m^2. The density of the solid particle is 4.3 x 10^3 kg/m^3, assume that the drag force is given by Stokes law.

10.1 احسب سرعة السقوط النهائية لدقيقة صلبة كروية الشكل قطرها 0.55 mm تهبط في سائل كثافته 10^3 kg/m^3 ولزوجته 0.1 Ns/m^2 علماً ان كثافة المادة الصلبة 4.3 x 10^3 kg/m^3 , افترض ان قوة الجر تعطى من قانون ستوكس .

Ans ج

4.49 x 10^{-3} m/s

10.2 Compute the time required for quartz particles to settle, at the terminal falling velocity, in a vessel containing water at a depth of 2.5 m.

10.2 احسب الزمن اللازم لترسيب دقائق من مادة الكوارتز بسرعة السقوط النهائية في وعاء يحتوي ماء بعمق 2.5 m

Particle diameter = 0.25 mm
Density of quartz = 2.65 x 10^3 kg/m^3
Density of water = 10^3 kg/m^3
Viscosity of water = 10^{-3} Ns/m

قطر الدقائق = 0.25 mm
كثافة الكوارتز = 2.65 x 10^3 kg/m^3
كثافة الماء = 10^3 kg/m^3
لزوجة الماء = 10^{-3} Ns/m^2

10.3 If the diameter of the largest solid particle that settles according to Stokes law is 0.048 mm, calculate the density of the solid particle.

10.3 اذا علمت ان قطر اكبر دقيقة من مادة صلبة تترسب في الماء بموجب قانون ستوكس هو 0.048 mm احسب كثافة المادة الصلبة

كثافة الماء = 10^3 kg/m^3
لزوجة الماء= 10^{-3} Ns/m^2

Density of water =10^3 kg/m^3
Viscosity of water = 10^{-3} Ns/m

Ans ج

4316 kg/m^3

10.4 Evaluate Galileo number for a spherical particle with a diameter of 0.42 mm and a density of 7870 kg/m^3, settling in a petroleum liquid of a density 820 kg/m^3 and a viscosity of 0.01 Ns/m^2. Also calculate the terminal falling velocity.

10.4 احسب رقم غاليليو لدقيقة كروية الشكل قطرها 0.42 mm و كثافتها 7870 kg/m^3 عندما تترسب في سائل نفطي كثافته 820 kg/m^3 ولزوجته 0.01 N/sm^2 ثم احسب سرعة السقوط النهائية .

10.5 Calculate the mass of a spherical particle with a density of 7500 kg/m^3, falling in a vessel full of water at a velocity of 0.56 m/s.

Density of water =10^3 kg/m^3
Viscosity of water = 10^{-3} Ns/m

10.5 احسب كتلة جسم كروي كثافته 7500 kg/m^3 يهبط في وعاء عميق مملوء بالماء بسرعة ثابتة قدرها 0.56 m/s

كثافة الماء 10^3 kg/m^3
لزوجة الماء 10^{-3} Ns/m^2

10.6 The separation of particles A from particles B is based on the terminal falling velocity in a liquid. If the density ratio of particles A to liquid is (1.9/1), and the density ratio of particles B to liquid is (1.35/1), show that the ratio of the largest diameter of particles A to the smallest diameter of particles B is 1.61. This is to achieve complete separation assuming streamline flow across the particles.

10.6 تفرز دقائق من المادة A عن المادة B باستخدام سائل على اساس الفرق بمقدار سرعة السقوط النهائية للدقائق . فاذا كانت نسبة كثافة المادة A إلى السائل تساوي (1.9/1) ونسبة كثافة المادة B إلى كثافة السائل تساوي (1.35/1) , اثبت ان نسبة قطر أكبر دقيقة من المادة A إلى قطر اصغر دقيقة من المادة B تساوي 1.61 للحصول على فصل تام بين دقائق المادتين , افترض جرياناً انسيابياً عبر الدقائق .

10.7 Determine the volume of a plate with a density of 3000 kg/m^3 descending in a liquid, with a density of 820 kg/m^3 and a viscosity of 10 mNs/m^2, at a terminal velocity of 0.159 m/s. ($k' = 0.0285$)

10.7 احسب حجم صفيحة كثافتها 3000 kg/m^3 تهبط في سائل كثافته 820 kg/m^3 ولزوجته 10 mNs/m^2 بسرعة سقوط نهائية مقدارها 0.159 m/s , علماً ان ($k' = 0.0285$)

Ans ج

6 x 10^{-7} m^3

10.8 Prove that the ***relative velocity*** of a fluid past a spherical particle is given by

10.8 اثبت ان ***سرعة الجريان النسبية*** لمائع عبر دقيقة كروية تعطى من

$$u_0 = \sqrt{\frac{4}{3}\frac{d_p\, g\, (\rho_s - \rho)}{\rho\, C_D}}$$

Calculate the air velocity required to make a 0.0995 m diameter solid particle move upwards at an absolute velocity of 0.5 m/s. C_D = 5.56, density of the particle is 2400 kg/m^3, density of air is 1.3 kg/m^3 and viscosity of air is 1. 7 x 10^{-5} Ns/m^2

ثم احسب سرعة تيار الهواء اللازمة لدفع دقيقة صلبة قطرها 0.0995 mm إلى الاعلى بسرعة مطلقة قدرها 0.5 m/s . علماً ان معامل الجر (C_D = 5.56) وكثافة مادة الدقيقة 2400 kg/m^3 و كثافة الهواء 1.3 kg/m^3 و لزوجته 1.7 x 10^{-5} Ns/m^2

Ans ج

1.157 m/s

10.9 Food particles, mixed with a liquid, are separated in a centrifuge with an external diameter of 32 mm, an internal diameter of 5 mm and a height of 100.1 mm. The diameter of the particle is 5 x 10^{-2} mm and its density is 1050 kg/m^3. The density of the liquid is 10^3 kg/m^3 and its viscosity is 1.2 x 10^{-3} Ns/m^2. Compute the flow rate when the centrifuge is spinning at 3000 rpm.

10.9 تفرز دقائق من مادة غذائية مخلوطة بسائل بواسطة فرازة طرد مركزي قطرها الخارجي 32 mm وقطرها الداخلي 5 mm وارتفاعها 100.1 mm . فاذا كان قطر الدقائق 5 x 10^{-2} mm و كثافتها 1050 kg/m^3 . و كثافة السائل 10^3 kg/m^3 , و لزوجة السائل 1.2 x 10^{-3} Ns/m^2 . احسب معدل الجريان حين تدور الفرازة بسرعة دوران مقدارها 3000 دورة بالدقيقة .

10.10 Air, at 400 ^{0}C and 17 bar-abs, is used to fluidise 32700 kg of sand in a cylindrical vessel. The diameter of the vessel is 3.05 m and that of the particle is 0.147 mm. If the density of the particles is 2690 kg/m^3, calculate

(a) The height of the sand layer at the onset of fluidisation
(b) The pressure drop in the fluidised bed
(c) The minimum fluidising velocity
(d) The velocity at which transportation of the particles takes place. Assume streamline flow across the particles. Is the assumption correct?

Air constant, R = 0.287 kJ/kgK
Viscosity of air at fluidization conditions = 0.032 cp

Find ε_M from the curves of Fig 10.12

10.10 ميعت 32700 kg من الرمل باستخدام الهواء بدرجة حرارة 400 ^{0}C وضغط مطلق مقداره 17 bar في وعاء اسطواني الشكل قطره 3.05 m فاذا كان قطر دقائق الرمل 0.147 mm و كثافته 2690 kg/m^3 , أحسب

(أ) ارتفاع طبقة الرمل عند بدء التميع
(ب) هبوط الضغط في الطبقة المتميعة
(ت) سرعة التميع الدنيا
(ث) السرعة التي يحدث عندها انتقال الدقائق مفترضاً جرياناً انسيابياً عبر الدقائق , هل افتراضك صحيح ؟

قيمة ثابت الهواء (R = 0.287 kJ/kgK)
لزوجة الهواء في ظروف التميع = 0.032 cp

أوجد ε_M من منحنيات الشكل 10.12

Ans ج

(a) 3.688 m , (b) 43.651 kN/m^2

(c) 0.0368 m/s , (d) 0.9867 m/s

The assumption is wrong الافتراض خطأ

10.11 Short research projects

10.11 مشاريع بحثية قصيرة

10.11.1 Discuss the importance of drag forces in the design of aircraft.

10.11.1 نـاقش اهميـة قـوى الجـر فـي حسـابات تصـميم الطائرات .

10.11.2 List the different types of separators used to separate solid particles from fluids. Write about the most important industry that involves slurry treatment

10.11.2 مـا هـي انـواع اجهـزة فصـل الـدقائق الصـلبة عـن الموائع . أكتب عن اهم المجـالات الصـناعية التـي تشـتمل علـى معالجة خلائط الصلب والسائل

10.11.3 "Centrifugal separation is one of the most important unit operations in industry" discuss this statement

10.11.3 ناقش العبارة "الفصل باستخدام الطرد المركزي هو احد عمليات الوحدات الصناعية المهمة"

10.11.4 Describe the solid-liquid separation in the food industry

10.11.4 اكتـب شـرحاً تفصـيلياً عـن عمليـات فصـل المـواد الصلبة عن السوائل في مجال الصناعات الغذائية

10.11.5 Use the internet to conduct research on the practical applications of fluidisation

10.11.5 استخدم الانترنت لاجراء بحثاً عن التطبيقات العملية لعملية التمبع.

Chapter 11 الفصل الحادي عشر

Learning objectives of chapter 11

When you complete this chapter you should be able to:

1. Derive the continuity equation and solve relevant problems
2. Develop and apply the Navier-Stokes equations
3. Understand boundary layer analysis
4. Solve boundary layer equations by the Blasius method
5. Apply Von Karman analysis to the boundary layer
6. Understand turbulence and solve relevant problems
7. Develop a velocity distribution equation using the mixing length theory

اهداف دراسة الفصل الحادي عشر

بعد الانتهاء من دراسة هذا الفصل ستتمكن من:

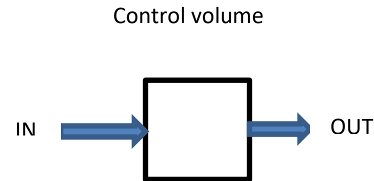
1. اشتقاق معادلة الاتصال وحل المسائل ذات العلاقة
2. اشتقاق وتطبيق معادلات نافير- ستوكس
3. فهم تحليلات الطبقة المتاخمة
4. حل معادلات الطبقة المتاخمة بطريقة بلاسيوس
5. تطبيق تحليلات فون كارمن في الطبقة المتاخمة
6. فهم ظاهرة اضطراب الجريان وحل المسائل ذات العلاقة
7. اشتقاق معادلة توزيع السرعة بطريقة نظرية طول الامتزاج

11.1 Introduction

In chapter 4, we developed a number of equations based on mass, energy and momentum balances. We noted that, to solve fluid flow problems, it is imperative to know the fluid condition at both the inlet and the exit of the control volume. The equations were useful to estimate the pressure drop and velocity distribution in pipes. In this chapter we will develop differential equations of a general nature; these will be based on balances in ***a differential control volume***. The equations will provide a method of estimating the changes in the properties that may occur during the fluid flow. The differential equations can also be simplified to suit the problem under study; this is usually done by neglecting the irrelevant terms. We will also show how these equations can be applied to the analysis of the flow in the turbulent or laminar boundary layer.

11.1 المقدمة

درسنا في الفصل الرابع معادلات اشتقت على اساس موازنة الكتلة والطاقة والزخم في حجم التحكم , ولاحظنا بان حل مسائل جريان الموائع يستلزم معرفة ظروف المائع في نقطتي دخوله وخروجه من حجم التحكم , وكانت تلك المعادلات مفيدة جداً لتخمين هبوط الضغط وتوزيع السرعة في الانابيب . وهنا سنتعرض إلى اشتقاق معادلات تفاضلية شاملة على اساس الموازنة أيضاً ولكن في حجم تحكم متناهي الصغر يسمى ***حجم التحكم التفاضلي*** . وستمنح هذه المعادلات وسيلة لتخمين التغيرات التي ستطرأ على خواص المائع اثناء جريانه , وكذلك يمكن تبسيط المعادلة التفاضلية لتلائم أي مسألة مطلوب حلها وذلك بحذف ما هو غير مهم منها , وسنوضح ايضاً كيف تستخدم هذه المعادلات التفاضلية في تحليلات الجريان في الطبقة المتاخمة سواء أكان اضطرابياً أم طباقياً .



11.2 The Differential Continuity Equation

Let us perform a mass balance for a fluid with a density ρ, passing through an ***infinitesimal*** control volume having the dimensions Δx, Δy and Δz, as shown in Fig 11.1

11.2 معادلة الاتصال التفاضلية

يمكن اجراء موازنة الكتلة لجريان مائع كثافته ρ خلال حجم تحكم ***متناهي الصغر*** ابعاده Δx , Δy , Δz والموضح في الشكل 11.1 على النحو الآتي

(mass *flow rate in) – (mass flow rate out) = (rate of accumulation in the control volume)*

(معدل جريان الكتلة الداخلة) – (معدل جريان الكتلة الخارجة) = معدل تجمع الكتلة في حجم التحكم)

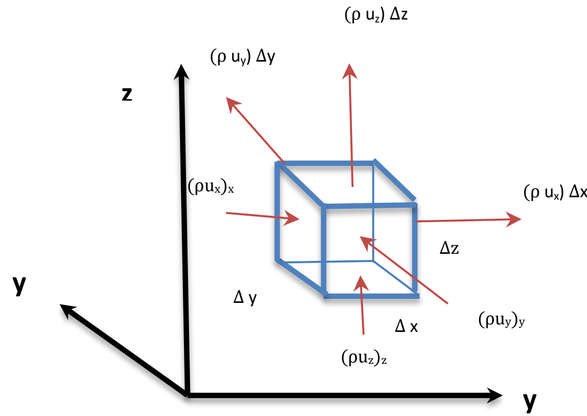


Fig 11.1 Infinitesimal control volume

الشكل 11.1 حجم التحكم متناهي الصغر

.

The rate of mass accumulation is

المعدل الزمني لتجمع الكتلة هو

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\ \Delta x\ \Delta y\ \Delta z)$$

The in-mass flow rate in the x direction across the surface (Δy Δz) is

معدل جريان الكتلة الداخلة بالاتجاه x عبر السطح (Δy Δz)

$$\rho\ u_x|_x\ \Delta y\ \Delta z \quad \text{kg/s}$$

The out-mass flow rate in the x direction across the surface (Δy Δz)

معدل جريان الكتلة الخارجة بالاتجاه x عبر السطح (Δy Δz)

$$\rho\ u_x|_{x+\Delta x}\ \Delta y\ \Delta z \quad \text{kg/s}$$

The in-mass flow rate in the y direction across surface (Δx Δz)

معـدل جريـان الكتلـة الداخلـة بالاتجـاه y عبـر السـطح (Δx Δz)

$$\rho\, u_y|_y\ \Delta x\ \Delta z$$

The out-mass flow rate in the y direction across surface (Δx Δz)

معدل جريان الكتلة الخارجة بالاتجاه y عبر السطح (Δx Δz)

$$\rho\, u_y|_{y+\Delta y}\ \Delta x\ \Delta z$$

The in-mass flow rate in the z direction across surface (Δx Δy)

معـدل جريـان الكتلـة الداخلـة بالاتجـاه z عبـر السـطح (Δx Δy)

$$\rho\, u_z|_z\ \Delta x\ \Delta y$$

The out-mass flow rate in the z direction across surface (Δx Δy)

معـدل جريـان الكتلـة الخارجـة بالاتجـاه z عبـر السـطح (Δx Δy)

$$\rho\, u_z|_{z+\Delta z}\ \Delta x\ \Delta y$$

We now substitute in the mass balance statement

والآن نعوض في معادلة موازنة الكتلة

$$[\rho\, u_x|_x\ \Delta y\ \Delta z + \rho\, u_y|_y\ \Delta x\ \Delta z + \rho\, u_z|_z\ \Delta x\ \Delta y] - [\rho\, u_x|_{x+\Delta x}\ \Delta y\ \Delta z + \rho\, u_y|_{y+\Delta y}\ \Delta x\ \Delta z + \rho\, u_z|_{z\,\Delta z}\ \Delta x\ \Delta y] = \frac{\partial}{\partial t}(\rho\ \Delta x\ \Delta y\ \Delta z) \qquad (11.1)$$

Dividing the equation by (Δx Δy Δz) and rearranging, we obtain

وبتقسيم المعادلة على (Δx Δy Δz) واعادة ترتيبها نحصل على

$$\frac{\rho\, u_x|_x - \rho\, u_x|_{x+\Delta x}}{\Delta x} + \frac{\rho\, u_y|_y - \rho\, u_y|_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \frac{\rho\, u_z|_z - \rho\, u_z|_{z+\Delta z}}{\Delta z} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad (11.2)$$

If the values of Δx, Δy and Δz approach zero, we obtain the differential continuity equation as follows

وعندما تقترب قيم (Δx , Δy , Δz) من الصفر نحصل على معادلة الاتصال التفاضلية بالصيغة الآتية

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left[\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} \right] \qquad (11.3)$$

Velocity is a vector quantity and therefore we can write equation (11.3) in the following format

والمعلوم ان السرعة هي كمية متجهة لذا يمكن كتابة المعادلة (11.3) على النحو الآتي

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot \rho\, u \qquad (11.4)$$

∇ is “div” u

Applying partial differentiation to equation (11.3), we get

وبمفاضلة المعادلة (11.3) جزئياً نحصل على

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial z} \right) - \left(u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \qquad (11.5)$$

Equation (11.5) can be rearranged as follows

و يمكن ترتيب المعادلة (11.5) على النحو الآتي

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = - \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} \right) \qquad (11.6)$$

Since we have

ولما علم أن

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + u_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + u_z \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{D\rho}{Dt} \qquad (11.7)$$

Where $\frac{D\rho}{Dt}$ is called ***substantial derivative***.

حيث $\frac{D\rho}{Dt}$ هو ***المشتقة الاساسية*** .

We also know

وكذلك أن

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} = \nabla . u \qquad (11.8)$$

Substituting in equation (11.6) leads to

اذن تصبح المعادلة (11.6) بعد التعويض

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\,(\nabla . u) = 0 \qquad (11.9)$$

Example 11.1

مثال 11.1

A fluid flows over a plate surface in the x direction. If the velocity in the z direction is negligible, conduct an analysis based on the continuity equation.

ينساب مائع غير انضغاطي فوق سطح صفيحة معينة بالاتجاه x . فاذا كانت السرعة بالاتجاه z مهملة , أجر تحليلاً مستخدماً معادلة الاتصال .

Solution

الحل

Since the fluid is incompressible, the density will be constant and therefore

لما كان المائع غير انضغاطي لذا تكون الكثافة ثابتة المقدار أي أن

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0$$

Equation (11.9) will be reduced to

فتختصر المعادلة (11.9) إلى

$$\rho\,(\nabla . u) = 0$$

Or

أو بصيغة اخرى

$$\rho\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z}\right) = 0 \qquad (11.10)$$

The velocity in the z direction is zero, thus equation (11.10) will change to

و لكن السرعة بالاتجاه z تساوي صفراً اذن تصبح المعادلة (11.10)

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \qquad (11.11)$$

$$\therefore \quad \frac{\partial u_x}{\partial x} = -\frac{\partial u_y}{\partial y} \qquad (11.12)$$

11.3 Navier–Stokes Equations

11.3 معادلات نافير ستوكس

These equations are the differential form for Newton's second law, or better known as the law of conservation of momentum, which was covered in chapter 4. It can be stated as follows

تمنح هذه المعادلات صيغة تفاضلية لقانون نيوتن الثاني أو قانون حفظ الزخم الذي مر شرحه في الفصل الرابع , ويمكن كتابته على الوجه الآتي

(momentum out) – (momentum in) + (rate of accumulation of momentum) = (net forces acting on the control volume)

(معدل الزخم الخارج) - (معدل الزخم الداخل) + (معدل تجمع الزخم) = (مجمل القوى الخارجية المؤثرة على حجم التحكم).

Momentum is transferred through a control volume by two methods; one is called ***convection transport*** and the other is ***molecular transport***. We will apply the two methods to perform a balance for the control volume shown in Fig 11.1.

يتم نقل الزخم خلال حجم التحكم بطريقتين هما ***الانتقال بالحمل والانتقال الجزيئي*** , وسنجري موازنة لحجم التحكم المبين في الشكل 11.1 تخص انتقال الزخم بكلا الطريقتين .

(a) Momentum transfer by convection

(أ) انتقال الزخم بالحمل

The rate of transfer of the ***momentum component*** ($\rho\, u_x$) entering the control volume, by convection, in the x direction across surface ($\Delta y\, \Delta z$) is

معدل انتقال ***مركبة الزخم*** ($\rho\, u_x$) بالحمل الداخلة إلى حجم التحكم بالاتجاه x عبر السطح ($\Delta y\, \Delta z$) هو

$$\rho\, u_x\, u_x\, |_x\, \Delta y\, \Delta z$$

Note that the ***rate of momentum transfer*** is equal to the mass flow rate multiplied by the velocity.

و تجدر الملاحظة بان ***معدل انتقال الزخم*** يساوي معدل الجريان الكتلي مضروباً بالسرعة .

The rate of transfer of the exit momentum component is

معدل خروج مركبة الزخم هو

$$\rho\, u_x\, u_x\, |_{x+\Delta x}\, \Delta y\, \Delta z$$

The rate of transfer of the momentum component ($\rho\ u_x$) entering the control volume, by convection, in the y direction across surface ($\Delta x\ \Delta z$) is

معدل انتقال مركبة الزخم ($\rho\ u_x$) بالحمل الداخلة إلى حجم التحكم بالاتجاه y عبر السطح ($\Delta x\ \Delta z$)

$$\rho\ u_y\ u_x\ |_y\ \Delta x\ \Delta z$$

The rate at the exit

ومعدل خروجها منه

$$\rho\ u_y\ u_x\ |_{y+\Delta y}\ \Delta x\ \Delta z$$

The rate of transfer of the momentum component ($\rho\ u_x$) entering the control volume, by convection, in the z direction across surface ($\Delta x\ \Delta y$) is

معدل انتقال مركبة الزخم ($\rho\ u_x$) بالحمل الداخلة إلى حجم التحكم بالاتجاه z عبر السطح ($\Delta x\ \Delta y$)

$$\rho\ u_z\ u_x\ |_z\ \Delta x\ \Delta y$$

The rate at the exit

ومعدل خروجها منه

$$\rho\ u_z\ u_x\ |_{z+\Delta z}\ \Delta x\ \Delta y$$

Hence, the net transfer of the momentum component ($\rho\ u_x$) is

اذن مقدار انتقال مركبة الزخم ($\rho\ u_x$) الصافي هو

$$[\rho\ u_x\ u_x\ |_x\ \Delta y\ \Delta z + \rho\ u_y\ u_x\ |_y\ \Delta x\ \Delta z + \rho\ u_z\ u_x\ |_z\ \Delta x\ \Delta y]$$

$$-\ [\rho\ u_x\ u_x\ |_{x+\Delta x}\ \Delta y\ \Delta z + \rho\ u_y\ u_x\ |_{y+\Delta y}\ \Delta x\ \Delta z + \rho\ u_z\ u_x\ |_{z+\Delta z}\ \Delta x\ \Delta y]$$

Rearranging

وباعادة ترتيبها

$$[\rho\ u_x\ u_x\ |_x - \rho\ u_x\ u_x\ |_{x+\Delta x}]\ \Delta y\ \Delta z + [\rho\ u_y\ u_x\ |_y - \rho\ u_y\ u_x\ |_{y+\Delta y}]\ \Delta x\ \Delta z$$

$$+\ [\rho\ u_z\ u_x\ |_z - \rho\ u_z\ u_x\ |_{z+\Delta z}]\ \Delta x\ \Delta y \qquad (11.13)$$

(b) Molecular transfer of momentum

(ب) انتقال الزخم الجزيئي

Fig 11.2 shows the stresses, associated with the momentum component in the x direction, acting on the control volume.

يوضح الشكل 11.2 الاجهادات المؤثرة في حجم التحكم التي تخص مركبة الزخم بالاتجاه x .

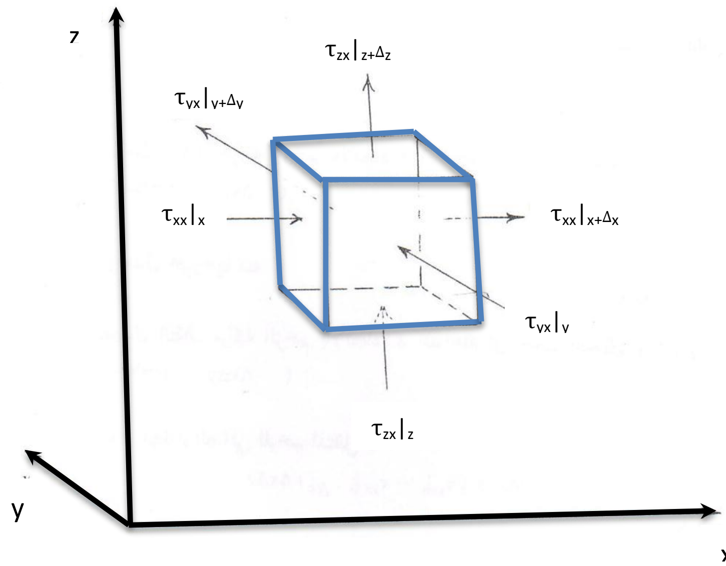


Fig 11.2 Stresses acting on the control volume

الشكل 11.2 الاجهادات المؤثرة في حجم التحكم

It is well known that shear stresses arise due to the effect of the ***viscous forces***. Newton's viscosity law is used to evaluate such stresses, for example

ومن المعروف ان اجهادات القص تنشأ نتيجة تأثير ***القوى اللزجة*** في المائع الجاري , وتعطى عادة من قانون نيوتن الذي يعنى باللزوجة , فمثلاً

$$\tau_{zx} = -\mu \frac{du_x}{dz} \qquad (11.14)$$

The significance of equation (11.14) can be explained by the fact that the fluid layer at (z = 0) possesses an amount of momentum in the direction x.

و يمكن تفسير مغزى المعادلة (11.14) بالمعلومة بأن طبقة المائع في الموقع (z = 0) تمتلك مقداراً معيناً من الزخم بالاتجاه x .

As z increases in value, the layer passes some of the momentum to the next layer to keep it flowing in the x direction. This implies that the x component of momentum is transmitted within the flowing fluid in the x direction. Thus we can consider the ***shear stress*** τ_{zx} as a ***flux*** for the z component of momentum. In fact, the term flux means momentum per unit area.

وانها تعطي جزءاً منه إلى الطبقة المجاورة أي عند ازدياد z وذلك لإبقاءها في حالة الجريان بالأتجاه x . وهذا يعني ان مركبة الزخم بالاتجاه x تنتقل في المائع الجاري بالاتجاه x . و عليه يمكن عد ***اجهاد القص*** τ_{zx} ***كفيض*** بالأتجاه z لمركبة الزخم , وهنا يقصد بالفيض الزخم لوحدة المساحة.

Reverting to momentum balance for molecular transfer across the control volume, we have

والآن نعود إلى موازنة الزخم المنتقل بطريقة الأنتقال الجزئي عبر حجم التحكم

The rate of transfer for the x component of momentum entering the control volume in the x direction across surface (Δz Δy) is

معدل انتقال مركبة الزخم بالأتجاه x الداخلة إلى حجم التحكم بالاتجاه x عبر السطح (Δy Δz)

$$\tau_{xx}|_x \; \Delta z \, \Delta y$$

The rate of transfer at the exit is

و معدل خروجه منه

$$\tau_{xx}|_{x+\Delta x} \; \Delta z \, \Delta y$$

The rate of transfer for the x component of momentum entering the control volume in the y direction across surface (Δx Δz) is

معدل انتقال مركبة الزخم بالاتجاه x الداخلة إلى حجم التحكم بالاتجاه y عبر السطح (Δx Δz)

$$\tau_{xx}|_y \; \Delta x \, \Delta z$$

The rate of transfer at the exit is

و معدل خروجه منها

$$\tau_{xx}|_{y+\Delta y} \; \Delta x \, \Delta z$$

The rate of transfer for the x component of momentum entering the control volume in the z direction across surface (Δx Δy) is

معدل انتقال مركبة الزخم بالاتجاه x الداخلة إلى حجم التحكم بالاتجاه z عبر السطح (Δx Δy)

$$\tau_{xx}|_z \; \Delta x \, \Delta y$$

The rate of transfer at the exit is

ومعدل خروجه منها

$$\tau_{xx}|_{z+\Delta z}\ \Delta x\ \Delta y$$

Thus the net momentum transfer will be

اذن المقدار الصافي للزخم المنتقل

$$(\tau_{xx}|_{x} - \tau_{xx}|_{x+\Delta x})\ \Delta z\ \Delta y + (\tau_{xx}|_{y} - \tau_{xx}|_{y+\Delta y})\ \Delta x\ \Delta z + (\tau_{xx}|_{z} - \tau_{xx}|_{z+\Delta z})\ \Delta x\ \Delta y \qquad (11.15)$$

(c) Forces acting on the control volume

(ت) القوى المؤثرة في حجم التحكم

The forces, due to pressure and gravity, act on the element of the fluid in three directions. The ***net force*** acting in the x direction can be computed as follows

تؤثر قوى الضغط وقوى الجاذبية في جسيم المائع بالاتجاهات الثلاثة , ويمكن حساب ***صافي القوى*** المؤثرة بالاتجاه x على النحو الآتي

$$(P_x|_{x} - P_x|_{x+\Delta x})\ \Delta y\ \Delta z + \rho\ (\Delta x\ \Delta y\ \Delta z)\ g_x \qquad (11.16)$$

g_x = the x component of gravity acceleration
ρ = density of the fluid
P = fluid pressure

g_x = مركبة التعجيل الجاذبي بالاتجاه x
ρ = كثافة المائع
P = ضغط المائع

The rate of accumulation of the momentum component (($\rho\, u_x$) is

معدل تجمع مركبة الزخم ($\rho\, u_x$)

$$\Delta x\ \Delta y\ \Delta z\ \frac{\partial(\rho\ u_x)}{\partial t} \qquad (11.17)$$

Combining equations (11.13, 11.15, 11.16 and 11.17) with the momentum balance equation, dividing the two sides of the resulting equation by ($\Delta x \ \Delta y \ \Delta z$) and converting it to the differential form by assuming ($\Delta x \ \Delta y \ \Delta z$) approach zero, we obtain

والآن نعـــوض المعـــادلات (11.13 و 11.15 و 11.16 و 11.17) في معادلة موازنة الزخم ونقسم طرفي المعادلة الناتجة علـى ($\Delta x \ \Delta y \ \Delta z$) , ثـم نحولهـا إلـى الصـيغة التفاضـلية باعتبار ($\Delta x \ \Delta y \ \Delta z$) تقترب من الصفر فنحصل على

$$\frac{\partial(\rho\, u_x)}{\partial t} = -\left[\frac{\partial(\rho\, u_x\, u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\, u_x\, u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\, u_x\, u_z)}{\partial z}\right] - \left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right] - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho\, g_x \quad (11.18)$$

Following similar steps, we can develop differential equations for the y and z components of the momentum to get

وباتبـاع نفـس الخطـوات نسـتطيع اشـتقاق معـادلات تفاضـلية لمركبتي الزخم بالاتجاهين y و z فنحصل على

$$\frac{\partial(\rho\, u_y)}{\partial t} = -\left[\frac{\partial(\rho\, u_x\, u_y)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\, u_y\, u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\, u_z\, u_y)}{\partial z}\right] - \left[\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\right] - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho\, g_y \quad (11.19)$$

$$\frac{\partial(\rho\, u_z)}{\partial t} = -\left[\frac{\partial(\rho\, u_x\, u_z)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\, u_y\, u_z)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\, u_z\, u_z)}{\partial z}\right] - \left[\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right] - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho\, g_z \quad (11.20)$$

Combining the continuity equation (11.3) with equation (11.18), we obtain the flow equation in the x direction as follows

وبدمج معادلة الاتصال (11.3) مع المعادلة (11.18) نستطيع الحصول على معادلة الجريان بالاتجاه x

$$\frac{Du_x}{Dt} = -\left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right] + \rho\, g_x - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (11.21)$$

We can develop two more equation for the dimensions y and z similar to (11.21). Now, combining the resulting equations will actually give a general flow equation in the following format

ويمكن الحصول على معادلتين مماثلتين للمعادلة (11.21) للاتجاهين y و z وبجمع المعادلات نحصل على معادلة جريان عامة بالصيغة الآتية

$$\rho \frac{Du}{Dt} = - [\nabla.\tau] - \nabla.P + \rho\, g \qquad (11.22)$$

Equations (11.18 and 11.22) can be applied to any fluid, regardless of the type of relationship between the shear stress and velocity gradient. The relationships for Newtonian fluids take the following forms

نطبق المعادلات (11.18 و 11.22) لأي مائع كان بغض النظر عن نوع العلاقة بين اجهاد القص وتدرج السرعة , وقد وجد ان العلاقات التي تخص الموائع النيوتنية تتخذ الصيغ الآتية

For the shear stresses, we have

وفيما يخص اجهادات القص , لدينا

$$\tau_{xx} = - 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{2}{3}\mu (\nabla.u) \qquad (11.23)$$

$$\tau_{yy} = - 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{2}{3}\mu (\nabla.u) \qquad (11.24)$$

$$\tau_{zz} = - 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{2}{3}\mu (\nabla.u) \qquad (11.25)$$

The relationships between shear stresses and the velocity gradient are given according to Stokes equations of viscosity as follows

وتعطى العلاقات بين اجهادات القص وتدرج السرعة بموجب معادلات ستوكس للزوجة على النحو الآتي

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = - \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \qquad (11.26)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = - \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \qquad (11.27)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = -\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \qquad (11.28)$$

If equations (11.28 – 11.23) are combined with equation (11.21) and also with equations of the dimensions z and y, we obtain

وعندما نعوض المعادلات (11.23 - 11.28) في المعادلة (11.21) وفي المعادلات المماثلة للاتجهاين y , z نحصل على

$$\rho \frac{Du_x}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu (\nabla.u) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \right]$$
$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x \qquad (11.29)$$

$$\rho \frac{Du_y}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu (\nabla.u) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \right]$$
$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y \qquad (11.30)$$

$$\rho \frac{Du_z}{Dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu (\nabla.u) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \right] \right.$$
$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z \qquad (11.31)$$

Assuming the density and viscosity are constants, we obtain

واذا افترضنا الكثافة ثابتة المقدار وكذلك اللزوجة , فسيكون

$$\nabla . u = 0 \qquad (11.32)$$

Combining equation (11.32) with equations (11.29, 11.30 and 11.31) we get the ***Navier Stokes equations*** for incompressible flow, which are

و بتعويض المعادلة (11.32) في المعادلات (11.29 , 11.30 , 11.31) نحصل على ***معادلات نافير – ستوكس*** للجريان غير الانضغاطي , وهي

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x \qquad (11.33)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y \qquad (11.34)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z \qquad (11.35)$$

Combining the above three equations, we obtain the general Navier-Stokes equation

وبجمع المعادلات الثلاث نحصل على الصيغة العامة لمعادلة نافير – ستوكس

$$\rho \frac{Du}{Dt} = - \nabla P + \rho\, g + \mu\, \nabla^2 u \qquad (11.36)$$

Example 11.2

مثال 11.2

Derive the velocity distribution for a flow of an incompressible fluid with a constant viscosity; the fluid is flowing steadily between two parallel plates. Assume that the plates are infinite in length, and the required velocity distribution is at a point far from the inlet and outlet of the channel. The flow of the fluid is also assumed to be in the x direction only. See Fig 11.3

اشتق معادلة توزيع السرعة لجريان مائع غير انضغاطي , لزوجته ثابتة المقدار , ينساب بين صفيحتين متوازيتين مفترضاً جرياناً طباقياً ومستقراً . أفترض بأن الصفيحتين تمتدان إلى مالا نهاية وان توزيع السرعة المطلوب هو في نقطة بعيدة عن مدخل ومخرج القناة كما أن المائع يجري بالأتجاه x فقط . أنظر الشكل 11.3

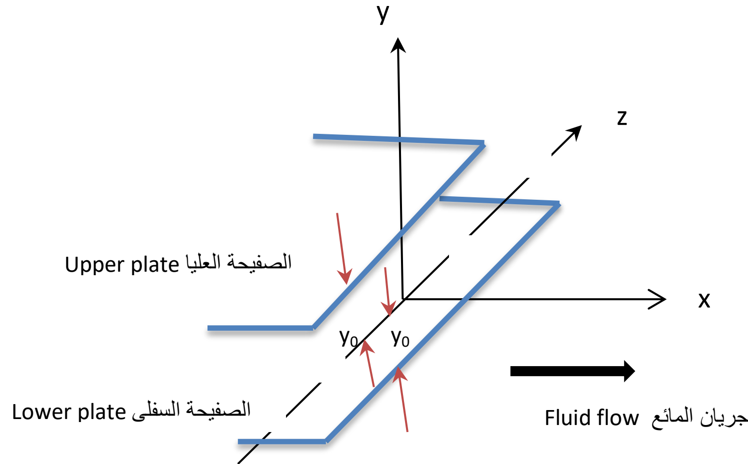


Fig 11.3 الشكل

Solution

الحل

The continuity equation is

معادلة الاتصال هي

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\,(\nabla.u) = 0 \qquad \text{(Eqn. 11.9)}$$

The density of the fluid is constant, thus

وبما ان كثافة المائع ثابتة المقدار لذا

$$\nabla . u = 0 \qquad (11.37)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \qquad (11.38)$$

The flow is in the x direction only, therefore ($u_y = 0$) and ($u_z = 0$) and equation (11.38) will be reduced to

وكذلك ان الجريان في الاتجاه x فقط , أي أن ($u_y = 0$) و ($u_z = 0$) فتختزل المعادلة (11.38) إلى

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \qquad (11.39)$$

The x direction Navier-Stokes equation is

ولدينا معادلة نافير- ستوكس بالاتجاه x

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x \qquad (11.40)$$

For steady flow we have: ($\frac{\partial u_x}{\partial t} = 0$) , ($u_y = 0$) and ($u_z = 0$), also ($\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = 0$). Since the velocity u_x does not change, ($\frac{\partial u_x}{\partial z} = 0$)

Therefore ($\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = 0$)

وعلى ان الجريان المستقر فان ($\frac{\partial u_x}{\partial t} = 0$) , وان ($u_y = 0$) و ($u_z = 0$) وكذلك ($\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = 0$) ويتضح ايضاً ان ($\frac{\partial u_x}{\partial z} = 0$) بسبب عدم تغير السرعة u_x بالاتجاه z ,
اذن ($\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = 0$)

Substituting in equation (11.40) gives

نعوض في المعادلة (11.40) فنحصل على

$$\frac{\partial P}{\partial x} - \rho g_x = \mu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \qquad (11.41)$$

Also, we have (g_x = 0) and ($\frac{\partial P}{\partial x}$) is constant because u_x is independent of x, so equation (11.41) will lead to

وكذلك ان (g_x = 0) والمقدار ($\frac{\partial P}{\partial x}$) ثابت لان u_x غير معتمدة على x . وهكذا تصبح المعادلة (11.41)

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x} \qquad (11.42)$$

Integrating equation (11.42), where ($\frac{du}{dx}$ = 0) when (y = 0), we obtain

وبمكاملة المعادلة (11.42) , حيث يتخذ ($\frac{du}{dx}$ = 0) في حالة كون (y = 0) نحصل على

$$\frac{du_x}{dy} = \left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x}\right) y \qquad (11.43)$$

We then integrate equation (11.43), taking (u_x = 0) when (y = 0)

ثم نكامل المعادلة (11.43) بجعل (u_x = 0) عندما (y = 0)

$$u_x = \frac{1}{2\mu}\frac{dP}{dx}\left(y^2 - y_0^2\right) \qquad (11.44)$$

At (y = 0), the fluid flows at the maximum velocity ($u_{x\,max}$), thus

ويجري المائع بسرعته العظمى ($u_{x\,max}$) عندما يكون (y = 0) , اذن

$$u_{x\,max} = \frac{1}{2\mu}\frac{dP}{dx}\left(-y_0^2\right) \qquad (11.45)$$

Combining equations (11.44) and (11.45), we get

وبدمج المعادلتين (11.44 و 11.45) نحصل على

$$u_x = u_{x\,max}\left[1 - \left(\frac{y}{y_0}\right)^2\right] \qquad (11.46)$$

It is evident that equation (11.46) is the ***velocity distribution***; this equation can be developed in a similar manner to the velocity distribution in pipes covered in chapter 5.

من الواضح ان المعادلة (11.46) هي ***معادلة توزيع السرعة*** التي يمكن التوصل اليها بطريقة مماثلة لاشتقاق توزيع السرعة في الانبوب المبينة في الفصل الخامس .

11.4 Euler Equation

11.4 معادلة ايولر

When a flowing fluid has a constant density and its viscosity is equal to zero, thus it is ***ideal***, the Navier-Stokes equation (eqn. 11.36) will then be:

عندما يعد المائع الجاري مائعاً ***مثالياً*** , أي ان كثافته ثابتة ولزوجته تساوي صفراً , فستختصر معادلة نافير – ستوكس (المعادلة 11.36) إلى

$$P \frac{Du}{\Delta t} = \rho\ g - \nabla.P \qquad (11.47)$$

The Euler equation can be written for the three dimensions x, y and z as follows

ويمكن كتابة معادلة ايولر للابعاد الثلاثة x , y , z على النحو الآتي

$$\rho\ (\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z}) = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} \qquad (11.48)$$

$$\rho\ (\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z}) = \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} \qquad (11.49)$$

$$\rho\ (\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}) = \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} \qquad (11.50)$$

Equations (11.48, 11.49 and 11.50), known as Euler equations, are used to estimate the ***pressure distribution*** at the outer edge of the ***boundary layer*** created as a fluid flows past a solid particle.

تستخدم المعادلات (11.48 , 11.49 , 11.50) التي تسمى معادلات أيولر . لتخمين ***توزيع الضغط*** عند الحافة الخارجية ***للطبقة المتاخمة*** التي تنشأ اثناء جريان الموائع عبر الاجسام الصلبة .

11.5 Boundary Layer

In chapter 5, we explained how the boundary layer was developed when a fluid flows over a solid boundary. In 1904, ***Ludwig Prantle*** showed that the influence of friction, between the fluid and the boundary, is restricted to a thin layer close to the surface, known as the boundary layer. He also pointed out that the pressure does not change across the thickness of the layer. This implies that the pressure inside and outside the layer is equal. Prantle theory is considered as a very useful tool for the analysis of fluid flow.

Fig 11.4 illustrates how the thickness of the layer increases as the distance from the plate edge increases. The figure also shows the change in flow regime within the layer.

11.5 الطبقة المتاخمة

كنا قد بينا في الفصل الخامس كيف تنشأ الطبقة المتاخمة اثناء جريان الموائع فوق تخم صلب . وقد وضح العالم ***برانتل*** في عام 1904 بأن تأثير الاحتكاك بين المائع والتخم ينحصر ضمن طبقة رقيقة محاذية للسطح تدعى الطبقة المتاخمة . وكذلك اشار إلى عدم تغير الضغط عبر سمك الطبقة المتاخمة , وهذا يعني مساواة الضغط في داخل الطبقة وخارجها , وتعد نظرية برانتل وسيلة مفيدة لتحليلات الجريان .

يبين الشكل 11.4 كيف يزداد سمك الطبقة المتاخمة بازدياد البعد x عن حافة الصفيحة المستوية , و كذلك يتضح في الشكل تغيرات نمط الجريان في الطبقة .

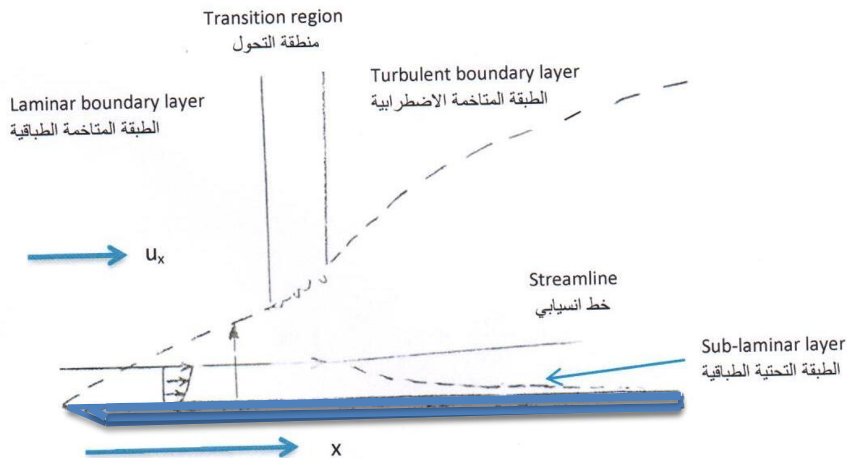


Fig 11.4 Boundary layer for the flow of a fluid over a flat plate

الشكل 11.4 الطبقة المتاخمة لجريان مائع فوق صفيحة مستوية

The flow regime, inside the boundary layer, can be determined by the value of the local Reynolds number Re_x which is defined by the following equation

و يمكن تحديد نوع أو نمط الجريان في الطبقة المتاخمة من معرفة رقم رينولدز الموقعي Re_x المعرف بالمعادلة الآتية

$$Re_x = \frac{x\,u\,\rho}{\mu} \qquad (11.51)$$

The experimental results, regarding flow over a plate, show that

وقد بينت التجارب المختبرية التي تخص جريان المائع فوق الصفيحة ان

Laminar layer	$Re_x < 2 \times 10^5$	الطبقة المتاخمة طباقية
Transition layer	$2 \times 10^5 < Re_x < 3 \times 10^6$	الطبقة متقلبة بين طباقية واضطرارية
Turbulent layer	$Re_x > 3 \times 10^6$	الطبقة اضطرابية

11.6 Boundary Layer Equations

11.6 معادلات الطبقة المتاخمة

Assuming a steady flow and ignoring the gravity forces due to g_x and g_y, the Navier-Stokes equations for ***incompressible flow*** over a flat plate in the x and y directions, (11.33 and 11.34), can be reduced to the following equations

تختصر معادلات نافير ستوكس (المعادلتان 11.33 و 11.34) ***للجريان غير الانضغاطي*** بالاتجاهين x و y فوق سطح صفيحة مستوية إلى المعادلات الآتية , وذلك بافتراض الجريان مستقراً واهمال قوى الجاذبية الناجمة عن g_x , g_y

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}\right) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} \qquad (11.52)$$

$$u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}\right) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} \qquad (11.53)$$

Note that the terms of equation (11.53) are small compared to those of equation (11.52), hence, we can consider ($\frac{\partial P}{\partial y}$ = 0). As a result, the ***partial differential pressure*** ($\frac{\partial P}{\partial x}$) changes to a ***total differential*** ($\frac{dP}{dx}$). Also, ($\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}$) is small in value, thus we can ignore equation (11.53) and reduce equation (11.52) to

ويلاحظ ان حدود المعادلة (11.53) صغيرة المقدار مقارنة بحدود المعادلة (11.52) لذا يمكن كتابة ($\frac{\partial P}{\partial y}$ = 0) , فيصبح ***المقدار التفاضلي الجزئي للضغط*** ($\frac{\partial P}{\partial x}$) ***مقداراً تفاضلياً كلياً*** , أي ($\frac{dP}{dx}$) . وكذلك المقدار ($\frac{\mu}{\rho}$ $\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}$) هو الآخر صغير المقدار لذا يمكن اهمال المعادلة (11.53) وتختزل المعادلة (11.52) إلى الآتي

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \qquad (11.54)$$

The two-dimensional continuity equation for the flow of an incompressible fluid over a plate is

وان معادلة الاتصال ببعدين لجريان المائع غير الانضغاطي فوق الصفيحة هي

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \qquad (11.55)$$

The two equations (11.55) and (11.54) constitute the basis for the flow analysis inside a boundary layer; we will now show how to solve and apply these equations.

تشكل المعادلتين (11.54 و 11.55) المعادلات الاساسية لتحليل الجريان في الطبقة المتاخمة , وسنبين فيما يأتي كيف يتم تطبيقها وحلها .

11.7 Blasius Solution of the Boundary Layer Equations

11.7 حل معادلات الطبقة المتاخمة بطريقة بلا سيوس

Blasius developed a solution for the equations 0f the ***laminar boundary layer*** formed due to the steady flow of a fluid over the surface of a flat plate.

اوجد العالم بلاسيوس حلاً للمعادلات التي تخص ***الطبقة المتاخمة الطباقية*** المتكونة فوق سطح صفيحة مستوية نتيجة جريان المائع جرياناً مستقراً .

In Fig 11.4, we note that the velocity u_∞ is constant. Also according to the Bernoulli equation $\frac{dP}{dx}$ = 0, therefore equation (11.54) is reduced to

ففي الشكل 11.4 يلاحظ ان السرعة u_∞ ثابتة المقدار , وأن $(\frac{dP}{dx})$ يساوي صفراً بموجب معادلة برنولي , وعليه تختصر المعادلة (11.54) إلى

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \qquad (11.56)$$

The continuity equation remains in the same format as in equation (11.55)

وتبقى معادلة الاتصال بصيغتها , اي المعادلة (11.55)

Applying the following boundary conditions

وباستخدام الشروط الحدودية الآتية

$$\text{At } y = 0 \quad , \quad u_x = u_y = 0$$

$$\text{At } y = \infty \quad , \quad u_x = u_\infty$$

Blasius converted the two equations (11.55 and 11.56) to ***a non-linear ordinary differential equation*** and solved it using the ***series solution***. The solution involves a lot of details and hence we will write the results only. He found that the thickness of the boundary layer δ, when the velocity u_x is equal to 0.99 u_∞, is given by the following equation

تمكن بلاسيوس من تحويل المعادلتين (11.56, 11.55) إلى ***معادلة تفاضلية اعتيادية غير خطية*** وحلها بطريقة ***المتسلسلات*** . ويتسم الحل بتفاصيل جبرية معقدة لذا سنبين النتائج فقط , وقد أوجد ان سمك الطبقة المتاخمة δ عندما تكون السرعة u_x تساوي ($0.99\ u_\infty$) يعطى من المعادلة الاتية

$$\delta = \frac{5.0\ x}{\sqrt{Re_x}} \qquad (11.57)$$

We have

ولما كان رقم رينولدز

$$Re_x = \frac{x\ \rho\ u_x}{\mu}$$

Thus

اذن

$$\delta = 5.0 \sqrt{\frac{\mu\, x}{\rho\, u_\infty}} \qquad (11.58)$$

Since the ***drag force*** is developed due to friction, when a fluid flows over the plate, therefore it can be evaluated from the value of the shear stress at the surface τ_0, that is at y = 0, using the following equation

تنجم ***قوة الجر*** اثناء جريان المائع فوق الصفيحة بسبب الاحتكاك فقط , لذا يمكن حسابها من اجهاد القص τ_0 عند السطح أي عندما يكون (y = 0) وذلك باستخدام المعادلة الآتية

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)_{y=0} \qquad (11.59)$$

The solution of equation (11.59) by the Blasius method is

وان حل المعادلة (11.59) بموجب طريقة بلاسيوس هو

$$\tau_0 = 0.33\, \mu\, u_\infty \sqrt{\frac{\rho\, u_x}{\mu\, x}} \qquad (11.60)$$

The drag force F_D, for a plate with a length of L and width b, is calculated as follows

و تحسب قوة الجر F_D لصفيحة طولها L وعرضها b على النحو الاتي

$$F_D = b \int_0^L \tau_0\, dx \qquad (11.61)$$

Substituting τ_0 in equation (11.61) using equation (11.60) and integrating gives

نعوض τ_0 من المعادلة (11.60) في المعادلة (11.61) ثم نكامل المعادلة الناتجة

$$F_D = 0.664\, b \sqrt{\mu\, u_\infty^3\, \rho\, L} \qquad (11.62)$$

The ***friction drag coefficient*** C_{Df} is computed by equation (10.1), which changes for a plate with an area of A, to the following

و يحسب ***معامل الجر بسبب الاحتكاك*** C_{Df} بموجب المعادلة (10.1) التي تصبح لصفيحة مساحتها A الآتي

$$F_D = \frac{1}{2} C_{Df}\, \rho\, u_\infty^2\, A \qquad (11.63)$$

Substituting the area A in terms of length L and width b; also combining equations (11.63) and (11.62), we obtain

وبتعويض المساحة A بدلالة الطول L و العرض b , وكذلك بتعويض المعادلة (11.63) في المعادلة (11.62) نحصل على

$$C_{Df} = 1.328 \sqrt{\frac{\mu}{L\, u_\infty\, \rho}} \qquad (11.64)$$

In terms of Reynolds number

أو بدلالة رقم رينولدز

$$C_{Df} = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}} \qquad (11.65)$$

11.8 Von Karman Analysis of the Boundary Layer

11.8 تحاليلات الطبقة المتاخمة بطريقة فون كارمان

It is evident that the Blasius solution of the boundary layer equations is very limited. This is because it deals with the boundary layer created over a flat plate surface and not any other shape. ***Von Karman*** developed an approximate method to analyse the laminar and turbulent flow inside boundary layers created over different shapes. This method is called ***momentum integral analysis***.

من الواضح ان حل بلاسيوس لمعادلات الطبقة المتاخمة محدود جداً لانه يخص الطبقة المتاخمة فوق سطح صفيحة مستوية فقط , وانه من الصعب جداً استخدام هذه الطريقة لحل المعادلات فوق سطح ذو شكل اخر . فقد اوجد العالم ***فون كارمان*** طريقة تقريبية تستخدم لتحليلات الجريان الطبقي او الاضطرابي للطبقة المتاخمة فوق سطوح مختلفة الاشكال , وتسمى هذه الطريقة ***تحليلات تكامل الزخم*** .

Let us consider a small control volume inside the boundary layer, as shown in Fig 11.5. This control volume is to be used for the development of the basic equation for a laminar or turbulent boundary layer created over a flat plate.

لنتخذ حجم تحكم صغير في الطبقة المتاخمة كما مبين في الشكل 11.5 لغرض اشتقاق المعادلة الاساسية لطبقة متاخمة طباقية او اضطرابية تنشأ فوق صفيحة مستوية .

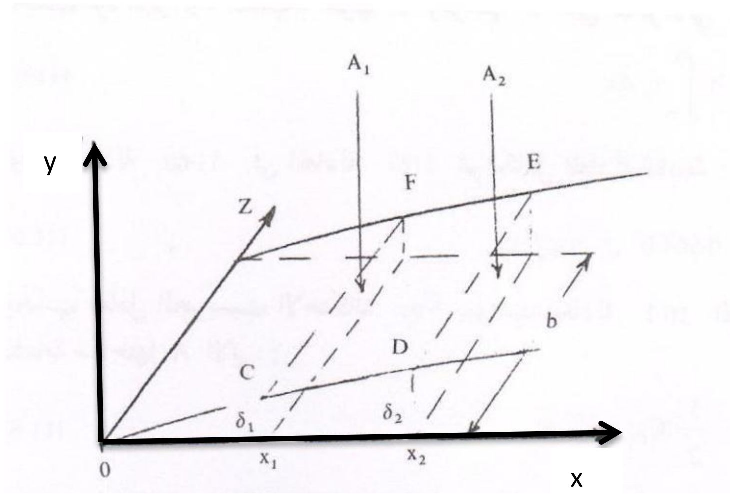


Fig 11.5 Control volume for the boundary layer analysis

الشكل 11.5 حجم التحكم لتحليلات الطبقة المتاخمة

The fluid enters the control volume through area A_1 and exits through A2. The mass flow rate of the fluid crossing A_1 is

يدخل المائع في حجم التحكم خلال المساحة A_1 و يخرج خلال A_2 , وان معدل جريان كتلة المائع خلال A_1 هو

$$\int_0^{\delta} \rho\, u_{x1}\, b\, dy$$

And the rate across A_2 is

و خلال A_2 هو

$$\int_0^{\delta} \rho\, u_{x2}\, b\, dy$$

Thus, the rate of momentum transfer is equal to the velocity multiplied by the mass flow rate through A_1

وعليه يصبح معدل انتقال الزخم الذي يساوي السرعة مضروبة بمعدل الجريان الكتلي المار خلال A_1

$$\int_0^{\delta}(\rho\, u_{x1}\, b\, dy)\, u_{x1}$$

The rate of momentum transfer across the upper surface of the control volume CDEF is

ومعدل انتقال الزخم باتجاه الجريان عبر السطح العلوي المحدد بحجم التحكم CDEF هو

$$\left[\int_0^{\delta_2} \rho\, u_{x2}\, b\, dy - \int_0^{\delta_1} \rho\, u_{x1}\, b\, dy\right] u_\infty$$

Where u_∞ is the velocity of the fluid outside the boundary layer, thus the rate of momentum change inside the control volume converts to

حيث ان u_∞ هي سرعة جريان المائع خارج الطبقة المتاخمة , وهكذا يصبح معدل تغير الزخم في حجم التحكم

$$\int_0^{\delta_2} \rho\, u_{x2}^2\, b\, dy - \int_0^{\delta_1} \rho\, u_{x1}^2\, b\, dy - \left[\int_0^{\delta_2} \rho\, u_{x2}\, b\, dy - \int_0^{\delta_1} \rho\, u_{x1}\, b\, dy\right] u_\infty$$

It is well known that the rate of change of momentum is equal to the ***net force*** acting on the control volume; here we have $\frac{dP}{dx} = 0$, thus the only remaining force acting is the drag force due to friction, which is $-\tau_0\, b\, \Delta x$, where Δx is $x_2 - x_1$, therefore

ومن المعروف ان معدل تغير الزخم يساوي ***صافي القوى*** المؤثرة, وهنا $(\frac{dP}{dx} = 0)$ اذن تبقى قوة الجر الناجمة عن الاحتكاك وحدها تؤثر في حجم التحكم وهي $(-\tau_0\, b\, \Delta x)$, حيث Δx يساوي $(x_2 - x_1)$, اذن

$$-\tau_0\, b\, \Delta x = \int_0^{\delta_2} \rho\, u_{x2}^2\, b\, dy - \int_0^{\delta_1} \rho\, u_{x1}^2\, b\, dy - \left[\int_0^{\delta_2} \rho\, u_{x2}\, b\, dy - \int_0^{\delta_1} \rho\, u_{x1}\, b\, dy\right] u_\infty \qquad (11.66)$$

Deleting b and simplifying equation (11.66)

و بحذف b وتبسيط المعادلة (11.66) نحصل على

$$-\tau_0\, \Delta x = \rho \left[\int_0^{\delta_2} (u_{x2}^2 - u_\infty\, u_{x2})\, dy - \int_0^{\delta_1} (u_{x1}^2 - u_\infty\, u_{x1})\, dy \right] \qquad (11.67)$$

Rearranging

وبصيغة ثانية

$$-\tau_0 \ \Delta x = \rho \ u_\infty^2 \ \Delta \left[\int_0^\delta \left\{ \left(\frac{u_x}{u_\infty}\right)^2 - \left(\frac{u_x}{u_\infty}\right) \right\} dy \right] \qquad (11.68)$$

$$\tau_0 = \frac{\rho \ u_\infty^2 \ \Delta \left[\int_0^\delta \left\{ \frac{u_x}{u_\infty} \left(1 - \frac{u_x}{u_\infty}\right) \right\} dy \right]}{\Delta x} \qquad (11.69)$$

As Δx approaches zero ($\Delta x \to 0$), the equation will then become

و حين تقترب Δx من قيمة الصفر , أي ($\Delta x \to 0$) ستصبح المعادلة

$$\tau_0 = \rho \ u_\infty^2 \frac{d}{dx} \int_0^\delta \frac{u_x}{u_\infty} \left(1 - \frac{u_x}{u_\infty}\right) dy \qquad (11.70)$$

The integration of equation (11.70) depends on the type of relationship of the velocity u_x and the distance y, (or commonly known as the velocity distribution).

و تعتمد مكاملة معادلة فون كارمان (المعادلة 11.70) على نوع العلاقة بين السرعة u_x والبعد y , أي توزيع السرعة .

11.9 Von Karman Solution of the Laminar Boundary Layer

We will apply the Von Karman equation to the boundary layer created by a fluid flowing over a flat plate. This is to compare the solution with that obtained by Blasius in section 11.7. The Von Karman equation is

11.9 حل معادلة فون كارمان للطبقة المتاخمة الطباقية

سنطبق معادلة فون كارمان على الطبقة المتاخمة الناجمة عن جريان المائع فوق سطح صفيحة مستوية لغرض المقارنة مع حل بلاسيوس الذي مر شرحه في الفقرة 11.7 . معادلة فون كارمان هي

$$\tau_0 = \rho\, u_\infty^2 \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \frac{u_x}{u_\infty} \left(1 - \frac{u_x}{u_\infty}\right) dy \qquad \text{(Eqn. 11.70)}$$

We assume a velocity distribution in the following format

نفرض صيغة معينة لمعادلة توزيع السرعة و لتكن

$$u_x = a + b\,y + c\,y^2 + d\,y^3 \qquad (11.71)$$

Then we evaluate the constants a, b, c and d using the following boundary conditions

ثم يتم تقييم الثوابت (d, c, b, a) على اساس الشروط الحدودية الآتية

At $y = 0$, $u = 0$

At $y = \delta$, $u = u_\infty$

At $y = \delta$, $\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$

At $y = 0$, $\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = 0$

Differentiating equation (11.71)

وبمفاضلة المعادلة (11.71)

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = b + 2\,c\,y + 3\,d\,y^2 \qquad (11.72)$$

Differentiating again

وباجراء التفاضل مرة ثانية

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = 2\,c + 6\,d\,y \qquad (11.73)$$

Introducing the boundary condition to the above equations gives

وبتطبيق الشروط الحدودية على المعادلات نحصل على

$$a = 0$$

$$b = \frac{3}{2\delta}$$

$$c = 0$$

$$d = -\frac{u_\infty}{2\,\delta^3}$$

To arrive at the velocity distribution equation, we substitute the constants in equation (11.71) as follows

ثم نعوض قيم الثوابت في المعادلة (11.71) فنحصل على معادلة توزيع السرعة الآتية

$$\frac{u_x}{u_\infty} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 \qquad (11.74)$$

We then combine the velocity distribution with the Von Karman equation (11.70)

وبعد ذلك نعوض في معادلة فون كارمان (11.70)

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \frac{d}{dx}\int_0^\delta u_\infty^2 \left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]\left[1 - \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right] dy \qquad (11.75)$$

We also have

و لدينا

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)_{y=0}$$

Differentiating equation (11.75) with y = 0

وبمفاضلة المعادلة (11.75) وجعل y مساوياً الصفر

$$\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{3\,u_\infty}{2\,\delta}$$

Combining the above two equations gives

وبجمع المعادلتين اعلاه نحصل على

$$\tau_0 = \mu\,\frac{3\,u_\infty}{2\,\delta} \qquad (11.76)$$

Substituting τ_0 in equation (11.75) and integrating, we obtain

ثـم نعـوض عـن τ_0 فـي المعادلـة (11.75) ونجـري مكاملـة فنحصل على

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{3}{2}\;\frac{u_\infty}{\delta} = \frac{39}{280}\;\frac{d}{dx}\left(u_\infty^2\,\delta\right)$$

Or

أو

$$\delta\,d\delta = \frac{140}{13}\;\frac{\mu}{\rho}\,\frac{1}{u_x}\,dx \qquad (11.77)$$

Integrating equation (11.77)

وبمكاملة المعادلة (11.77) نحصل على

$$\delta = 4.64\sqrt{\frac{\mu\,x}{\rho\,u_x}} \qquad (11.78)$$

In terms of the Reynolds number

و بدلالة رقم رينولدز

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.64}{Re_x} \qquad (11.79)$$

Following the same steps of section 11.7, we obtain

وباتباع نفس الخطوات التي مر ذكرها في الفقرة 11.7 نحصل على

$$C_{Df} = 1.292\sqrt{\frac{\mu}{x\,u_x\,\rho}}$$

Or

أو أن

$$C_{Df} = \frac{1.292}{\sqrt{Re_x}} \qquad (11.80)$$

Comparing equations (11.79) and (11.80) with (11.30) and (11.38) reveals small differences in the value of the constants, this shows that the use of the Von Karman approximate method is valid.

ويتضح من مقارنة المعادلتين (11.79 و 11.80) بالمعادلتين (11.30 و 11.38) مدى نجاح هذه الطريقة التقريبية , حيث يوجد اختلاف بسيط في قيم الثوابت فقط .

11.10 Turbulence and the Boundary layer

11.10 الاضطراب والطبقة المتاخمة

In section 5.2 of chapter 5, we explained the meaning of turbulent flow in pipes. It was shown that Reynolds number defines the flow regime. Here, we will discuss the turbulence phenomenon in detail and establish the relationship with the boundary layer and momentum transfer.

لقد وضحنا في الفقرة 5.2 من الفصل الخامس معنى الجريان الاضطرابي في الانبوب , وكنا قد بينا بان رقم رينولدز هو الذي يحدد نمط الجريان . وسنتعمق هنا في ظاهرة الاضطراب وعلاقتها بانتقال الزخم والطبقة المتاخمة.

11.10.1 The Nature of Turbulence

11.10.1 طبيعة الاضطراب

Throughout the turbulent flow regime, the fluid velocity fluctuates in all directions. Consequently, the ***instantaneous velocity*** differs from the ***average velocity*** in value and direction.

تتراوح سرعة الجريان في جميع الاتجاهات اثناء جريان المائع جرياناً اضطرابياً , وعليه تختلف ***السرعة اللحظية*** عن ***متوسط سرعة الجريان*** بالمقدار والاتجاه .

Fig 10.6 illustrates the instantaneous velocity fluctuations u, for steady and unsteady flow, with time around an average velocity value equal to ū.

ويبين الشكل 10.6 تغيرات السرعة اللحظية u مع الزمن في حـالتي الجريـان المسـتقر والجريـان غيـر المسـتقر حـول قيمـة وسطية للسرعة هي ū .

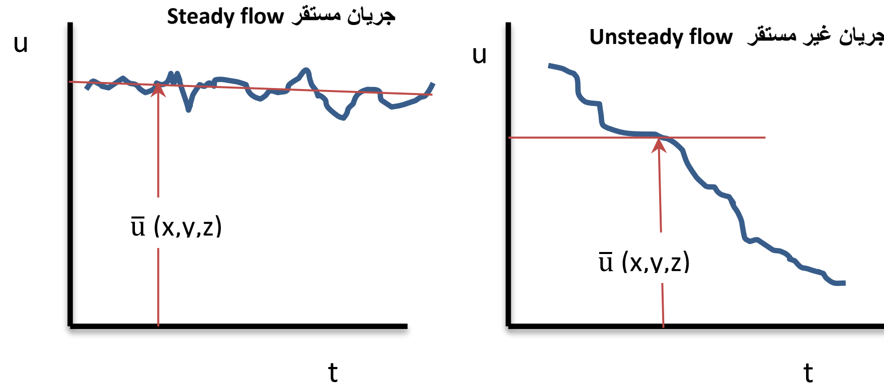


Fig 10.6 Velocity fluctuations for turbulent flow

الشكل 10.6 تراوح السرعة في الجريان الاضطرابي

As an example, the x-dimension velocity u_x, can be evaluated in terms of the average velocity ū and the fluctuation value $u_x^{'}$ as follows

ويمكن تقييم سرعة الجريان u_x بالاتجـاه x مثلاً بدلالـة متوسـط السرعة ū ومقدار التراوح بالسرعة $u_x^{'}$ على النحو الآتي

$$u_x^{'} = u_x^{'} (x,y,z) + u_x^{'} (x,y,z,t) \qquad (11.81)$$

Note that [$\bar{u}_x$ (x,y,z)] is the ***time-velocity average*** at the point (x,y,z) which is defined as follows

وتجـدر الملاحظـة ان [$\bar{u}_x$ (x,y,z)] هـو **المتوسـط الزمنـي للسـرعة** فـي النقطـة (x,y,z) الـذي يعرف علـى اسـاس الـزمن كالآتي

$$\bar{u}_x = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} u_x(x, y, z, t)\, dt \qquad (11.82)$$

Where t_1 is considered as a long time compared to the time of the velocity fluctuation at a specified point. In fact the average value of the fluctuations is zero, this means

حيث ان t_1 يمثل زمناً طويلاً مقارنة بالزمن الذي يستغرقه تراوح السرعة في تلك النقطة , وان متوسط مقدار التراوح يساوي صفراً , أي

$$\bar{u}'_x = \frac{1}{t_1}\int_0^{t_1} u'_x\,(x, y, z, t)\,dt \;= 0 \qquad (11.83)$$

Turbulence is measured by the ***intensity of turbulence*** I which is given by the following equation

و يقاس مستوى الاضطراب بمعرفة ***شدة الاضطراب*** الذي يرمز له I ويعطى من المعادلة الآتية

$$I = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}\left(\overline{u_x'^2} + \overline{u_y'^2} + \overline{u_z'^2}\right)}}{\bar{u}_x} \qquad (11.84)$$

Where $\left(\sqrt{\overline{u_x'^2} + \overline{u_y'^2} + \overline{u_z'^2}}\right)$ being ***the root-mean square of the velocity fluctuations***, which is a positive quantity.
The occurrence of many phenomena is influenced by turbulence intensity; a good example is the separation of flow at the boundary and the flow changes that occur within the boundary layer. Likewise, the values of heat and mass transfer coefficients are affected. The turbulence intensity can be measured by the ***hot wire anemometer***.

حيث يمثل المقدار $\left(\sqrt{\overline{u_x'^2} + \overline{u_y'^2} + \overline{u_z'^2}}\right)$ ***الجذر التربيعي لمتوسط مربع تراوح السرعة*** وهو كمية موجبة .
يعتمد حدوث ظواهر عديدة على شدة الاضطراب مثل التحول في الطبقة المتاخمة وانفصال الجريان عن التخم الصلب بالمائع الجاري , كما يعتمد كل من معامل انتقال الحرارة ومعامل انتقال الكتلة على شدة الاضطراب . ويمكن قياس شدة الاضطراب باستخدام ***الانيموميتر ذو السلك الساخن*** .

11.10.2 Turbulent Shear Stress

11.10.2 اجهاد القص الاضطرابي

For laminar flow, the random motion of the molecules causes a momentum transfer between the adjacent fluid layers. As for turbulent flow, the velocity fluctuations will

تؤدي حركة الجزئيات العشوائية في الجريان الطباقي إلى انتقال الزخم بين طبقات المائع المتجاورة , اما في حالة الجريان الاضطرابي فان تراوح السرعة لابد ان يؤدي إلى انتقال الزخم بين اجزاء المائع الجاري .

certainly result in a momentum transfer among the fluid parts. The momentum transfer is calculated by substituting ($\bar{u}_x$+ u_x') for u_x, ($\bar{u}_y$+ u_y') for u_y and ($\bar{u}_z$+ u_z') for u_z in the continuity equation and the Navier-Stokes equations. These equations can be applied to turbulent and laminar flow. The ***total shear stress*** is defined by the following equation

ويحسب انتقال الزخم باحلال ($\bar{u}_x + u_x'$) محل u_x و ($\bar{u}_y + u_y'$) محل u_y و ($\bar{u}_z + u_z'$) محل u_z في معادلة الاتصال ومعادلات نافير ستوكس التي يمكن تطبيقها سواء اكان الجريان اضطرابياً اوطباقياً . و يعرف ***اجهاد القص الكلي*** للجريان الاضطرابي بالمعادلة الآتية

$$\tau_{yx} = \mu \frac{du_x}{dy} - \overline{\rho\, u_x' u_y'} \qquad (11.85)$$

$$\tau_{Re} = - \overline{\rho\, u_x' u_y'} \qquad (11.86)$$

$\overline{\rho\, u_x' u_y'}$ is called the ***Reynolds stress*** τ_{Re}, created by the turbulent velocity fluctuations. Whilst ($\mu \frac{du_x}{dy}$) is considered as a component of the shear stress due to the motion of the molecules. There is another shear stress definition based on the assumption that viscosity consists of two components, one is the ***dynamic viscosity*** μ, and the other is due to turbulence known as ***eddy viscosity*** μ_ε, this stress is given by the following equation

حيث يمثل ($\overline{\rho\, u_x' u_y'}$) ***اجهاد رينولدز*** , رمزه τ_{Re} الذي ينشأ نتيجة تراوح السرعة في حالة الاضطراب , بينما يمثل المقدار ($\mu \frac{du_x}{dy}$) جزءاً من اجهاد القص الناجم عن حركة الجزيئات . وهنالك معادلة ثانية يعرف بها اجهاد القص باعتبار اللزوجة تضم جزئين احدهما ***اللزوجة الديناميكية*** μ والاخرى تسمى ***اللزوجة الدوامية*** μ_ε التي تمثل الاضطراب وهي

$$\tau_{yz} = (\mu + \mu_\varepsilon) \frac{d\bar{u}_x}{dy} \qquad (11.87)$$

11.10.3 Mixing Length Theory

11.10.3 نظرية طول الامتزاج

It is obvious that equation (11.86) is difficult to solve and therefore needs to be simplified.

من الواضح ان المعادلة (11.86) تحتاج إلى تبسيط حيث يصعب حلها كما هي .

Prantle proposed the turbulence-mixing length theory which provides a relationship between shear stress and velocity distribution to solve the equation. He defined the ***mixing length*** l as the distance travelled by a small mass of the fluid from one point to another accompanied by a change in velocity (l $\frac{d\bar{u}_x}{dy}$), as shown in Fig 11.7.

وقد اوجد العالم ***برانتل*** نظرية طول الامتزاج التي تمنح علاقة جبرية بين اجهاد القص وتوزيع السرعة في حالة الاضطراب , وباستخدام هذه النظرية يمكن حل المعادلة المذكورة . لقد عرف العالم برانتل ***طول الامتزاج*** l بالبعد الذي تقطعه كتلة صغيرة من المائع من نقطة معينة إلى أخرى حيث تتغير السرعة بالمقدار ($\frac{d\bar{u}_x}{dy}$ l) كما هو مبين في الشكل11.7 .

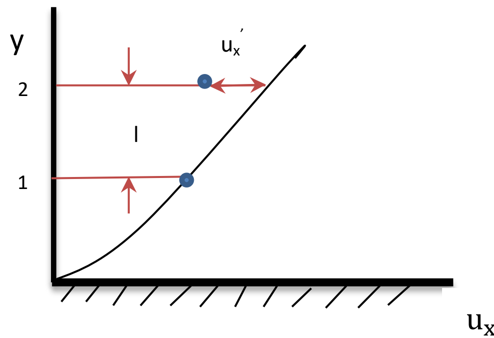


Fig 11.7 mixing length theory

11.7 نظرية طول الامتزاج

That is

أي أن

$$\bar{u}_{x2} = \bar{u}_{x1} \pm l \frac{d\bar{u}_x}{dy} \qquad (11.88)$$

The velocity fluctuation u_x' is given by

ويتضح ان مقدار التراوح بالسرعة u_x' حسب نظرية برانتل هو

$$u_x' = \pm l \frac{d\bar{u}_x}{dy} \qquad (11.89)$$

Note that Prantle developed the mixing length theory by comparing ***turbulence eddies*** to the motion of the fluid molecules. He proposed the mixing length which corresponds to the ***mean free path*** of the molecules

وتجدر الاشارة إلى ان برانتل اوجد نظرية طول الامتزاج على اساس التناظر بين ***دوامات الاضطراب*** وحركة جزيئات المائع , حيث يلاحظ التماثل بين طول الامتزاج l ***ومتوسط المسار الحر*** للجزيئات .

Prantle indicated that u_x' is proportional to u_y', otherwise the term $\overline{\rho\, u_x' u_y'}$ will be equal to zero. Now, if we assume $u_x' = u_y'$ and substitute from equation (11.89), equation (11.86) becomes

و قد بين برانتل ان u_x' لابد ان يتناسب طردأ مع u_y' وإلا اصبح $(\overline{\rho\, u_x' u_y'})$ مساوياً الصفر , واذا افترضنا مساواة u_x' و u_y' وعوضنا من المعادلة (11.89) فيمكن كتابة المعادلة (11.86) بالصيغة الآتية :

$$\tau_{Re} = \rho\, l^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right)^2 \qquad (11.90)$$

Prantle also assumed that the mixing length depends on the distance from the surface, particularly in the area close to the solid boundary, thus

وافترض برانتل أيضاً ان طول الامتزاج يصبح معتمداً على البعد من السطح , وذلك في الجزء القريب من سطح التخم الصلب , أي أن

$$l = k\, y \qquad (11.91)$$

k, being a constant, which can be evaluated experimentally. He found its value for turbulent flow in pipes to be 0.4.

k هو ثابت بدون ابعاد يتم تقييمه في المختبر , وقد وجد ان قيمته للجريان الاضطرابي في الانابيب تساوي 0.4 .

We now, substitute l in equation (11.90) using equation (11.91) to get

الآن نعوض عن l من المعادلة (11.91) في المعادلة (11.90) فنحصل على

$$\tau_{Re} = \rho\, k^2 y^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right)^2 \qquad (11.92)$$

Assuming that the shear stress near the surface is that same as that at the surface which is τ_0

وكذلك يمكن افتراض بان اجهاد القص قرب السطح يساوي الاجهاد عند السطح τ_0 فتصبح المعادلة

$$\tau_0 = \rho\, k^2\, y^2 \left(\frac{d\bar{u}_x}{dy}\right)^2 \qquad (11.93)$$

أو ان

Or

$$\frac{d\bar{u}_x}{dy} = \frac{\sqrt{\tau_0/\rho}}{k\,y} \qquad (11.94)$$

Integrating equation (11.94), we get

و بمكاملة المعادلة (11.94) نحصل على

$$\frac{\bar{u}_x}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = (1/k)\ln y + C \qquad (11.\ 95)$$

C is the integration constant; its value was estimated experimentally by the following equation

C هو ثابت التكامل وقد تم تقويمه مختبرياً وقد وجد انـه يعطـى بالمعادلة الآتية

$$C = 5.56 - (1/k)\ln\left(\frac{\nu}{\sqrt{\tau_0/\rho}}\right) \qquad (11.96)$$

Where ν is the ***kinematic viscosity***, $\nu = \mu/\rho$

حيث يمثل الرمز ν ***اللزوجة الكينماتية*** التي تساوي (μ/ρ)

Substituting C in equation (11.95), we obtain the velocity distribution equation

وبـالتعويض عن C فـي المعادلـة (11.95) نحصـل علـى معادلة توزيع السرعة الآتية

$$\frac{\bar{u}_x}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = (1/k)\ln\left[y\left(\frac{\sqrt{\tau_0/\rho}}{\nu}\right)\right] + 5.56 \qquad (11.97)$$

11.10.4 Universal Velocity Distribution

Equation (11.97) can be considered as a basis to develop relationships for the universal velocity distribution of a turbulent fluid flow in smooth pipes. Since the units of ($\sqrt{\tau_0/\rho}$) are the same as those of the velocity, it is therefore called ***shear velocity***. Furthermore, a ***non-dimensional group*** can be defined as follows

11.10.4 توزيع السرعة العام

يمكن استخدام المعادلة (11.97) اساساً لايجاد معادلات توزيع سرعة شاملة تخص الجريان الاضطرابي في الانابيب الملساء . ولما كانت وحدات المقدار ($\sqrt{\tau_0/\rho}$) هي وحدات السرعة لذا يسمى ***السرعة القصية*** , ونستطيع تعريف ***مجموعة غير بعدية*** على النحو الآتي

$$u^+ = \frac{u_x}{\sqrt{\tau_0/\rho}} \qquad (11.98)$$

The ***pseudo Reynolds number***, denoted y^+, is defined as follows

ويعرف ***رقم رينولدز الوهمي*** الذي يرمز له y^+ كالاتي :

$$y^+ = y\,\frac{\sqrt{\tau_0/\rho}}{\nu} \qquad (11.99)$$

Combining equations (11.98 and 11.99) with equation (11.97) leads to

وبتعويض المعادلتين (11.98 و 11.99) في المعادلة (11.97) نحصل على

$$u^+ = \frac{1}{k}\ln y^+ + 5.56 \qquad (11.100)$$

Nikuradse and Reichardt recorded experimental data for the turbulent flow in smooth pipes and plotted u^+ vs. y^+ as shown in Fig 11.8.

و قد سجل ***نيكورادس ورايخارت*** معلومات مختبرية تخص الجريان الاضطرابي في الانابيب الملساء ورسما منها منحنياً يمثل u^+ ضد y^+ كما هو مبين في الشكل 11.8 .

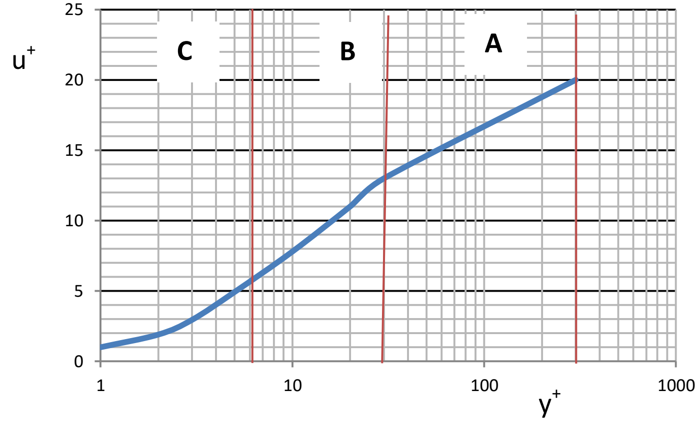


Fig 11.8 ألشكل

Fig 11.8 shows three regions, these are: the ***turbulent region*** A, the ***buffer region*** B and the ***laminar sub-layer*** C. The velocity distribution relationships for the three regions are

ويتضح في الشكل ثلاثة مناطق هي A ***المنطقة الاضطرابية*** ثم B ***طبقة تحول أو انتقالية*** و الثالثة C ***الطبقة التحتية الطباقية*** , وان معادلات توزيع السرعة لهذه المناطق هي

(a) The turbulent region

(أ) المنطقة الاضطرابية

$$u^+ = 5.5 + 2.5 \ln y^+ \qquad (11.101)$$

$$(y^+ \geq 30)$$

(b) The buffer layer

(ب) الطبقة الانتقالية

$$u^+ = -3.05 + 2.5 \ln y^+ \qquad (11.102)$$

$$(y^+ \geq 30 \geq 5)$$

(c) The laminar sub-layer

(ت) الطبقة التحتية الطباقية

$$u^+ = y^+ \qquad (11.103)$$

$$(5 > y^+ > 0)$$

Equations (11.101, 11.102 and 11.103) are known as the universal velocity distribution equations. Note the similarity of these equations to the format of equation (11.100) which was derived from Prantle theory. Regarding the turbulent flow through rough pipes, the constant C, in equation (11.95), takes different values so that the distribution relationship is modified to

تعــرف المعــادلات (11.101 و 11.102 و 11.103) معادلات توزيع السرعة العام , حيث يلاحظ التماثل بينها وبين صيغة المعادلة (11.100) التي اشتقت على اساس نظرية برانتل . وفيما يخص الجريان الاضطرابي في الانابيب الخشنة فقد وجد ان الثابت C في المعادلة (11.95) يتخذ قيم مختلفة بحيث تصبح معادلة التوزيع السرعة كالآتي

$$u^{+} = = \frac{1}{k} \{ \ln y^{+} + 3.4 - \ln [e \frac{\sqrt{\tau_0/\rho}}{\nu}] \} \qquad (11.104)$$

e is the roughness of the pipe.

e هو خشونة سطح الانبوب

11.10.5 Empirical Velocity Distribution-Equation

11.10.5 معادلة توزيع السرعة التجريبية

Blasius proposed an ***empirical equation*** for the velocity distribution of a turbulent flow which is

اوجد العالم بلاسيوس ***معادلة تجريبية*** تصف توزيع السرعة للجريان الاضطرابي وهي

$$\frac{\bar{u}_x}{u_{max}} = \left(\frac{y}{r} \right)^{\frac{1}{n}} \qquad (11.105)$$

r = radius of the pipe
u_{max} = maximum velocity
n = a number dependent on Reynolds number

r هو نصف قطر الانبوب
u_{max} هي سرعة المائع القصوى
n هو رقم يعتمد على قيمة رقم رينولدز

The value of n was found to be 7 for Reynolds number of 10^5. Another equation, similar to equation (11.105), defines the velocity distribution inside the boundary layer, is

وقد وجد ان قيمة n تساوي 7 عندما تكون قيمة رقم رينولدز تساوي 10^5 , وتستخدم معادلة مماثلة للمعادلة (11.105) تصف توزيع السرعة في الطبقة المتاخمة وهي

$$\frac{\bar{u}_x}{u_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}} \qquad (11.106)$$

To be noted here that $\bar{u}_x$ refers to the ***time average velocity*** in the x direction. Blasius proposed another equation for the shear stress, it is

وتجدر الاشارة إلى أن $\bar{u}_x$ ***هو المتوسط الزمني للسرعة*** بالاتجاه x , كذلك أوجد بلاسيوس معادلة ثانية تخص اجهاد القص هي

$$\tau_0 = 0.0225\, \rho\, u_\infty{}^2 \left(\frac{y}{u_\infty\, y_{max}}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad (11.107)$$

y_{max} equals the radius for the flow in pipes, or δ for flow over a flat plate.

حيث y_{max} يساوي نصف القطر للجريان في الانابيب ويساوي δ للجريان فوق صفيحة مستوية .

11.10.6 Blasius Solution of the Turbulent Boundary Layer Equations

11.10.6 حل معادلات الطبقة المتاخمة الاضطرابية بطريقة بلاسيوس

The thickness of the boundary layer can be estimated by solving the Von Karman equation, which is

يمكن ايجاد سمك الطبقة المتاخمة للجريان الاضطرابي فوق سطح صفيحة مستوية على اساس حل معادلة فوق كارمان و هي

$$\tau_0 = \rho\, u_\infty^2 \frac{d}{dx} \int_0^\delta \frac{u_x}{u_\infty} \left(1 - \frac{u_x}{u_\infty}\right) dy \qquad \text{(Eqn. 11.70)}$$

Substituting equations (11.106 and 11.107) into equation (11.70) leads to:

نعـوض المعـادلتين (10.10.6 و 11.107) فـي المعادلـة (11.70)

$$0.0225\, u_\infty{}^2 \left(\frac{\nu}{u_\infty\, \delta}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{d}{dx} \int_0^\delta u_\infty^2 \{ (\frac{y}{\delta})^{\frac{1}{7}} (\frac{y}{\delta})^{\frac{2}{7}} \}\, dy \qquad (11.108)$$

$$0.0225 \left(\frac{\nu}{u_\infty\, \delta}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{7}{72}\ \frac{d\delta}{dx} \qquad (11.109)$$

Integrating equation (11.109) gives

و بمكاملة المعادلة (11.109) ينتج الآتي

$$\left(\frac{\nu}{u_\infty}\right)^{\frac{1}{4}} x = 3.45\, (\delta)^{\frac{5}{4}} + C \qquad (11.110)$$

Assuming that the turbulent boundary layer starts at the leading edge, that is (δ=0) when (x=0), then the equation will be converted to

واذا افترضنا ان الطبقة المتاخمة الاضطرابية تبدأ عند الحافة التـي يلامسـها المـائع أولاً أي (δ=0) عنـدما (x=0) فستصـبح المعادلة

$$\left(\frac{\nu}{u_\infty}\right)^{\frac{5}{4}} x = 3.45\, (\delta)^{\frac{5}{4}}$$

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.376}{Re_x^{\frac{1}{5}}}$$

$$\frac{\delta}{x} = 0.376\, Re_x \qquad (11.111)$$

The ***friction factor*** (or the friction drag coefficient) can be evaluated by equation (11.107), in this case we have

ويمكن ايجاد ***معامل الاحتكاك*** (أو معامل الجر بسبب الاحتكاك) باستخدام المعادلة (11.107) , ففي هذه الحالة

$$\tau_0 = 0.0225\ \rho\ u_\infty^2\ \left(\frac{\nu}{u_\infty\ \delta}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad (11.112)$$

Substituting δ from equation (11.111) into equation (11.112), we obtain

و بالتعويض عن δ من المعادلة (11.111) نحصل على

$$\tau_0 = 0.029\ \rho\ u_\infty^2\ \left(\frac{\nu}{u_\infty\ x}\right)^{0.2} \qquad (11.113)$$

We have the drag force

و لدينا قوة الجر

$$F_D = \int_0^L \tau_0\ dx \qquad (11.114)$$

Where L = plate length; and we considered the width = 1. Substituting τ_0 in equation (11.114) and integration yields

حيث يمثل L طول الصفيحة , وجعلنا عرضها مساوياً الواحد , نعوض عن τ_0 في المعادلة (11.114) ثم نكاملها

$$F_D = 0.036\ \rho\ u_\infty^2\ L\ \left(\frac{\nu}{u_\infty\ L}\right)^{0.2} \qquad (11.115)$$

The friction drag coefficient is defined by equation (10.1)

وان معامل الجر بسبب الاحتكاك هو معرف بالمعادلة (10.1) في الفصل العاشر على النحوالآتي

$$C_{Df} = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\, u_\infty^2\, \rho\, A} \qquad \text{(Eqn. 10.1)}$$

A is the area which is equal to L multiplied by the width (b = 1). Substituting F_D from equation (11.115) into the above equation, we obtain the following

وهنا A تساوي L مضروباً بالعرض (b =1) , وبالتعويض عن F_D من المعادلة (11.115) في المعادلة اعلاه ينتج الآتي

$$C_{Df} = 0.072\ (\frac{\nu}{u_\infty\ L})^{0.2}$$

In terms of Reynolds number

و بدلالة رقم رينولدز

$$C_{Df} = 0.072\ (Re_L)^{-0.2} \qquad (11.116)$$

The experimental results provided a slightly different equation to (11.116), which is

و لكن التجارب المختبرية تعطى معادلة تختلف قليلاً عن (11.116) و هي

$$C_{Df} = 0.074\ (Re_L)^{-0.2} \qquad (11.117)$$

Example 11.3

A petroleum-liquid flows over a flat plate with a velocity of 3 m/s. If the length of the plate is 2m, its width is 1.25 m, the liquid density is 860 kg/m^3 and the liquid kinematic viscosity is 10^{-5} m^2/s, calculate:

- The thickness of the boundary layer
- The shear stress at a point in the middle of the plate
- The drag force

مثال 11.3

ينساب سائل نفطى فوق صفيحة مستوية بسرعة قدرها 3 m/s احسب سمك الطبقة المتاخمة ومقدار اجهاد القص عند نقطة تقع في منتصف طول الصفيحة ثم احسب قوة الجر , علماً ان طول الصفيحة 2 m وعرضها 1.25 m وكثافة السائل 860 kg/m^3 ولزوجته الكينماتية 10^{-5} m^2/s

Solution

الحل

Given:

المعلوم:

$$u_\infty = 3 \text{ m/s}, \quad L = 2\text{m}, \; b = 1.25$$

$$\rho = 860 \text{ kg/m}^3, \; \nu = 10^{-5} \text{ m}^2\text{/s}$$

Find

(a) Thickness δ at 1 m from the edge
(b) Shear stress τ_0
(c) Drag force F_D

المطلوب , إيجاد كل من

(أ) السمك δ عند بعد 1 m من الحافة
(ب) اجهاد القص τ_0
(ت) قوة الجر F_D

(a) We first calculate Reynolds number

(أ) نحسب أولاً رقم رينولدز

$$Re_x = \frac{u_\infty \, x}{\nu}$$

$$Re_{x=1} = \frac{3 \text{ x } 1}{10^{-5}} = 3 \text{ x } 10^5$$

We note that Reynolds number is less than (3 x 10^6) which implies that the boundary layer is laminar. Thus, we can apply equation (11.57),

ويلاحظ ان رقم رينولدز أصغر من ($3 \text{ x } 10^6$) لذا يمكن أن تكون الطبقة المتاخمة طبقة طباقية . وعليه نستخدم المعادلة (11.57) ,

$$\delta = \frac{5.0 \text{ x}}{\sqrt{Re_x}}$$

$$\delta = \frac{5.0 \text{ x } 1}{\sqrt{3\text{x } 10^5}} = 0.009128 \text{ m}$$

$$\delta = \underline{9.128 \text{ mm}}$$

(b) We calculate τ_0 using equation (11.60)

(ب) نحسب τ_0 باستخدام المعادلة (11.60)

$$\tau_0 = 0.33\ \mu\ u_\infty \sqrt{\frac{\rho\ u_x}{\mu\ x}}$$

$$\mu = \rho\ .\ \nu = 860 \times 10^{-5} = 8.6 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \tau_0 = 0.332 \times 8.6 \times 10^{-3} \times 3 \times \sqrt{\frac{860 \times 3}{8.6 \times 10^{-3}}}$$

$$\tau_0 = \underline{4.691\ N/m^2}$$

(c) We compute the drag coefficient C_{Df} using equation (11.65) and then the drag force from equation (10.1)

(ت) نحسب معامل الجر C_{Df} باستخدام المعادلة (11.65) ثم نوجد قوة الجر من المعادلة (10.1)

$$C_{Df} = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}} \qquad \text{(Eqn. 11.65)}$$

$$L = 2m$$

$$Re_L = \frac{3 \times 2}{10^{-5}} = 6 \times 10^5$$

The Reynolds number value indicates that the flow over the whole surface of the plate is laminar; this fact justifies the application of equation (11.65)

ويتضح من قيمة رقم رينولدز ان الجريان يمكن أن يبقى طباقياً فوق سطح الصفيحة بأكمله مما يبرر استخدام المعادلة (11.65)

$$C_{Df} = \frac{1.328}{\sqrt{6 \times 10^5}}$$

$$C_{Df} = 1.714 \times 10^{-3}$$

$F_D = \frac{1}{2} C_{Df}\, \rho\, u_\infty^2\, A$ (Eqn. 10.1)

$F_D = \frac{1}{2} \times 1.714 \times 10^{-3} \times 860 \times 3$

$F_D = \underline{16649\ N}$

Exercise

Water flows over a flat plate with a velocity of 2.5 m/s. If the length of the plate is 3m, its width is 1.29 m, the water density is 103 kg/m^3 and the water kinematic viscosity is 10^{-5} m^2/s, use Excel to calculate:

- The thickness of the boundary layer
- The shear stress at a point in the middle of the plate
- The drag force

تمرين

ينساب الماء فوق صفيحة مستوية بسرعة قدرها 2.5 m/s احسب سمك الطبقة المتاخمة ومقدار اجهاد القص عند نقطة تقع في ثلث طول الصفيحة ثم احسب قوة الجر , علماً ان طول الصفيحة 3 m وعرضها 1.29 m وكثافة الماء 10^3 kg/m^3 ولزوجته الكينماتية 10^{-6} m^2/s . استخدم برنامج اكسل .

11.11 Symbols

11.11 الرموز

Quantity	الابعاد Dimensions	الوحدات Units	الرمز Symbol	الكمية
Area	L^2	m^2	A	المساحة
Width of plate	L	m	b	عرض الصفيحة
Integration constant	--	--	C	ثابت التكامل
Friction drag coefficient	--	--	C_{Df}	معامل الجر بسبب الاحتكاك
Surface roughness	L	m	e	خشونة السطح
Drag force	MLT^{-2}	N	F_D	قوة الجر
Dimensionless constant	--	--	K	ثابت بدون ابعاد
Mixing length	L	m	l	طول الامتزاج
Plate length	L	m	L	طول الصفيحة
A number depends on Re	--	--	n	رقم يعتمد على قيمة رقم رينولدز
Pressure	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	P	الضغط
Pipe radius	L	m	r	نصف قطر الانبوب
Reynolds number based on plate length	--	--	Re_L	رقم رينولدز محسوب على أساس طول الصفيحة
Re based on x	--	--	Re_x	Re محسوب على اساس
Time	T	s	t	الزمن
Velocity	LT^{-1}	m/s	u	السرعة
Average velocity	LT^{-1}	m/s	$\bar{u}_x$	متوسط السرعة
Fluid velocity beyond the boundary layer	LT^{-1}	m/s	u_∞	سرعة المائع خارج حدود الطبقة المتاخمة
Velocity fluctuations	LT^{-1}	m/s	u'	مقدار تراوح السرعة
Maximum velocity	LT^{-1}	m/s	u_{max}	السرعة القصوى
Dimensionless group	--	--	u^+	مجموعة لا بعدية
Three dimensions	L	m	x,y,z	الأبعاد أو الاتجاهات الثلاثة
Pseudo Reynolds number	--	--	y^+	رقم رينولدز الوهمي
Boundary layer thickness	L	M	δ	سمك الطبقة المتاخمة
Viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ	اللزوجة
Eddy viscosity	$ML^{-1}T^{-1}$	Ns/m^2	μ_ε	اللزوجة الدوامية
Kinematic viscosity	L^2T^{-1}	m^2/s	ν	اللزوجة الكينماتية
Density	ML^{-3}	kg/m^3	ρ	الكثافة
Shear stress at the surface	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m	τ_0	اجهاد القص عند سطح الصفيحة
Reynolds stress	$ML^{-1}T^{-2}$	N/m	τ_{Re}	اجهاد رينولدز

11.12 Problems

11.12 المسائل

11.1 A flat plate with a 30 m length and 2 m width was dragged through stagnant water at a velocity of 6 m/s. Calculate the total drag force acting on both sides of the plate. Density of water is 10^3 kg/m^3 and its viscosity is 10^{-3} Ns/m^2

11.1 سحبت صفيحة مستوية طولها 30 m وعرضها 2 m خلال ماء راكد بسرعة قدرها 6 m/s احسب مقدار قوة الجر الكلية على جانبي الصفيحة , كثافة الماء 10^3 kg/m^3 ولزوجته 10^{-3} Ns/m^2

11.2 Air is flowing over a flat plate at a velocity of 10 m/s. If the length of the plate is 0.5 m and its width is 2 m, compute the drag coefficient and the drag force. The density of air is 1.2 kg/m^3 and its viscosity is 1.8 x 10^{-5} Ns/m^2.

11.2 يجري تيار من الهواء فوق سطح صفيحة مستوية بسرعة قدرها 10 m/s . احسب معامل الجر وقوة الجر , علماً ان طول الصفيحة 0.5 m وعرضها 2 m وكثافة الهواء 1.2 kg/m^3 ولزوجته 1.8 x 10^{-5} Ns/m^2 .

Ans. ج

0.00232 . 0.134 N

11.3 If the velocity distribution inside the boundary layer is given by

11.3 اذا كانت معادلة توزيع السرعة في الطبقة المتاخمة الطباقية

$$\frac{u_x}{u_\infty} = \sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)$$

Show that اثبت ان

$$C_{Df} = 1.310\, Re_L^{-0.5}$$

Hint: Use Von Karman method assuming $\left(\frac{dP}{dx} = 0\right)$

ملاحظة : استخدم طريقة فون كارمان مفترضاً أن $\left(\frac{dP}{dx} = 0\right)$

11.4 Determine the drag force for a plate with a length of 48 cm and width of 15 cm. The plate is positioned in an oil stream moving at a velocity of 6.1 m/s. Also, find and the boundary layer thickness and shear stress at the rear-edge of the plate. The specific gravity of the oil is 0.925 and its kinematic viscosity is 0.9 x 10^{-4} m^2/s

11.4 احسب قوة الجر لصفيحة طولها 48 cm وعرضها 15 cm موضوعة طولياً في مجرى نفطي سرعته 6.1 m/s . وكذلك جد سمك الطبقة المتاخمة ومقدار اجهاد القص عند حافة مؤخرة الصفيحة , علماً ان كثافة النفط النسبية 0.925 ولزوجته الكينماتية 0.9 x 10^{-4} m^2/s

11.5 Derive Hagen-Poiseuille equation for a steady ***viscous flow*** in a horizontal pipe with a diameter of r_0. The fluid is incompressible with a constant viscosity. Assume one dimensional flow and constant ***pressure gradient***

11.5 اشتق معادلة هاكن بوزيل ***للجريان اللزج*** المستقر في انبوب افقي قطره r_0 لمائع غير انضغاطي لزوجته ثابتة المقدار , افترض جرياناً باتجاه واحد واعتبر ***تدرج الضغط*** ثابت المقدار

Hint: start with the continuity equation and the Navier-Stokes equation in the cylindrical coordinates, which is

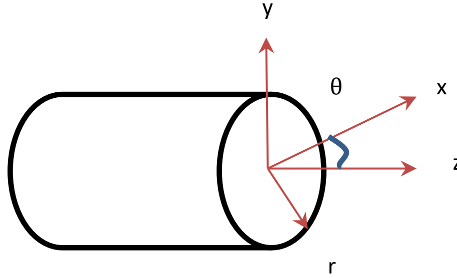
ملاحظة : ابدأ من معادلة الاتصال ومعادلة نافيرستوكس بالاحداثيات الاسطوانية وهي

$$\frac{1}{\mu}\frac{dP}{dz} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2}$$

And

وان

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} = 0$$



11.6 Conduct an internet search to find out about the latest developments regarding

1- Boundary layer analysis
2- Turbulence
3- Navier-Stokes equations
4- Von Karman analysis

11.6 استخدم الأنترنت للبحث عن احدث التطورات التي تخص

1. تحليلات الطبقة المتاخمة
2. ظاهرة الاضطراب
3. معادلات نافير- ستوكس
4. تحليلات فون كارمان

REFERENCES المصادر

1. Coulson, J.F. : Chemical Engineering volume 1, 3rd edn, 1977
2. Coulson, J.F. : Chemical Engineering volume 2, 3rd edition, 1978
3. Geankoplis, C.J. : Transport Processes and Unit operation, 1978
4. Douglas/Gasiorek/Swafield : Fluid mechanics, 1979
5. Prasuhn, A. L. : Fundamentals of Fluid Mechanics, 1980
6. Holland, F. A. : Fluid Flow for Chemical Engineers, 1980
7. McCabe, W.L. and Smith, J.C. : Unit Operations of Chemical Engineering, 3rd edn, 1976
8. Welty, Wicks and Wilson : Fundamentals of Momentum , Heat and Mass Transfer, 2nd edn, 1976
9. Bird/Warren/Edwin : Transport Phenomena, 1960
10. Denn, M.M. : Process Fluid Mechanics,1980
11. Badger and Banchero : Introduction to Chemical Engineering, 1955
12. Foust/ Wenzel/Clump/Maus/Anderson : Principles of Unit Operations, 1980
13. Eastop and McConkey : Applied Thermodynamics , 2nd edn, 1974
14. Venard and Street : Elementary Fluid Mechanics, 5th edn, 1975
15. Munson/ Okiishi/ Huebsch/Rothmayer : Fluid Mechanics, 7th edn, 2013
16. Robert L. Mott : Applied fluid Mechanics, 6th edn, 2006
17. Swamea, P.K. and Jain, A.K, 1976,Explicit Equations for Pipe Flow Problems, Journal of the Hydraulic Division
18. Dodge, D. W. 1959, Turbulent flow of Non-Newtonian Systems, AICHE Journal,5, 189-204
19. معجم المصطلحات العلمية والفنية والهندسية أنكليزي-عربي, احمد الخطيب, الطبعة الثالثة, 1975
20. مبادىء ميكانيك الموائع, الجزء الاول, الدكتور جميل الملائكة, وزارة التعليم والبحث العلمي, بغداد, 1980
21. مبادىء ديناميك الغاز, الدكتور منذر الدروبي, وزارة التعليم والبحث العلمي, بغداد, 1980
22. ميكانيك الموائع والدقائق, الدكتور محمد تقي داود الكامل, وزارة التعليم والبحث العلمي, بغداد, 1986

INDEX | Page الصفحة | الفهرست

INDEX	Page الصفحة	الفهرست
C		C
Capillary tubes	43	الانابيب الشعرية
Characteristics curves	417	المنحنيات المميزة
Carman equation	463 , 464 , 469	معادلة كارمان
Catalyst	26	العامل المساعد
Cavitation	49 , 415	ظاهرة التجوف
Center of buoyancy	102	مركز الطفو
Centre of gravity	102	مركز الثقل
Center of pressure	81	مركز الضغط
Centrifugal force	122 , 511	قوة الطرد المركزي
Centrifugal compressor	441	ضاغطات الطرد
Centrifugal pump	122 , 415	مضخة الطرد المركزي
Centrifugal separation	511	الدقائق تحت تأثير قوة الطرد المركزي
Centrifuge	122 , 514	فرازة الطرد المركزي
Centroid	81	مركز المساحة
Coefficient of contraction	375	معامل التقلص
Coefficient of elasticity	301	معامل المرونة
Cohesion	43	تماسك
Composition	154	نسب المكونات
Compressible fluids	48	موائع انضغاطية
Compressibility	57	الانضغاطية
Compressibility factor	156	معامل الانضغاطية
Compressor	441	ضاغط الغاز
Conservation of energy	183 , 186	حفظ الطاقة
Conversion of mass	181 , 182	حفظ الكتلة
Conversion of momentum equation	191	معادلة حفظ الزخم
Consistency factor	233 , 281	معامل التجانس
Consumed power	408	القدرة المبذولة
Continuity equation	181	معادلة الاتصال
Continuous substance	30	مادة متصلة
Control volume	179 , 545	حجم التحكم
Convection Transport	541	الانتقال بالحمل
Converging nozzle	320	منفث ملتم
Correction factor	185	معامل التصحيح
Critical pressure	157	الضغط الحرج
Critical pressure ratio	321	نسبة الضغط الحرجة
Critical temperature	157	درجة الحرارة الحرجة
Critical velocity	226	السرعة الحرجة
Cyclone	511	الفرازة المخروطية

INDEX | Page الصفحة | الفهرست

INDEX	Page الصفحة	الفهرست

INDEX	Page الصفحة	الفهرست

INDEX	Page الصفحة	الفهرست
Mean pressure	55 , 197	متوسط الضغط
Mean specific volume	310	متوسط الحجم النوعي
Meta-centre	106	المركز البيني
Meta-centre height	106	الارتفاع البيني
Metering pump	434	مضخة المعايرة
Minimum fluidising porosity	516	مسامية التميع الدنيا
Minimum fluidising velocity	516 , 521	سرعة التميع الدنيا
Mixing length theory	569	نظرية طول الامتزاج
Molar volume	312	الحجم المولي
Molecular transport	541	الانتقال الجزيئي
Molecular weight	150	الوزن الجزيئي
Mole fraction	153	الكسر المولي
Moment of area	81	عزم المساحة
Moment of force	81	عزم القوة
Moment of inertia	82	عزم القصور الذاتي
Momentum transfer	541 , 543	انتقال الزخم
Mono pump	436	مضخة مونو
Moody	238	مودي
Multistage pump	431	المضخة المتعددة المراحل
N		N
Nash Hytor pump	440	مضخة ناش هايتور
Navier Stokes equations	541 , 549	معادلات نافير ستوكس
Net positive suction head	414	صافي عمود السحب الموجب
Neutral equilibrium	106	التوازن المتعادل
Newtonian fluids	232	الموائع النيوتونية
Newton’s viscosity law	35	قانون نيوتن للزوجة
Nominal pipe size	287	الحجم الأسمي للانبوب
Non-dimensional groups	6	المجموعات غير بعدية
Non-circular conduits	278	القنوات غير دائرية المقطع
Non ideal gas	156	الغاز غير المثالي
Non Newtonian fluid	232 , 279 , 280	المائع غير النيوتوني
Non uniform flow	178	لجريان غير المنتظم
Notch	389	اثلمة
Nozzle	210	منفث
O		O
One dimensional flow	179	الجريان ببعد واحد
Optimum pipe size	287	حجم الانبوب الأمثل
Orifice meter	16 , 372	المقياس الفوهي
Orifice plate	72	صفيحة مثقوبة

INDEX	Page الصفحة	الفهرست

INDEX	الصفحة Page	الفهرست
Total differential equation	63	المعادلة التفاضلية الكلية
Total drag force	487	قوة الجر الكلية
Total energy	162	الطاقة الكلية
Total head	191	العمود الكلي
Total suction head	414	عمود السحب الكلي
Transition flow	227	الجريان الانتقالي
Trial and error	159 , 243	التجربة والخطأ
Turbo blowers	441	النافخات التوربينية
Turbulence and the boundary layer	556	الاضطراب والطبقة المتاخمة
Turbulent boundary layer	231 , 482	الطبقة المتاخمة الاضطرابية
Turbulent flow	178 , 225	الجريان الاضطرابي
Turbulent shear stress	568	اجهاد القص الاضطرابي
Two phase flow	43 , 350	الجريان ثنائي الطور
U		U
Uniform flow	178	الجريان المنتظم
Units	2	الوحدات
Universal gas constant	150	ثابت الغازات العام
Universal velocity distribution	573	توزيع السرعة العام
Unsteady flow	178	الجريان غير المستقر
Up thrust	101	القوة الدافعة
V		V
Vacuum pumps	448	مضخات التفريغ
Vacuum pressure	68	ضغط الفراغ
Valves	252	صمامات
van der Waals equation	157	معادلة فان دروالز
Vanes	416	الارياش المنحنية
Vapour pressure	415	ضغط البخار
Variables	16	المتغيرات
Velocity	29	السرعة المتجهة
Velocity distribution	39	توزيع السرعة
Velocity fluctuations	227 , 259 , 276 , 284	تراوح السرعة
Velocity gradient	42 ,148	تدرج السرعة
Vena cotracta	249 , 375	المقطع الأقلص
Venturi meter	378	مقياس فنتشوري
Viscoplastics	234	اللدائن اللزجة
Viscosity	32	اللزوجة
Viscous drag	476	قوة الجر اللزجة
Viscous flow	228 , 482	الجريان اللزج
Volume fraction	153	الكسر الحجمي

INDEX	Page الصفحة	الفهرست

المصطلحات العلمية عربي – انكليزي

أ

Packed towers	ابراج محشوة
Dimensions	ابعاد
Yield stress	اجهار الخضوع
Shear stress	اجهاد القص
Normal stresses	اجهادات معامدة
Single phase	احادي الطور
Ordinate	احداثي رأسي
Adiabatic	اديباتي (بدون تبادل حراري)
Meta centre height	ارتفاع بيني
Turbulence	اضطراب
Absorption	امتصاص
Stream tube	انبوبة انسياب
Entropy	انتروبي
Diffusion	انتشار
Molecular transfer	انتقال جزيئي
Mass transfer	انتقال الكتلة
Enthalpy	انثالبي
Displacement	انزياح
Compressible	انضغاطي
Compressibility	انضغاطية
Speed	انطلاق (سرعة غير متجهة)
Separation of flow	انفصال الجريان
Hot wire anaemometer	اينموميتر ذو سلك ساخن
Porous media	اوساط مسامية

ب

Barometer	بارومتر
Adiabatic	بدون تبادل حراري (اديباتي)
Polymer	بوليمر
Piezometer	بيزومتر

ت

Wall effects	تأثير الجدران
Deceleration	تباطؤ
Dimensional analysis	تحليل بعدي
Velocity gradient	تدرج السرعة
Fluctuations	تراوح
Filtration	ترشيح
Molecular structure	تركيب جزيئي
Process design	تصميم العمليات الصناعية

Sudden contraction	تضيقة مفاجئة
Partial differentiation	تفاضل جزئي
Differential	تفاضلي
Adhesion	تلاصق
Cohesion	تماسك
Fluidization	تميع
Neutral equilibrium	توازن متعادل
Stable equilibrium	توازن مستقر
Relative equilibrium	توازن نسبي
Velocity distribution	توزيع السرعة
Sudden enlargement	توسيعة مفاجئة

ث

Universal gas constant	ثابت الغازات العام
Specific weight	ثقل نوعي
Notch	ثلمة

ج

Turbulent flow	جريان اضطرابي
Plug flow	جريان انسدادي
Streamline flow	جريان انسيابي
One dimensional flow	جريان ببعد واحد
Fully developed flow	جريان تام التكوين
Stratified flow	جريان تراصفي
Tow phase flow	جريان ثنائي الطور
Annular flow	جريان حلقي
Subsonic flow	جريان دون الصوت
Spray flow	جريان رذّذي
Sonic flow	جريان صوتي
Laminar flow	جريان طباقي
Unsteady flow	جريان غير مستقر
Non uniform flow	جريان غير منتظم
Supersonic flow	جريان فوق صوتي
Viscous flow	جريان لزج
Slug flow	جريان متلاطم
Wavy flow	جريان متموج
Uniform flow	جريان منتظم
Parabolic	جريان مكافئ دوراني

ح

Weir	حاجز غاطس
State	حالة
State of the system	حالة المنظومة
Control volume	حجم التحكم

Specific volume	حجم نوعي
Critical	حرج
Brownian movement	حركة براونية
Reciprocating movement	حركة ترددية
Momentum	الزخم
Conversation of energy	حفظ الزخم
Conversion of mass	حفظ الطاقة
Convection	حمل
Pipe bend	حنية انبوب
	خ
Capillarity	خاصة شعرية
Choke	خانق
Relative roughness	خشونة نسبية
Fanno line	خط فانو
Stream lines	خطوط الانسياب
	د
Reduced temperature	درجة الحرارة المخفضة
Impeller	دفاعة مروحية
Particles	دقائق
Forced vortex	دوامة قسرية
Cycle	دورة
Thermodynamics	ديناميك الحرارة
Gas dynamics	ديناميك الغاز
	ذ
	ر
Reynolds number	رقم رينولدز
Pseudo Reynolds number	رقم رينولدز الوهمي
Froude number	رقم فرود
	ز
Momentum	زخم
	س
Terminal falling velocity	سرعة السقوط النهائية
Angular velocity	سرعة زاوية
Sonic velocity	سرعة صوتية
Shear velocity	سرعة قصبية
Instantaneous velocity	سرعة لحظية
Velocity	سرعة متجهة
Priming	سقي المضخة

المصطلحات العلمية عربي – انكليزي

ش

شبكة ويتستون	Wheatstone bridge
شد سطحي	Surface tension
شغل	Work
شغل عمود الادارة	Shaft work

ص

صافي القوى	Net forces
صافي عمود السحب الموجب	Net positive suction head
صفر مطلق	Absolute zero
صمام	Valve
صمام بوابي	Gate valve
صمام غير مرجع	Check valve
صمام غير مرجع سفلي	Foot valve
صمام كروي	globe valve
صندوق الحشوة	stuffing box

ض

ضاغط الغاز	compressor
ضاغط ترددي	reciprocating compressor
ضغط البخار	vapour pressure
ضغط الفراغ	vacuum pressure
ضغط المقياس (ضغط نسبي)	gauge pressure
ضغط جزئي	partial pressure
ضغط صدمي	impact pressure
ضغط مخفض	reduced pressure
ضغط مطلق	Absolute pressure
ضغط نسبي	Relative pressure
ضغط هايدروستاتيكي	Hydrostatic pressure

ط

طاقة الضغط	Pressure energy
طاققة الوضع	Potential energy
طاقة حركية	Kinetic energy
طاقة داخلية	Internal energy
طباقي	Laminar
طبقة انتقالية	Transition layer
طبقة تحتية طباقية	Laminar sub layer
طبقة متاخمة	Boundary layer
طبقة متاخمة اضطرابية	Turbulent boundary layer
طبقة متاخمة طباقية	Laminar boundary layer
طرق مائي	Water hammer
طفو	Bouncy

ظ

ظاهرة التجوف	Cavitation

ع

عزم التدوير	Overturning moment
عمود	Head
عمود السحب للمضخة	Suction head
عمود الضغط	Pressure head
عمود الطاقة الحركية	Kinetic head
عمود الوضع	Potential head
عنصر صغير (جسيم)	Element
عوم	Floatation

غ

غاز تام	Perfect gas
غاز حقيقي	Real gas
غاز غير مثالي	Non-ideal gas
غاز مثالي	Ideal gas
غلاف	Casing

ف

فراغ	Vacuum
فرازة الطرد المركزي	Centrifuge
فرازة مخروطية	Cyclone
فوهة	Orifice

ق

قاعدة باسكال	Pascal's law
قطع تركيب الأنابيب	Pipe fitting
قطع مكافئ	Parabola
قوة احتكاكية	Frictional force
قوة الجر	Drag force
قوة الجر الشكلية	Form force
قوة الجر اللزجة	Viscous drag
قوة الرفع	Lift force
قوة الطرد المركزي	Centrifugal force
قوة القص	Shear force
قوة دافعة	Up thrust
قوة محصلة	Resultant force
قوى القصور الذاتي	Inertia force
قوى لزجة	Viscous forces

ك

كثافة	Density

Specific gravity	كثافة نسبية
Relative density	كثافة نسبية
Mole fraction	كسر مولي
Scalar quantity	كمية غير متجهة
Vector quantity	كمية متجهة

ل

Viscosity	لزوجة
Dynamic viscosity	لزوجة ديناميكية
Eddy viscosity	لزوجة دوامية
Kinematic viscosity	لزوجة كينماتية

م

Continuous substance	مادة متصلة
Manometer	مانومتر
Differential manometer	مانومتر تبايني
Inclined manometer	مانومتر مائل
Inverted manometer	مانومتر مقلوب
Compressible fluid	مائع انضغاطي
Thixotropic fluid	مائع تسيلي
Working fluid	مائع شغال
Incompressible fluid	مائع غير انضغاطي
Non viscous fluid	مائع غير لزج
Non Newtonian	مائع غير نيوتوني
Viscous fluid	مائع لزج
Newtonian fluid	مائع نيوتوني
Evaporator	مبخر
Velocity vector	متجه سرعة
State variables	متغيرات الحالة
Infinitesimal	متناهي الصغر
Mean velocity	متوسط السرعة
Mean pressure	متوسط الضغط
Mean hydraulic diameter	متوسط القطر الهيدرولوكي
Mean free path	متوسط المسار الحر
Dimensionless group	مجموعة غير بعدية
Finite	محدد
Steam boiler	مرجل بخاري
Centre of pressure	مركز الضغط
Centre of buoyancy	مركز الطفو
Centroid	مركز المساحة
Meta centre	مركز بيني
Fan	مروحة
Suspension	مزيج معلق
Specific surface	مساحة سطحية نوعية

Porosity	مسامية
Minimum fluidising velocity	مسامية التميع الدنيا
Emulsion	مستحلب
Arbitrary datum	مستوى اسناد اختياري
Strainer	مصفى
Positive displacement pump	مضخة الإزاحة الموجبة
Centrifugal pump	مضخة الطرد المركزي
Metering pump	مضخة المعايرة
Reciprocating pump	مضخة ترددية
Rotary pump	مضخة دوارة
Diaphragm pump	مضخة ذات رق
Gear pump	مضخة ذات مسننات
Piston pump	مضخة ذات مكبس
Air lift pump	مضخة رافعة بالهواء
Multistage pump	مضخة متعددة المراحل
Mono pump	مضخة مونو
Nash Hytor pump	مضخة ناش هايتور
Navier- stokes equations	معادلات نافير- ستوكس
Continuity equation	معادلة الاتصال
Empirical equation	معادلة تجريبية
Equation of state	معادلة تغير حالة الغاز
Power law equation	معادلة ذات قوة جبرية
Kozeny equation	معادلة كوزني
Fanning friction factor	معامل احتكاك فاننك
Friction factor	معامل الاحتكاك
Compressibility factor	معامل الانضغاطية
Coefficient of contraction	معامل التقلص
Consistency factor	معامل التجانس
Lift coefficient	معامل الرفع
Modulus of elasticity	معامل المرونة
Bulk modulus of elasticity	معامل المرونة الحجمي
Flow rate	معدل الجريان
Volumetric flow rate	معدل الجريان الحجمي
Mass flow rate	معدل الجريان الكتلي
Fixed bed reactor	مفاعل الطبقة الثابتة
Vena contracta	مقطع اقلص
Rotameter	مقياس الجريان الدوار
Bourdon gauge	مقياس بوردون
Venture meter	مقياس فنتشوري
Orifice meter	مقياس فوهي
Quantity meter	مقياس كمي
Nozzle	منفث
Laval nozzle	منفث لافال
Shock wave	موجة صدمية

موجة ضغط	Pressure wave
ميكانيك الدقائق	Particle mechanics

ن

نافخ	Blower
نافخ ترددي	Reciprocating blower
نافخ توربيني	Turbo- blower
نظرية الاتصال	Continuum theory
نظرية المحور الموازي	Parallel axis theorem
نظرية حركية	Kinetic theory
نظرية رينولدز للانتقال	Reynolds transport theorem
نظرية طول الامتزاج	Mixing length theory
نفاذية	Permeability
نقطة التشغيل	Duty point (operating point)

هـ

و

ي

يتحرف	Deforms

APPENDIX

It is recommended to use data, such as properties of liquids and gases, dimensions of pipes and properties of petroleum products, from available literature and from the Internet. This is to encourage students to be independent learners. Internet search engines such as Google are very convenient to use and provide free access to information.

الملحق

يوصــي المؤلـف باسـتخدام المراجـع العلميـة المتـوفرة والانترنـت للحصـول علـى معلومـات مثـل خـواص السـوائل والغـازات واحجـام الانابيـب وخـواص المنتوجـات الـنفط, وذلـك لتشـجيع الطلبـة الاعتمـاد علـى الـنفس. ويمكـن الاستعانة بمحركـات البحث فـي الانترنـت التـي توفر كماً هائلاً من المعلومات.

Useful References for data

1. Perry's chemical engineering handbook – 8th Edition (2008)
2. Applied Fluid Mechanics, 6th Edition, by Robert L.Mott
3. Fluid Mechanics,7th Edition, by Munson/Okiishi/Huebsh/Rothmayer
4. Properties of Gases and Liquids, Fifth Edition, by Bruce E. Poling, John M. Prausnitz, John P. O'Connell
5. Gas Conditioning and processing, vol 1, 8th Edition, John M.Campbell
6. The Properties of Petroleum Fluids 2nd Edition, by William D. McCain Jr.(Author)

FLUID MECHANICS

ميكانيك الموائع

Bilingual

ثنائي اللغة

M.Taki Al Kamil

محمد تقي الكامل

2021

This book covers the basic principles of fluid mechanics for engineering undergraduate students. It is written in Arabic and English. This is an innovative method of presenting engineering concepts. The main objective of the bilingual text is to help learners in the Arab world to understand the principles of fluid mechanics.

يغطي هذا الكتاب متطلبات الدراسات الاولية لمبادىء علم ميكانيك الموائع في الاختصاصات الهندسية. وقد كتب النص باسلوب مبتكر لعرض المفاهيم الهندسية باللغتين العربية والانكليزية, وان الهدف الاساس من هذه الطريقة هو مساعدة المتعلمين في العالم العربي على فهم المبادىء الاساسية لميكانيك الموائع.